

# Analyse de Textures Dynamiques par décompositions spatio-temporelles : application à l'estimation du mouvement global

Sloven Dubois<sup>1,2</sup>

Renaud Péteri<sup>1</sup>

Michel Ménard<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mathématiques  
Image et Applications

<sup>2</sup> Laboratoire Informatique  
Image et Interaction

Université de La Rochelle  
Avenue Michel Crépeau, 17042 La Rochelle Cedex  
FRANCE

{sloven.dubois01, renaud.peteri, michel.menard}@univ-lr.fr

## Résumé

Le contexte de recherche de cet article est l'analyse et la caractérisation de textures dynamiques. Celles-ci peuvent souvent se modéliser comme la somme d'une onde porteuse se propageant à grand échelle et de phénomènes locaux oscillants. L'algorithme des Morphological Component Analysis (MCA), étendu au temps, est utilisé pour retrouver ces composantes. Nous définissons également une nouvelle stratégie de seuillage dans l'algorithme des MCA afin de réduire significativement les temps de calcul. Des résultats sur des vidéos réelles sont proposés. Cette méthode de décomposition est ensuite appliquée dans le cadre de l'estimation du flot optique à la recherche du mouvement dominant. Enfin des perspectives futures sont exposées.

## Mots clefs

Analyse de textures dynamiques, décompositions spatio-temporelles, Morphological Component Analysis (MCA), extraction de mouvement.

## 1 Introduction

Un thème récent dans l'analyse de séquences d'images a pour objet l'extension des textures statiques au domaine temporel : les textures dynamiques. Celles-ci sont présentes couramment dans de nombreuses scènes naturelles : un drapeau dans le vent, des risées à la surface de l'eau, de la fumée, ou un escalator sont autant de textures dynamiques présentes dans les vidéos.

Sans être exhaustif, leur étude est une thématique active comportant de nombreux domaines comme la caractérisation [1, 2, 3], la synthèse [4] ou la segmentation [5].

Le contexte de nos travaux se situe dans le cadre de la caractérisation et l'analyse de ces textures dynamiques, dans un but d'indexation pour la recherche automatique dans des bases vidéos [6].

Une texture dynamique est composée de différents mouvements apparaissant à différentes échelles spatio-temporelles : par exemple, sur la figure 1.(a), un mou-

vement spatio-temporel lent du tronc et un mouvement spatio-temporel rapide des branches et du feuillage peuvent être observés. Caractériser efficacement les textures dynamiques implique de capturer ces comportements spatio-temporels.

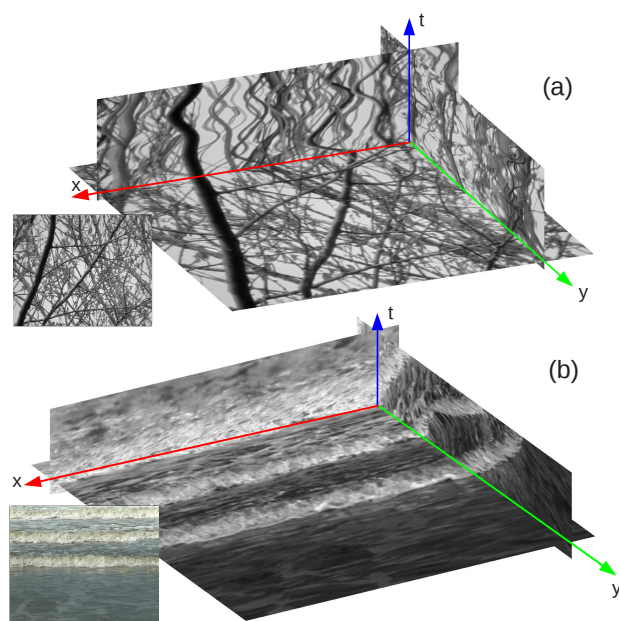


Figure 1 – Sections 2D+T de textures dynamiques : on observe des mouvements à différentes échelles spatio-temporelles.

Chaque texture dynamique possède donc ses propres caractéristiques, comme sa stationnarité, sa régularité, sa vitesse de propagation. Ces caractéristiques seront plus ou moins difficiles à extraire selon la complexité de la texture dynamique considérée. Par exemple, sur la figure 1.(b) représentant une séquence vidéo de la surface de la mer, deux mouvements peuvent être observés : un mou-

vement haute fréquence composé de l'écume porté par un mouvement d'ensemble, l'onde interne. Cette observation peut être étendue à de nombreuses textures dynamiques. On peut donc décomposer une texture dynamique, en une ou plusieurs ondes porteuses auxquelles s'ajoutent un ou plusieurs phénomènes localisés.

## 2 Décomposition de textures dynamiques

Devant la complexité des textures dynamiques, il est essentiel de décomposer ce phénomène afin d'en comprendre les différentes composantes pour ensuite les caractériser de manière pertinente. Les approches de décomposition d'images de la littérature [7, 8, 9] semblent donc adaptées pour l'extraction de ces composantes.

De part la richesse des bibliothèques d'analyse qu'elle permet d'utiliser, nous avons choisi l'approche Morphological Component Analysis (MCA). La diversité et l'intégration aisée de ces dernières, la souplesse de l'algorithme sont importantes au regard de la complexité des textures dynamiques. Ici, nous étendrons donc leur utilisation à la dimension temporelle.

**L'approche MCA** L'hypothèse de départ des Morphological Component Analysis est d'écrire un signal  $y$  comme une superposition linéaire de  $N$  composantes morphologiques perturbées par un bruit  $\varepsilon$  :

$$y = \sum_{i=1}^N y_i + \varepsilon \quad (1)$$

L'approche *MCA* permet donc de trouver une solution acceptable au problème inverse de la décomposition dans des bases, et d'extraire les composantes  $(y_i)_{i=1,\dots,N}$  à partir de l'observation dégradée  $y$  selon un critère de parcimonie. Ceci suppose que chaque composante  $y_i$  est représentée de manière creuse dans une base associée  $\Phi_i$ , c'est à dire  $\forall i = 1, \dots, N, y_i = \Phi_i \alpha_i$ . Ainsi, le dictionnaire représentant l'ensemble des bases est construit en associant plusieurs transformées  $\Phi = [\Phi_1, \dots, \Phi_N]$  telles que pour chaque  $i$ ,  $y_i$  est bien représenté dans  $\Phi_i$  et n'est pas, ou alors très peu représenté dans  $\Phi_j$ , ( $j \neq i$ ). Ceci se traduit par  $\forall i, j \neq i, \|\Phi_i^T y_i\|_0 < \|\Phi_j^T y_i\|_0$  avec  $\|\dots\|_0$  étant la pseudo-norme  $\ell_0$  (le nombre de coefficients non nuls). Résoudre cette équation revient à trouver une solution au système  $y = \Phi \alpha$ . Starck *et al.* proposent dans [10] et [9] de résoudre celui-ci, et de trouver les composantes morphologiques  $(y_i)_{i=1,\dots,N}$  en résolvant le problème d'optimisation :

$$\min_{y_1, \dots, y_N} \sum_{i=1}^N \|\Phi_i^T y_i\|_p^p \quad \text{tel que} \quad \left\| y - \sum_{i=1}^N y_i \right\|_2 \leq \sigma \quad (2)$$

où le terme  $\|\Phi_i^T y_i\|_p^p$ . Ici nous prendrons  $p = 0$  qui pénalise la non parcimonie de la solution.  $\sigma$  représente

l'écart-type du bruit.

Ce problème d'optimisation (2) n'est pas facile à résoudre. Cependant, si toutes les composantes  $y_j$  sauf la  $i$ -ème sont fixées à l'itération  $k - 1$ , alors il est prouvé que la solution  $\alpha_i^{(k)}$  est donnée par un seuillage dur du résidu marginal  $r_i^{(k)} = y - \sum_{j \neq i} y_j^{(k-1)}$  :

$$\alpha_i^{(k)} = \delta_{\lambda^{(k)}} \left( \Phi_i^T \left( r_i^{(k)} \right) \right) \quad (3)$$

avec  $\delta_{\lambda^{(k)}}$  l'opérateur de seuillage pour le seuil  $\lambda^{(k)}$ . Ces résidus marginaux  $r_i$  sont, par construction, susceptibles de contenir les informations marquantes de  $y_i$ . Cette idée dicte un algorithme itératif de seuillage sur les résidus marginaux (dont les opérations principales sont présentées dans l'algorithme 1).

---

### Algorithme 1 Morphological Component Analysis

---

**Boucle principale :**

**tant que**  $\left\| y - \sum_{j=1}^N \tilde{y}_j^{(k-1)} \right\|_2 \leq \sigma$  **faire**

*// Pour chaque composante*

**pour**  $i = 1$  à  $N$  **faire**

*// Calcul du résidu marginal*

$$\tilde{r}_i^{(k)} = y - \sum_{j \neq i} \tilde{y}_j^{(k-1)}$$

*// Projection du résidu marginal dans la base  $\Phi_i$*

$$\tilde{y}_i^{(k)} = \Phi_i \left( \delta_{\lambda^{(k)}} \left( \Phi_i^T \left( \tilde{r}_i^{(k)} \right) \right) \right)$$

**fin pour**

*// Incrémentation de l'itérateur  $k$*

$$k = k + 1$$

*// Mise à jour du seuil  $\lambda$*

$$\lambda^{(k+1)} = \text{mise.à.jour}(\lambda^{(k)}, \text{stratégie})$$

**fin tant que**

---

**Choix du dictionnaire** Le point crucial dans l'approche MCA est la définition du dictionnaire. Un choix non adapté des transformations par rapport à la dynamique des phénomènes présents dans la séquence est préjudiciable quant à la qualité du résultat : décomposition non pertinente, pseudo-norme  $\ell_0$  importante, coefficients non représentatifs. Comme nous l'avons observé dans la figure 1.(b), une texture dynamique peut se décomposer en deux phénomènes distincts. Il est donc nécessaire d'associer à chacun d'eux la base la plus représentative. Dans [11], les auteurs montrent que la transformée en curvelets [12] apporte une discrimination pertinente sur des phénomènes non locaux se propageant temporellement. Elle semble donc particulièrement intéressante pour modéliser les ondes porteuses présentes dans une texture dynamique. La deuxième partie d'une texture dynamique repose sur des phénomènes localement oscillants. Par conséquent, la deuxième base du dictionnaire est construite à partir d'une transformée locale adaptée aux oscillations. Nous avons proposé pour cette étude la transformée locale en cosinus qui semble la mieux adaptée.

Le dictionnaire  $\Phi$  de décomposition des MCA est donc composé de la transformée en curvelets  $\Phi_1$  et de la transformée locale en cosinus  $\Phi_2$ .

**Stratégie de seuillage** L'objectif de cette étude est la décomposition de textures dynamiques naturelles, et nous utiliserons dans nos expérimentations la base de données DynTex [13]. Les différentes séquences traitées ont une durée de 5 secondes (128 images) et une taille de 648 par 540 pixels<sup>1</sup>. Sur des volumes de cette taille, les transformées utilisées représentent un temps de calcul non négligeable. Certaines transformées nécessitent en effet plusieurs minutes de temps de calcul.

Dans [14], les auteurs s'accordent à dire qu'une centaine d'itérations est nécessaire à l'algorithme des MCA pour établir une bonne séparation des différentes composantes lorsqu'une stratégie de seuillage linéaire (SSL) est utilisée. Pour le dictionnaire choisi dans cette étude, ceci représente un temps de calcul pour une séquence d'images de :  $100 * (T(\Phi_1^T) + T(\Phi_1) + T(\Phi_2^T) + T(\Phi_2))$ , soit environ 21 heures, avec  $T()$  mesurant le temps d'exécution d'une transformée  $\Phi_i$  durant un cycle de l'algorithme (analyse via  $\Phi_i^T$  et synthèse via  $\Phi_i$ ). Si nous étendons ce résultat à l'ensemble des séquences de la base de données DynTex, et toujours pour une durée de séquences de 5 secondes, nous obtenons environ 612 jours de calcul pour effectuer correctement la décomposition sur un ordinateur classique. Dernièrement, Bobin *et al.* ont proposé une stratégie de seuillage 'Mean of Max', SSMoM [14] qui conduit à des résultats équivalents mais avec un nombre d'itérations moindre (50 en moyenne au lieu de 100). Ceci représente un temps de calcul d'environ 10 heures 30 pour une de nos séquences vidéo, conduisant à environ 306 jours pour l'ensemble de la base.

Pour l'indexation d'une base comme DynTex [13], les temps de calcul de la stratégie SSMoM restent acceptables, puisqu'il est toujours possible de répartir la charge de calcul sur plusieurs unités. Dans le cadre de la recherche d'une texture particulière à l'aide d'une séquence requête, ces calculs ne peuvent se faire actuellement qu'à partir de séquences de durée limitée et de résolution faible. Un des objectifs de ce travail est donc de diminuer ces contraintes en proposant de nouvelles stratégies de seuillage.

La qualité des résultats de la décomposition d'un signal, à l'aide de l'algorithme des MCA, dépend fortement de l'évolution du seuil  $\lambda^{(k)}$  au cours d'une itération de la boucle principale. Nous montrons sur la figure 2 deux évolutions différentes de  $\lambda^{(k)}$  correspondant à deux stratégies (S1) et (S2). L'évolution de  $\lambda^{(k)}$  est plus lente dans le cas (S1) que dans celui de (S2). Dans cet exemple, l'évolution (S1), respectivement (S2), conduit à répartir 5% de la plage des coefficients, respectivement 25%, sur les deux bases. Si on considère que l'évolution (S1) est dans cet exemple optimale en terme de seuillage, une évolution non maîtrisée de la valeur de  $\lambda^{(k)}$  (cas (S2))

amènera à répartir trop rapidement un grand nombre de coefficients dans les bases, dégradant ainsi la décomposition.

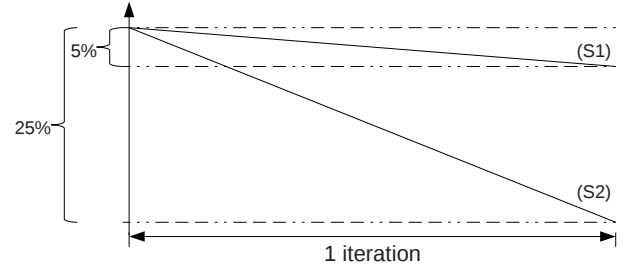


Figure 2 – Deux stratégies de seuillage conduisant à des évolutions différentes de la valeur de seuil durant une itération de la boucle principale de l'algorithme des MCA.

La stratégie de seuillage linéaire, SSL, conduit à une évolution optimale de  $\lambda^{(k)}$  lorsqu'une centaine d'itérations est fixée [14]. Dans un grand nombre de textures naturelles, nous avons constaté que le nombre d'itérations peut être fortement diminué, et dépend de la texture elle-même, SSL n'est alors plus optimum. Cependant, l'évolution selon SSL peut être considérée comme une pente minimum en dessous de laquelle l'évolution de  $\lambda^{(k)}$  sera sous-optimum. Une bonne stratégie pour le calcul de  $\lambda^{(k)}$  doit donc conduire à une pente supérieure ou égale à celle engendrée par SSL. La stratégie 'Mean of Max', SSMoM, est très intéressante car elle permet de modifier l'évolution de  $\lambda^{(k)}$  lorsque cela s'avère nécessaire. Sur les séquences de textures naturelles, cette stratégie a cependant souvent tendance à diminuer fortement la pente, voire presque à l'annuler.

### Stratégie de seuillage adaptative à correction linéaire

Nous proposons de rassembler les stratégies SSL et SSMoM en une nouvelle dite adaptative à correction linéaire, SSaCL, qui définit  $\lambda^{(k)}$  comme le minimum des valeurs de  $\lambda^{(k)}$  calculées par les stratégies SSL et SSMoM. SSaCL se formalise donc ainsi :

$$\lambda^{(k+1)} = \min \left( \frac{1}{2}(m_1 + m_2), \lambda^{(k)} - \frac{\lambda^{(1)} - \lambda_{\min}}{100} \right) \quad (4)$$

avec  $m_1 = \max_{\forall i} \|\Phi_i^T r^{(k)}\|_{\infty}$ ,  $m_2 = \max_{\forall j, j \neq i} \|\Phi_j^T r^{(k)}\|_{\infty}$

et  $r^{(k)} = y - \sum_{j=1}^K \hat{y}_j^{(k)}$  le résidu total. Ainsi, avec cette stratégie, nous sommes assurés de modifier la valeur de  $\lambda^{(k)}$  selon la plus grande pente. Autrement dit, lorsque SSMoM conduit à des valeurs de  $\lambda^{(k)}$  évoluant faiblement, les valeurs de  $\lambda^{(k)}$  suivent la stratégie SSL,  $\lambda^{(k)} - \frac{\lambda^{(1)} - \lambda_{\min}}{100}$ . Sinon,  $\lambda^{(k)}$  suit la stratégie SSMoM,  $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)$ , et permet ainsi de diminuer le nombre d'itérations de l'algorithme 1.

1. soit plus de 44 millions de voxels

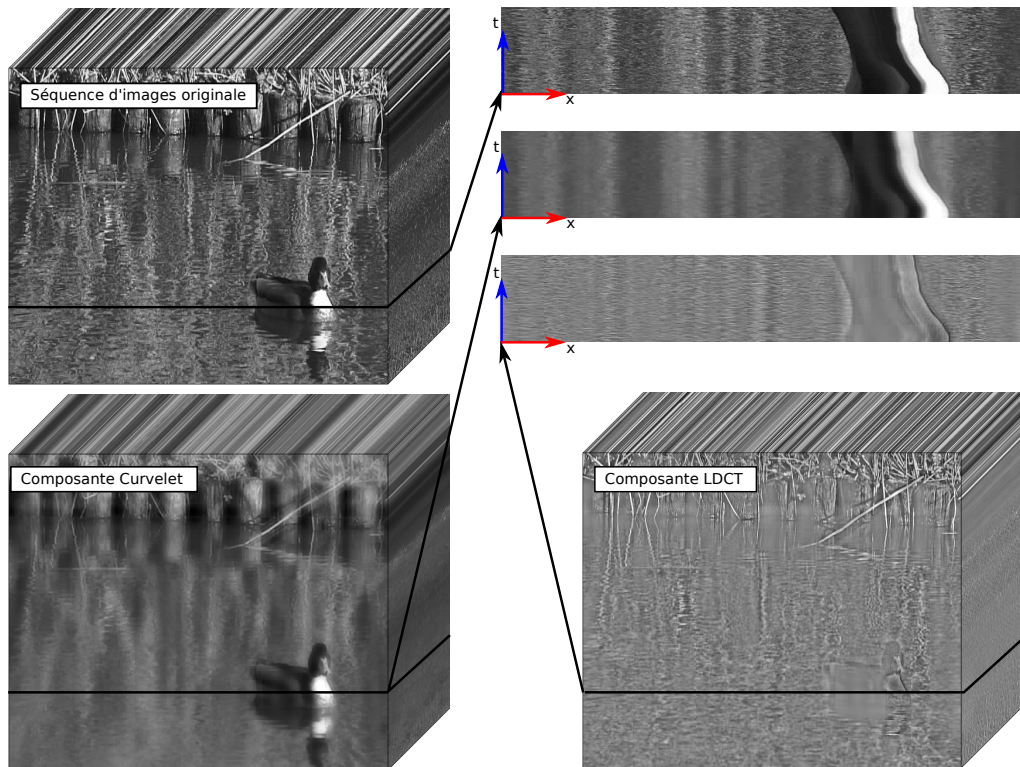


Figure 3 – Résultat de la décomposition d'une vidéo à l'aide de l'algorithme des MCA et de la stratégie SSAcL. Une coupe spatio-temporelle  $xt$  est réalisée sur chacune des vidéos afin d'observer l'aspect temporel.

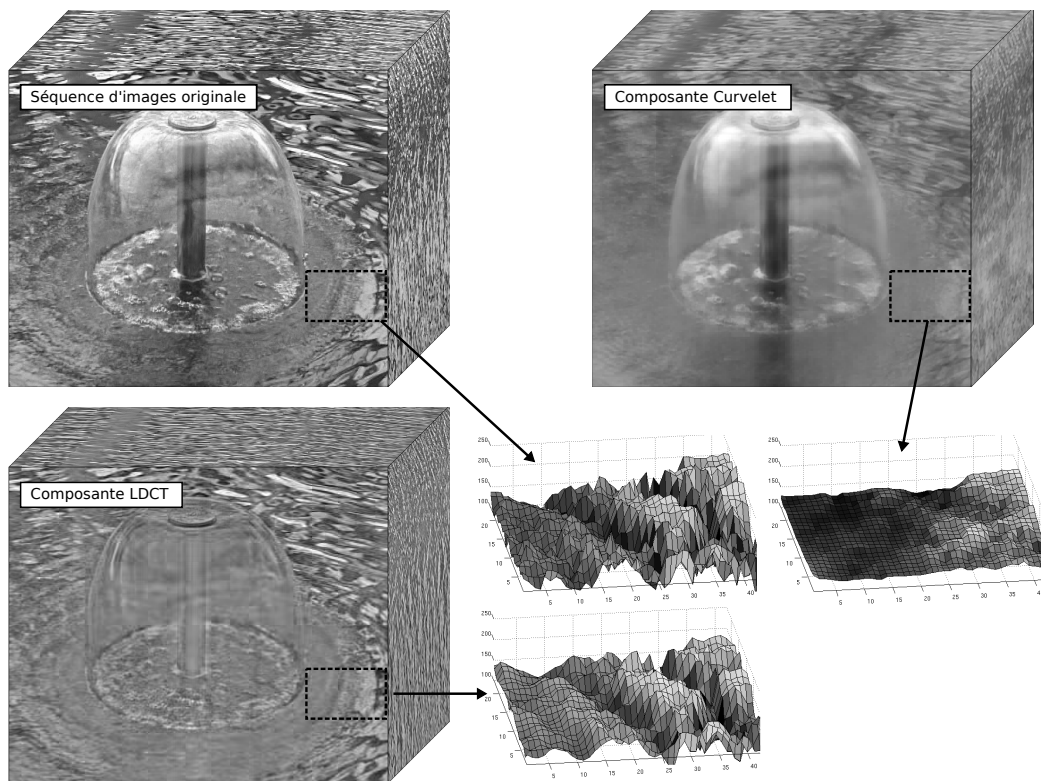


Figure 4 – Résultat de la décomposition d'une vidéo à l'aide de l'algorithme des MCA et de la stratégie SSAcL. Des zones d'intérêt sont présentées sous forme de surface afin de mieux visualiser les résultats de décomposition.

### 3 Résultats

La mise en place de la stratégie SSaCL a été appliquée aux séquences de la base DynTex et a permis de grandement réduire le temps de calcul (environ 2 heures par vidéo). Dans cette partie, deux d'entre elles seront détaillées<sup>2</sup>.

La première vidéo est celle d'un lac sur lequel dérive lentement un canard (figure 3). Des reflets d'arbres dans l'eau ondulante et un fond statique texturé sont également observables. La figure présente le résultat de la décomposition obtenue sur cette vidéo à l'aide de l'algorithme des MCA et de la stratégie SSaCL. Nous retrouvons la composante géométrie grâce à la transformée en curvelet et la composante texture obtenue par la transformée locale en cosinus. Les vaguelettes, qui sont des phénomènes locaux, sont bien capturées par la composante texture, alors que nous retrouvons la surface de l'eau et les reflets dans la composante géométrie. Les coupes spatio-temporelles selon l'axe  $xt$  permettent de visualiser l'impact de la décomposition. Elles montrent que les différents objets de la scène (le canard, les reflets d'arbres, ...) sont considérés comme de la géométrie. Les reflets des arbres ne sont pas présents dans la composante texture. On peut par contre les observer dans la composante géométrie : les oscillations qui se superposaient ont été grandement atténuées. La décomposition nous apporte également des informations qui n'étaient pas visibles sur la séquence d'images originale. Par exemple, dans la composante texture, on peut observer sous le cou du canard, la granularité du plumage invisible dans la vidéo originale.

La séquence d'images suivante représente une fontaine (figure 4). Celle-ci consiste en un jet d'eau qui une fois expulsé, vient agiter la surface de l'eau en créant des vaguelettes. Les résultats de la décomposition à l'aide de l'algorithme des MCA 2D+T sont également affichés sur la figure 4. Les deux composantes obtenues semblent pertinentes : dans la partie géométrie, la colonne centrale du jet et la forme en cloche engendrée par le jet sont visibles, alors que qu'elles sont quasiment absentes de la composante texture. On remarque également que toute la zone située devant le jet est dépourvue des vaguelettes, observables par contre dans l'autre composante. Cette observation est également très remarquable dans les zones mises en valeur par la représentation surfacique. En effet, la partie géométrie est privée des vaguelettes et seule une vague de faible amplitude est observable.

Dans les résultats que nous venons de présenter, la décomposition à l'aide de l'algorithme des MCA, étendue à la dimension temporelle, permet de bien extraire les différents phénomènes complexes présents dans une texture dynamique. Ces constatations s'observent sur d'autres vidéos de la base de données DynTex.

### 4 Application

La décomposition d'une texture dynamique en une composante géométrique et une composante texture nous apporte visuellement une meilleure compréhension des différents phénomènes. Afin d'aller plus loin dans l'analyse, nous allons appliquer la décomposition à la recherche du mouvement principal d'une texture dynamique. Le mouvement dans la vidéo est calculé à partir de l'algorithme de Horn et Schunk [15]. Le flot optique est estimé directement sur la vidéo originale et sur la composante géométrique.

Les résultats du flot optique estimé (présentés sur la figure 5) sont illustrés sur une séquence de mer sur laquelle des vagues et de l'écume sont observables. Afin de représenter le flot optique, nous utilisons deux systèmes de visualisation. Un champ de vecteurs coloré où la couleur (respectivement la saturation) indique la direction (respectivement l'intensité) du flot optique, et un critère d'homogénéité du champ de vecteurs, présenté dans [2]. Nous utiliserons un diagramme des orientations afin d'étudier le mouvement global. Dans le cas de la séquence originale, on remarque que tous les phénomènes dynamiques locaux sont extraits. En effet, aucune couleur ne se démarque des autres, les mouvements estimés sont principalement dus à l'écume, turbulente et sans direction privilégiée. Lorsque le calcul du flot optique s'effectue sur la composante géométrique de la vidéo, on observe une seule direction présente, celle des vagues principales (front d'onde). L'histogramme des orientations, bien plus isotrope dans le cas de la séquence originale que dans celui de la composante géométrique, indique bien cette direction.

### 5 Conclusion et perspectives

De nombreuses textures dynamiques peuvent se modéliser comme des ondes se propageant à grande échelle auxquelles s'ajoutent des phénomènes oscillants locaux. Nous montrons dans cet article que l'approche des MCA, étendue au temps, est très bien adaptée à la décomposition en ces différents phénomènes. Elle souffre cependant d'un temps de calcul important. Après avoir précisé les différents dictionnaires utilisés, nous proposons une nouvelle stratégie de seuillage adaptatif, SSaCL, conduisant à un gain important en terme de temps de calcul : par rapport à la stratégie originelle, nous réduisons d'environ un facteur 5 les temps de calculs nécessaires. Dans le cadre de l'indexation de textures dynamiques, ceci permet de relâcher quelque peu les contraintes de faible résolution et de durée lors de requêtes se présentant sous la forme d'une séquence d'images. Les résultats présentés dans la dernière section mettent en évidence les différents phénomènes complexes présents dans une texture dynamique. Enfin, cette décomposition est appliquée à l'estimation du mouvement global. Cette application montre que l'utilisation de la composante géométrique 2D+T permet une estimation plus robuste du mouvement dominant. On peut donc penser que les différentes composantes obtenues à l'aide de l'algorithme des MCA permettront d'ex-

<sup>2</sup>. Ces vidéos et les résultats sont visibles à l'adresse : [http://mia.univ-larochelle.fr/demos/dynamic\\_textures/](http://mia.univ-larochelle.fr/demos/dynamic_textures/)

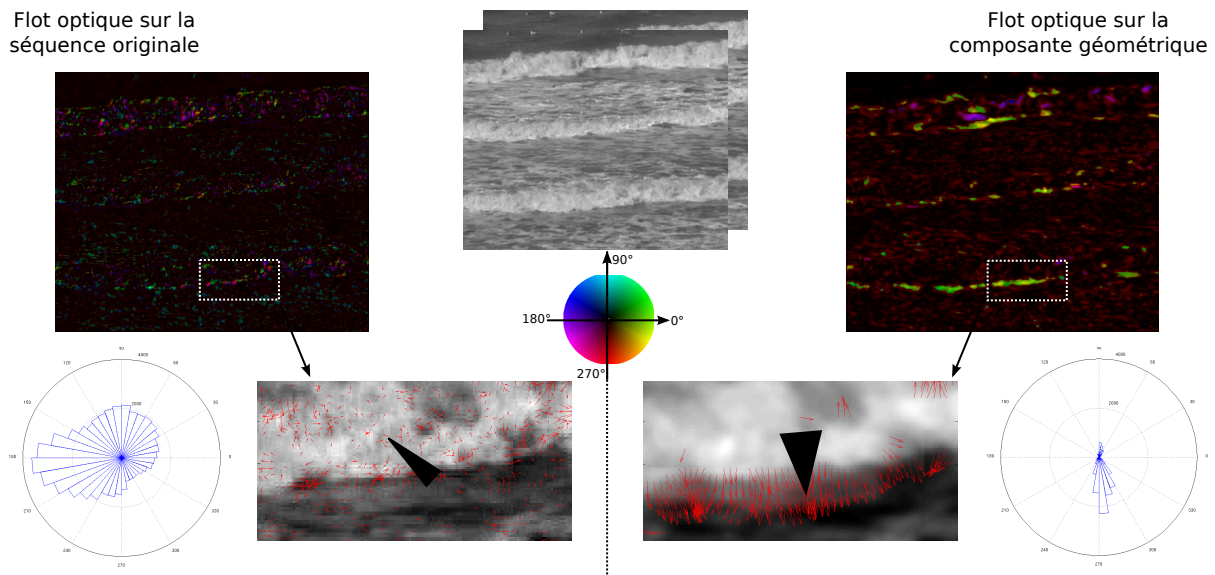


Figure 5 – Résultats du flot optique Horn-Shunk sur une vidéo originale et sur la composante géométrique de cette vidéo. Les triangles noirs des images du dessous représentent la direction moyenne et l'écart-type du champ de vecteurs estimé.

traire des signatures discriminantes : signatures liés à la géométrie de la texture dynamique (direction principale du mouvement, homogénéité du mouvement global, ...) et signatures caractérisant les phénomènes plus locaux (turbulence, mouvement de convection ...). Plusieurs autres applications de cette décomposition spatio-temporelle sont envisageables, comme annuler ou modifier la dynamique de certains phénomènes, ou bien masquer certains objets évoluant sur des fonds dynamiques (par exemple éliminer la présence du canard de la vidéo de la figure 3).

## Références

- [1] R.C. Nelson et R. Polana. Qualitative recognition of motion using temporal texture. *CVGIP : Image Underst.*, 56(1) :78–89, 1992.
- [2] R. Péteri et D. Chetverikov. Qualitative characterization of dynamic textures for video retrieval. Dans *ICCVG 2004*, volume 32, pages 33–38, 2004.
- [3] P. Saisan, G. Doretto, Y.N. Wu, et S. Soatto. Dynamic texture recognition. Dans *CVPR'01*, volume 2, pages 58–63, Kauai, Hawaii, December 2001.
- [4] G. Doretto, A. Chiuso, Y.N. Wu, et S. Soatto. Dynamic textures. *Int. Journal of Computer Vision*, 51(2) :91–109, February 2003.
- [5] G. Doretto, D. Cremers, P. Favaro, et S. Soatto. Dynamic texture segmentation. Dans *ICCV'03*, volume 2, pages 1236–1242, 2003.
- [6] S. Dubois, R. Péteri, et M. Ménard. A comparison of wavelet based spatio-temporal decomposition methods for dynamic texture recognition. Dans *IbPRIA'09*, volume 5524, pages 314–321, Povoia de Varzim, Portugal, 2009.
- [7] T.F. Chan, S. Osher, et J. Shen. The digital tv filter and nonlinear denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(2) :231–241, 2001.
- [8] J.F. Aujol et A. Chambolle. Dual norms and image decomposition models. *Int. J. Comput. Vision*, 63(1) :85–104, 2005.
- [9] J.L. Starck, M. Elad, et D.L. Donoho. Image decomposition via the combination of sparse representations and a variational approach. *IEEE Trans. on Image Processing*, 14 :1570–1582, 2005.
- [10] J-L. Starck, M. Elad, et D.L. Donoho. Redundant multiscale transforms and their application for morphological component analysis. *Advances in Imaging and Electron Physics*, 132, 2004.
- [11] S. Dubois, R. Péteri, et M. Ménard. A 3D discrete curvelet based method for segmenting dynamic textures. Dans *ICIP'09*, pages 1373–1376, Cairo, Egypt, November 2009.
- [12] E. Candès, L. Demanet, D.L. Donoho, et L. Ying. Fast discrete curvelet transforms. Rapport technique, California Institute of Technology, 2005.
- [13] Renaud Péteri, Sándor Fazekas, et Mark J. Huiskes. DynTex : a Comprehensive Database of Dynamic Textures. *Pattern Recognition Letters*, doi : 10.1016/j.patrec.2010.05.009. [http ://projects.cwi.nl/dyntex/](http://projects.cwi.nl/dyntex/).
- [14] J. Bobin, J-L. Starck, J.M. Fadili, Y. Moudden, et D.L. Donoho. Morphological component analysis : An adaptive thresholding strategy. Dans *IEEE Trans. on image processing*, pages 2675–2681. IEEE, 2007.
- [15] B.K.P. Horn et B.G. Schunck. Determining optical flow. *Journal AI*, 17 :185–203, 1981.