

Squelette Euclidien Discret Connecté (DECS) résistant au bruit pour l'appariement de formes basé graphes

A. Leborgne¹, J. Mille² et L. Tougne³

¹INSA de Lyon

²Université Lyon 1

³Université Lyon 2

Résumé

The skeleton is an essential shape descriptor providing a compact representation of a shape that can be used in real object recognition context. However, due to the discretization, the required properties to use it for graph matching - homotopy to the shape, consequently connectivity, thinness, robustness to noise - may become difficult to obtain simultaneously. In this paper, we propose a new skeletonization algorithm having all this properties, based on the Euclidean distance map. More precisely, the algorithm combines in a clever manner the centers of maximal balls included in the shape and the ridges of the distance map. A post-processing is then applied to thin and prune the resulting skeleton. We compare the proposed method to three fairly recent methods and show its good properties.

Le squelette est un descripteur de formes important qui fournit une représentation compacte de la forme étudiée pouvant être utilisée en reconnaissance d'objets réels. Néanmoins, du fait de la discrétisation, les propriétés requises pour construire un graphe (finesse, robustesse au bruit, homotopie, donc par conséquent connexité) peuvent être difficiles à obtenir simultanément. La squelettisation proposée, basée sur la carte de distance, a toutes ces propriétés. Plus précisément, l'algorithme extrait les centres des boules maximales de la forme ainsi que les crêtes de la carte de distance pour les combiner de manière intelligente. Un post-traitement est utilisé pour amincir et élaguer le squelette. Ces différentes étapes se font en temps linéaire. Le squelette ainsi obtenu a été comparé à d'autres squelettes de la littérature et nous avons mis en évidence ses « bonnes » propriétés pour l'appariement de graphes.

Mots clé : Carte de Distance Euclidienne, boules maximales, squelette, détection de points de crêtes, résistance au bruit.

1. Introduction

Considérons la reconnaissance d'objets 2D obtenus après une étape de segmentation d'images. Une des méthodes pour résoudre ce problème est d'extraire un ensemble de caractéristiques de l'objet à reconnaître (à classifier), et des objets représentatifs de la base de données, puis de les comparer. Ces descripteurs peuvent provenir du contour de la forme (périmètre, élongation, compacité, courbures ...) ou de son intérieur (couleur(s), texture, squelette ...). Contrairement à de nombreux descripteurs, le squelette ne donne pas une information quantitative. Il s'agit d'une compression de la forme permettant de conserver son apparence globale, ses propriétés topologiques et géométriques. En d'autres termes, un algorithme de squelettisation convertit une image binaire contenant un objet en un réseau de lignes décrivant la forme

et la topologie de la structure de l'objet [BLL07]. Pour comparer les squelettes de différentes formes, l'idée est de les convertir en graphes (les branches étant les arêtes et, les points de jonction et les points extrémités étant les sommets) qui seront appariés. Cependant, pour qu'un squelette puisse facilement être converti en un graphe, il est nécessaire qu'il ait les propriétés suivantes, qui ne sont pas triviales lorsque la forme est représentée par un ensemble de points dans \mathbb{Z}^2 :

- connexion : si le squelette n'est pas connecté, le graphe ne sera pas connecté non plus ;
- minceur (branches de 1 pixel d'épaisseur) : un squelette épais génère des problèmes d'extraction de chemins.

De plus, dans le but d'obtenir des appariements efficaces et pertinents dans un contexte d'objets réels, il est nécessaire de construire des squelettes résistants au bruit. En d'autres termes, une légère déformation du bord, ne modifiant pas l'allure générale de la forme, ne doit pas générer de branches. Les algorithmes de la littérature ont beaucoup de difficultés à satisfaire simultanément toutes ces propriétés. Dans \mathbb{Z}^2 , ils peuvent être classifiés de cette manière :

- méthodes de squelettisation basées sur un amincisse-

ment [LLS92, STRA10] : De manière intuitive, il s'agit de "peler" une forme pour obtenir un ensemble de points connectés d'épaisseur un pixel, qui préserve la topologie de la forme. Autrement dit, l'amincissement est une opération dont le but est de supprimer itérativement tous les points simples non terminaux. Le principal problème de ces méthodes est la sensibilité au bruit.

- méthodes de squelettisation basées sur la carte de distance [CLS03, LLBL07, SBTZ02, CM07, RT05] : L'objectif est d'identifier les points clés sur une carte de distance choisie, dans laquelle chaque pixel est associé à la valeur de sa distance au plus proche pixel de fond. Le problème, ici, est d'arriver à extraire suffisamment de points pour obtenir un squelette connecté et fin.

Comme dit précédemment, la reconnaissance d'objets requiert une représentation de formes qui soit peu sensible aux changements mineurs. Or, l'inconvénient majeur du squelette, de manière générale, est sa sensibilité au bruit sur le bord de la forme. Pour y remédier, il est courant d'utiliser un traitement qui peut être de deux types :

- lissage du bord de la forme : ceci est effectué avant le calcul du squelette pour faire disparaître le bruit du bord non désiré ainsi que les artefacts de discrétisation [DPS00]. Cependant, dans ce cas, on ne maîtrise pas les effets du lissage sur l'allure générale du squelette.
- suppression des branches non désirées du squelette : il s'agit d'un post-traitement au calcul du squelette (appelé élagage [LWZH13, BLL07]) basé sur des mesures de prépondérances locales ou globales.

L'algorithme proposé, appelé DECS, exploite la carte de distance de deux manières. Tous d'abord, il calcule les centres des boules maximales contenus dans la forme (une boule maximale est un disque contenu dans la forme qui n'est pas entièrement contenu dans une autre boule maximale de la forme). Puis, il connecte les centres de ces boules maximales grâce à une méthode basée sur le filtre LoG appliqué à la carte de distance. Ceci permet d'obtenir un squelette connecté et résistant au bruit.

Avant de détailler la méthode proposée en Section 3, nous décrivons brièvement en Section 2, trois méthodes de la littérature faisant partie de l'état de l'art grâce à leurs propriétés. Ces méthodes seront comparées à la notre en Section 4.

2. Méthodes utilisées pour les comparaisons

Nous avons choisi de comparer notre méthode (DECS) à trois méthodes existantes : K3M est une méthode récente d'amincissement, les méthodes de Choi *et al* et Hamilton-Jacobi Skeleton sont deux méthodes basées sur la carte de distance, tout comme la méthode proposée.

2.1. K3M [STRA10]

Il s'agit d'une des dernières méthodes d'amincissement. C'est une version modifiée de KMM [SRT01]. L'algorithme commence par détecter les points du bord de la forme puis il les supprime en parallèle si la configuration de leurs voisins le permet. Ces opérations sont répétées jusqu'à ce que

l'amincissement soit stable. L'intérêt de cet algorithme est qu'il fournit un amincissement précis. De plus, il est utilisable facilement dans une large gamme d'applications du fait de la clarté et de la simplicité des différentes étapes de calcul.

2.2. Méthode de Choi *et al* : Squelette Euclidien basé sur un critère de connexité [CLS03]

Cette méthode de squelettisation est basée sur une carte de Distance Euclidienne Séquentielle Signée (8SSED) [Ye88]. Un critère de connexité est proposé pour déterminer l'appartenance, ou non, d'un pixel donné au squelette. Ce critère est basé sur un ensemble de paires de points le long du bord de l'objet, qui sont les points de contour les plus proches du pixel considéré et de ses 8 voisins. Cette méthode est intéressante du fait de son utilisation récente dans les travaux de Bai et Latecki concernant l'appariement de graphes [BL08].

2.3. Hamilton-Jacobi Skeleton [SBTZ02]

Cette méthode est basée sur le gradient de la carte de distance Euclidienne. Les vecteurs obtenus sont dirigés vers les crêtes de la carte de distance (*cf* Figure 1). Plus il y a de vecteurs qui convergent vers un point p , plus la valeur de crête de p est élevée. Un point appartient au squelette si sa valeur de crête est assez élevée et qu'il n'est pas un point simple.

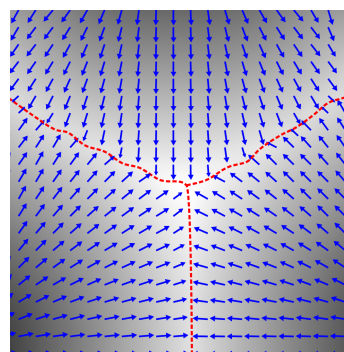


Figure 1: Champ de vecteurs ∇EDT généré grâce au calcul du gradient de la Transformée en Distance Euclidienne. Les vecteurs sont dirigés vers les crêtes de la carte de distance. Les crêtes sont représentées en rouge sur la figure.

3. Méthode permettant l'extraction de DECS

3.1. Vue d'ensemble

Notons $\mathcal{I} \subset \mathbb{Z}^2$ une image de taille $M \times N$ et $S \subset \mathcal{I}$ une forme 8-connexe (cette hypothèse est utilisée afin d'assurer la connexité du squelette) trouée ou non. Notons p un pixel de S et $N_8(p)$ l'ensemble des huit voisins 8-connexes de p .

La figure 2 donne une vue générale de la méthode proposée.

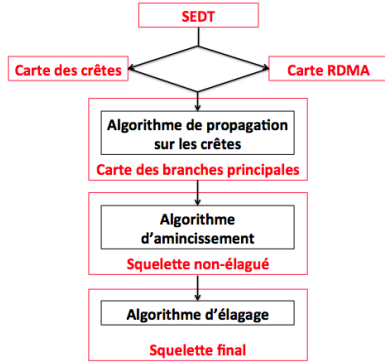


Figure 2: Diagramme de l'algorithme DECS

Durant la première étape, le calcul de la carte de distance Euclidienne au carré, nommée SEDT, est réalisé [MRH00] (*cf* subsection 3.2). Cette carte est la base des deux étapes suivantes, qui se déroulent en parallèle. D'une part, nous calculons les centres des boules maximales (*cf* subsection 3.3) [CM07] qui sont des points de squelette mais qui ne sont pas connectés. Ces boules sont stockées dans la carte RDMA. D'autre part, nous appliquons un Laplacien de Gaussienne (filtre LoG) sur la carte de distance Euclidienne pour extraire la carte des crêtes (*cf* subsection 3.4). Notons que les crêtes contiennent les centres des boules maximales. Par conséquent, nous utilisons la carte des crêtes pour connecter les centres des boules maximales obtenus auparavant. Nous utilisons un post-traitement, à savoir un amincissement et un élagage, pour obtenir un squelette utilisable pour l'appariement de graphes (*cf* subsection 3.5).

3.2. Transformée en Distance Euclidienne au carré (SEDT)

La distance Euclidienne a été choisie pour sa précision. En effet, elle produit une distance exacte contrairement à la distance de Chanfrein, par exemple. La technique que nous utilisons [CM07, MRH00] est basée sur un algorithme séparable (*i.e.* il procède par passes successives sur chaque dimension). Il a donc une complexité linéaire en n , le nombre de pixels de S . Le but de la SEDT en dimension 2 est de calculer une carte appelée $SEDT\ map = \{sedt(i, j)\}_{i, j}$ telle que chaque point (i, j) de S obtienne une étiquette qui soit la distance Euclidienne au carré au plus proche point appartenant à \bar{S} , où \bar{S} est le complément de S .

Plus formellement :

$$sedt(i, j) = \min\{(i-x)^2 + (j-y)^2; 0 \leq x < M, 0 \leq y < N \text{ et } (x, y) \in \bar{S}\}$$

pour chaque point (i, j) de S .

Une représentation est donnée à la Figure 3.



Figure 3: Représentation de la carte de distance Euclidienne au carré, dans laquelle les valeurs les plus grandes tendent vers le blanc alors que les valeurs les plus petites tendent vers le noir.

3.3. Axe Médian Discret Réduit (RDMA) [CM07]

Pour chaque point p de S de coordonnées (i, j) , la SEDT en ce point représente le rayon au carré de la plus grande boule centrée en p incluse dans la forme. Comme le squelette contient les centres des boules maximales, l'idée principale est de déterminer ces points en utilisant la $SEDT\ map$. Pour cela, il est nécessaire d'avoir un test d'inclusion, qui détermine si une boule est incluse dans une autre, ou pas. Plus formellement, définissons la notion de boule maximale discrète :

Définition 1 (boule maximale discrète)

Soit $d^2 : \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ une distance Euclidienne au carré discrète.

Une boule de centre c et de rayon r relative à la distance d^2 est définie par :

$$B_2^<(c, r) = \{q \in \mathbb{Z}^2 \mid d^2(c, q) < r^2\}$$

Une boule maximale discrète est une boule discrète contenue dans la forme, non entièrement recouverte par une autre boule discrète, elle aussi contenue dans la forme.

La Figure 4 illustre ce concept.

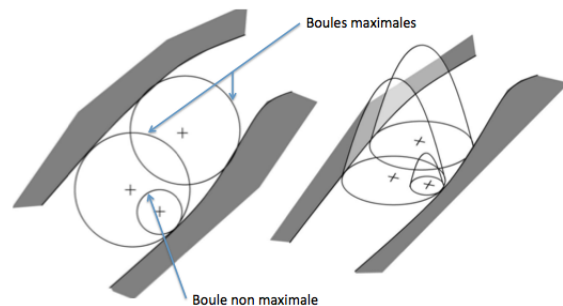


Figure 4: (à gauche) : Illustration du concept de boule maximale. (à droite) : Représentation des boules par des paraboloïdes elliptiques [CM07].

Pour réaliser cette étape, nous avons utilisé la méthode de Coeurjolly [CM07], qui est elle aussi séparable et a une complexité linéaire en n . L'idée générale est de représenter les boules discrètes par des paraboloïdes elliptiques (*cf* Figure

4) pour ne conserver que ceux appartenant à l'enveloppe supérieure. Pour illustrer, si l'on pose un drap, épousant parfaitement les courbes, sur l'ensemble des paraboloides, on ne conserve que ceux qui sont en contact avec ce drap. Les centres des boules maximales sont alors les centres des paraboloides qui ont été conservés.

Un exemple est présenté à la Figure 5.

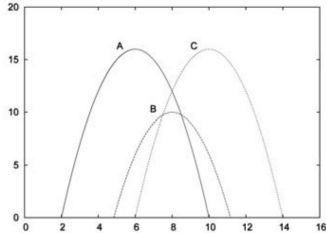


Figure 5: Coupe verticale représentant $\{A, B, C\}$, trois boules maximales. $\{A, C\}$ appartient au squelette, mais pas $\{B\}$ car $\{B\}$ est recouvert par l'union de $\{A\}$ et $\{C\}$ [CM07].

La Figure 6 met en évidence le fait que le RDMA n'est pas connexe, ce qui est son inconvénient majeur. Par la suite, nous extrayons des caractéristiques sur la carte de distance associée à la forme pour permettre la construction d'un squelette connecté.

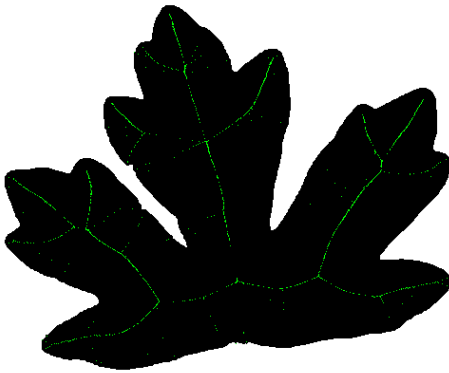


Figure 6: RDMA d'une feuille d'arbre.

3.4. Filtrage Laplacien de Gaussienne (LoG)

Notons que les branches du squelette correspondent aux crêtes de la carte de distance. L'opérateur Laplacien, qui détermine les variations locales de second ordre, permet de les extraire. Il existe différentes manières d'approximer le Laplacien sur une grille discrète. Une des méthodes les plus classiques est l'utilisation de ce masque :

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

Lorsque nous appliquons ce masque sur la *SEDTmap*, les crêtes sont mises en évidence par des valeurs négatives. En revanche, sur les pentes linéaires, les valeurs sont proches de zéro. Nous pouvons alors considérer le Laplacien négatif comme une mesure de crête. Cependant, le Laplacien est très sensible au bruit quand nous le calculons seul sur la carte

de distance, comme nous pouvons le voir à la Figure 7a. Par conséquent, nous utilisons une Gaussienne pour filtrer le bruit. Plus exactement, nous allons convoluer la carte de distance avec le filtre Laplacien de Gaussienne (LoG) négatif d'écart type $\sigma = 1$. Nous obtenons ainsi la carte de crête rdg.

$$\text{rdg}(x, y) = -(\text{EDT} * \text{LoG})(x, y)$$

avec

$$\text{LoG}(x, y) = -\frac{1}{\pi\sigma^4} \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right) \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right)$$

Un exemple est montré à la Figure 7b. Nous nous apercevons que seules les branches principales sont mises en évidence. Comme le masque obtenu est séparable, la complexité de l'opération de filtrage est linéaire (en $O(\sigma n)$).

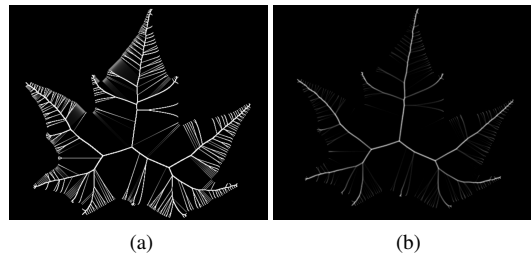


Figure 7: a) représente le Laplacien négatif de la carte de distance Euclidienne et b) est la carte des crêtes, résultant de la convolution de EDT avec un filtre LoG négatif.

À noter qu'un simple seuillage de rdg n'est pas suffisant pour extraire un squelette. En effet, certaines branches principales, qui devraient être conservées, peuvent être déconnectées puisque les valeurs de la carte des crêtes ne sont pas constantes le long des branches. L'idée proposée est donc de combiner le RDMA et la carte des crêtes afin de déterminer la situation des branches principales (où il y a assez de centres de boules maximales et où la carte des crêtes a des valeurs suffisamment élevées) et de connecter l'ensemble en utilisant la carte des crêtes comme guide.

3.5. Algorithme DECS

Dans cette sous-section, nous présentons le coeur de notre algorithme : il s'agit de la propagation des boules maximales sur les crêtes (Algorithme 1). Cet algorithme génère un étiquetage $H = \{h(i, j)\}_{i, j}$ indiquant si un point est un centre de boule maximale ou une crête. Les étiquettes possibles sont $\{NONE, MAX_BALL, STRONG_RIDGE, RIDGE\}$, où *MAX_BALL* sont les points notés comme centres de boules maximales, *STRONG_RIDGE* sont les points notés comme ayant une valeur de crête supérieure ou égale à $th_{ridge-high}$, *RIDGE* sont les points notés comme ayant une valeur de crête supérieure ou égale à $th_{ridge-low}$ et inférieure à $th_{ridge-high}$, et *NONE* sont les points notés comme n'appartenant pas au futur squelette. $th_{ridge-low}$ vaut toujours 0.05 alors que $th_{ridge-high}$ varie entre $th_{ridge-low}$ et 1.1. Ces valeurs ont été fixées par expérimentation. L'algorithme utilise une technique de propagation à partir des

centres des boules maximales puisqu'ils appartiennent, de manière sûre, aux branches du squelette. L'algorithme de propagation ne conserve que les points qui sont connectés par un chemin de points de crêtes (*STRONG_RIDGE* ou *RIDGE*) ou de centres de boules maximales (*MAX_BALL*). À la fin de cet algorithme, le squelette est l'ensemble des points ayant une étiquette différente de *NONE*. Il comprend toutes les branches principales mais a un inconvénient. En effet, le squelette a une épaisseur supérieure à 1 pixel. Un exemple est présenté à la Figure 8.



Figure 8: Un exemple de résultat obtenu avec l'Algorithme 1. Les centres des boules maximales apparaissent en vert, les valeurs de crêtes supérieures ou égales à $th_{ridge-high}$ sont visibles en bleu et les valeurs de crêtes comprises entre $th_{ridge-low}$ et $th_{ridge-high}$ en rouge.

Pour obtenir un squelette fin, nous avons utilisé l'algorithme d'amincissement MB2 [MMPL99, M.B99]. Cet algorithme permet d'obtenir une courbe dont l'épaisseur est de un ou deux pixel(s) (en fonction de la parité de l'épaisseur de la forme pour la branche correspondante). Il s'agit d'un algorithme itératif parallèle. Il est basé sur la suppression de points simples en fonction de leur configuration (Figure 9). L'algorithme d'amincissement MB2 est détaillé dans le pseudocode de l'Algorithme 2. L'idée principale est de supprimer simultanément les pixels dont les voisins ne s'apparient pas avec les configurations α_1, α_2 tout en conservant la connexité (configuration β), jusqu'à la stabilisation de l'amincissement.

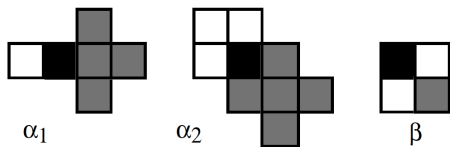


Figure 9: Trois configurations utilisées par l'algorithme d'amincissement MB2. Les pixels noirs et gris appartiennent à \mathcal{S} et les pixels blancs à $\bar{\mathcal{S}}$.

Algorithme 1 Pseudocode de l'algorithme de propagation sur les crêtes.

```

1: Entrées : RDMA, rdg,  $th_{ridge-high}$ ,  $th_{ridge-low}$ .
2: Sorties :  $h$  :  $\mathcal{S} \rightarrow \{NONE, MAX\_BALL, STRONG\_RIDGE, RIDGE\}$ 
3: Variables :  $p, q, max\_SEDt \in \mathbb{Z}^2$ ,  $st$  une pile de points,  $visits$  un ensemble de points.
4:
5: pour tout  $p \in \mathcal{I}$  faire
6:    $h(p) := NONE$ 
7: fin pour
8:  $visits := \emptyset$ 
9:  $max\_SEDt := \operatorname{argmax}_{p \in RDMA} sedt(p)$ 
10:  $add(st, max\_SEDt)$ 
11:  $visits := visits \cup \{max\_SEDt\}$ 
12: tant que  $nonVide(st)$  faire
13:    $p := popTopElement(st)$ 
14:   pour tout  $q \in N_8(p)$  tel que  $q \notin visits$  faire
15:     si  $q \in RDMA$  alors
16:        $h(q) := MAX\_BALL$ 
17:        $add(st, q)$ ;
18:     sinon
19:       si  $rdg(q) \geq th_{ridge-high}$  alors
20:          $h(q) := STRONG\_RIDGE$ 
21:          $add(st, q)$ ;
22:       sinon
23:         si  $th_{ridge-low} \leq rdg(q) < th_{ridge-high}$  alors
24:            $h(q) := RIDGE$ 
25:            $add(st, q)$ ;
26:       fin si
27:     fin si
28:    $visits := visits \cup \{q\}$ 
29:   fin pour
30: fin tant que

```

Algorithme 2 Algorithme d'amincissement MB2

```

1: Entrées :  $Sk$  (squelette épais).
2: Sorties :  $Sk$  (squelette fin).
3: Variables :  $p_b \in \mathbb{Z}^2$  bord de la forme.
4:
5: répète
6:   pour tout  $p_b$  de  $Sk$  faire
7:      $i := 0$ 
8:     tant que  $i \leq 3$  et  $p_b$  n'est pas marqué faire
9:       Faire une rotation de  $i \times \frac{\pi}{2}$  des modèles  $\alpha_1, \alpha_2$ 
       et  $\beta$ 
10:      si Il y a une coïncidence exacte de l'image avec
       l'intégralité de la configuration  $\alpha_1$  ou  $\alpha_2$  mais
       pas avec la configuration  $\beta$  alors
11:        Marquer  $p_b$ 
12:         $i++$ 
13:      fin si
14:    fin tant que
15:  fin pour
16:  Supprimer tous les pixels marqués de  $Sk$ 
17: tant que l'ensemble des points marqués  $\neq$  vide

```

Le résultat de cet algorithme est un squelette, Sk , tel que toutes les branches ont une épaisseur de un pixel en 8-connexité. En d'autres termes, nous ne pouvons plus supprimer de points simples sans modifier la topologie. Un exemple de résultat est montré à la Figure 10. À la fin de cette étape, le squelette est fin et connecté mais peut posséder des branches insignifiantes pour l'appariement de graphes. L'étape suivante, qui est optionnelle, est la suppression de ces branches.

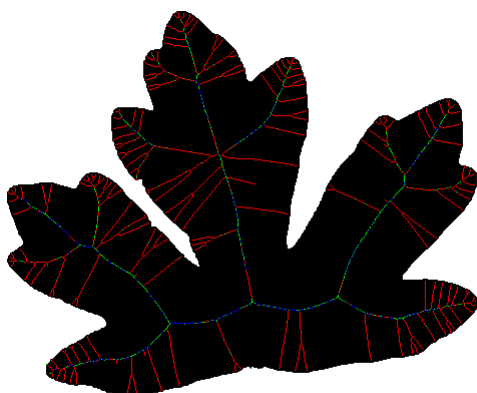


Figure 10: Un exemple de résultat de l'algorithme d'aminçissement MB2 appliqué au squelette après propagation sur les crêtes. Les centres des boules maximales apparaissent en vert, les valeurs de crêtes supérieures ou égales à $th_{ridge-high}$ sont visibles en bleu et les valeurs de crêtes comprises entre $th_{ridge-low}$ et $th_{ridge-high}$ en rouge.

L'élagage se réalise en parcourant chaque branche terminale tant que le squelette n'est pas stable. Une branche terminale est supprimée si tous les points ont une valeur de crête inférieure à $th_{ridge-high}$ ou si le pourcentage de boules maximales dans cette branche est inférieur à $th_{perc-max-ball}$. Les seuils peuvent être appris sur un ensemble de données d'entraînement lors du processus de l'appariement de formes. Lors de cette étape d'élagage, chaque point du squelette est visité une seule fois, donc la complexité est linéaire en $|Sk|$.

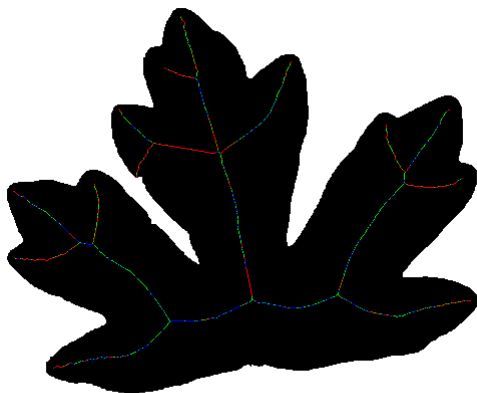
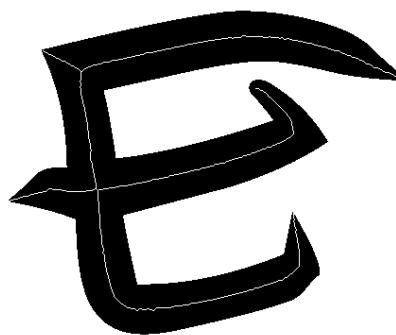
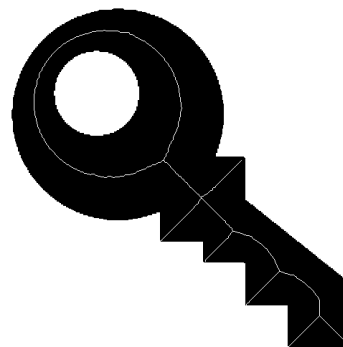


Figure 11: Un exemple de squelette final obtenu grâce à la méthode DECS après élagage. Les centres des boules maximales apparaissent en vert, les valeurs de crêtes supérieures ou égales à $th_{ridge-high}$ sont visibles en bleu et les valeurs de crêtes comprises entre $th_{ridge-low}$ et $th_{ridge-high}$ en rouge.

Finalement, la forme S a un squelette qui contient tous les points de H qui sont étiquetés MAX_BALL , $STRONG_RIDGE$ ou $RIDGE$. Un exemple de résultat est montré à la Figure 11. Durant toute cette section, nous avons montré que la complexité totale de la méthode proposée est linéaire en n . Nous pouvons observer, à la figure 12, trois exemples de squelettes obtenus avec la méthode DECS.



(a) $th_{perc-max-ball}=0,35$; $th_{ridge-high}=1,1$



(b) $th_{perc-max-ball}=0,35$; $th_{ridge-high}=1$



(c) $th_{perc-max-ball}=0,35$; $th_{ridge-high}=1$

Figure 12: Exemples de squelettes obtenus avec la méthode DECS. $th_{ridge-low}$ vaut toujours 0.05.

4. Résultats et comparaisons

Dans cette section, nous allons tester différentes propriétés telles que la connexité et la tolérance au bruit. De plus, nous allons comparer notre méthode aux trois méthodes décrites dans la Section 2. Nous allons également faire une comparaison de leur complexité. Tous les tests sont réalisés sur une base de formes créée par Latecki et Lakamper [LLE00] avec, approximativement, un millier de formes.

4.1. Complexité

Nous avons vu que la méthode proposée avait une complexité linéaire en n . En effet, le calcul de la carte de distance ainsi que de la carte des crêtes se déroulent en temps linéaire, tout comme l'extraction du centre des boules maximales. Les algorithmes de propagation, amincissement et élagage parcourent chaque pixel de la forme une fois. Les insertions et suppressions dans les piles et ensembles sont réalisées en temps constant. K3M et la méthode de Choi *et al* ont aussi une complexité linéaire. Cependant, la méthode Hamilton-Jacobi Skeleton a une complexité théorique en $O(n \log n)$. Au regard de ce critère, cette dernière méthode est moins intéressante.

4.2. Influence des paramètres

Dans la sous-section 4.4, nous avons effectué des tests de vérité terrain dans lesquels chaque méthode est testée dans ses meilleures conditions. Pour chaque image, nous avons choisi, pour chaque méthode, le(s) seuil(s) qui fournissent les meilleurs résultats. Concernant la méthode de Choi *et al*, le nombre de branches inutiles décroît lorsque ρ (seuil de la méthode de Choi *et al*) augmente. Le seuil qui permet d'obtenir le meilleur résultat est $\rho = 803$. L'opposé est vrai pour la méthode Hamilton-Jacobi Skeleton. En d'autres termes, plus th_{AOF} (seuil de la méthode Hamilton-Jacobi Skeleton) décroît, et plus il y a de branches insignifiantes. Les meilleurs résultats pour cette méthode sont obtenus avec un seuil moyen valant -3.06 . Concernant la méthode proposée, la suppression des branches inutiles dépend de la combinaison de deux seuils. Ces deux seuils sont complémentaires. Plus $th_{perc-max-ball}$ et $th_{ridge-high}$ augmentent, et moins il y a de branches indésirables. Les seuils moyens retenus pour cette méthode sont $th_{perc-max-ball} = 0.34$ et $th_{ridge-high} = 0.58$.

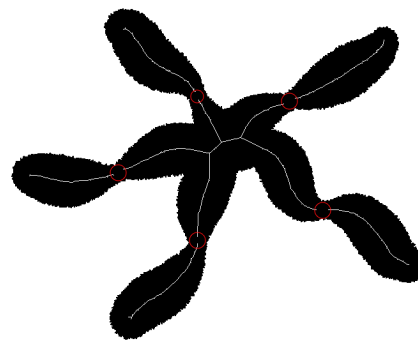
4.3. Connexité

Les méthodes K3M, Hamilton-Jacobi Skeleton et DECS permettent d'obtenir un squelette connecté dans n'importe quelle situation. En revanche, dans la méthode de Choi *et al*, lorsque le seuil devient grand, la connexité n'est plus garantie. Un élagage idéal permettrait de conserver l'allure générale de la forme tout en supprimant les branches insignifiantes. Avec la méthode de Choi *et al*, lorsque l'élagage est effectué, des déconnexions peuvent apparaître le long du squelette, ce qui altère l'information concernant l'allure générale de la forme. À la vue de ce critère, cette dernière méthode est inutilisable en l'état, pour faire de l'appariement de graphes car elle ne conserve pas la topologie de la forme.

Notons que ce critère est primordial pour nous, puisque notre but est de calculer un graphe basé sur le squelette. Cette déconnexion est mise en évidence à la Figure 13.

Méthode	Connexité	Image
DECS	oui	
Choi et al	non	
Hamilton-Jacobi Skeleton	oui	
K3M	oui	

(a)



(b)

Figure 13: a) Comparaison de la connexité des 4 méthodes étudiées, b) Mise en évidence de la déconnexion du squelette obtenu avec la méthode de Choi *et al* ($\rho = 850$).

4.4. Résistance au bruit

L'avantage d'utiliser une méthode ayant besoin de seuil(s) est que la résistance au bruit est réglable. Cependant, la difficulté est de faire la distinction entre les informations importantes liées au bord de la forme et le bruit.

Pour tester la tolérance au bruit, nous avons créé 15 squelettes théoriques. Pour ce faire, nous avons dessiné manuellement des squelettes 8-connectés ayant des branches d'un pixel d'épaisseur. En utilisant des fonctions linéaires, sinusoidales et logarithmiques, nous avons attribué à chaque

pixel une valeur de rayon de la boule maximale lui correspondant. Puis, grâce à ces valeurs, nous avons créé les formes "théoriques" en construisant les boules pour chacun des pixels. Le bruit est ajouté de façon aléatoire en bougeant, dans \mathbb{Z}^2 , chaque pixel de k pixels le long de son vecteur normal. Pour nos tests, nous avons utilisé $noise_1$ où $k \in [-1; 1]$ et $noise_2$ où $k \in [-2.5; 2.5]$. Nous avons testé les 3 méthodes pouvant s'adapter au bruit : la méthode de Choi *et al*, la méthode Hamilton Jacobi Skeleton et la méthode DECS. Pour chaque méthode, nous avons sélectionné un squelette de référence. Pour cela, nous avons fait varier les seuils et nous avons retenu le squelette le plus proche du squelette théorique du point de vue de la Distance de Hausdorff Modifiée (MHD). Une illustration de ces différents squelette est donnée à la Figure 15.

Définition 2 (Distance de Hausdorff Modifiée :MHD) Soit P et Q deux ensembles de points. Nous définissons leur Distance de Hausdorff Modifiée $MHD(P, Q)$ par :

$$MHD(P, Q) = \max\left\{ \frac{1}{|P|} \sum_{p \in P} \min_{q \in Q} \{d(p, q)\}, \frac{1}{|Q|} \sum_{q \in Q} \min_{p \in P} \{d(q, p)\} \right\}$$

En d'autres termes, la distance de Hausdorff Modifiée est la distance moyenne entre le squelette obtenu et le squelette de référence.

Concernant les squelettes calculés à partir des formes bruitées par $noise_1$ et $noise_2$, nous avons aussi fait varier les seuils et, pour chaque méthode et, pour chaque image, nous avons retenu le squelette le plus proche du squelette de référence en considérant MHD. Une illustration de ces deux squelettes se trouve à la Figure 15. Pour $i \in [1 \dots 15]$, pour $t = th_{AOF} \in [-6 \dots -0, 1]$ pour la méthode Hamilton Jacobi Skeleton, pour $t = p \in [4 \dots 3000]$ pour la méthode de Choi *et al* et t étant la combinaison de $th_{perc-max-ball} \in [0 \dots 1]$ et $th_{ridge-high} \in [0, 1 \dots 1, 1]$ pour DECS. Pour chaque bruit : $MHD(\text{bruit}, \text{méthode}) = \text{moyenne}_i(\min_t(\text{mhd}(i, t, \text{méthode}, \text{bruit})))$ où $\text{mhd}(i, t, \text{méthode}, \text{bruit})$ est la distance de Hausdorff Modifiée entre le squelette de référence et le squelette retenu pour une image i donnée, un seuil t donné, une méthode donnée et un bruit donné. Le résultat de cette expérience est présenté à la Figure 14.

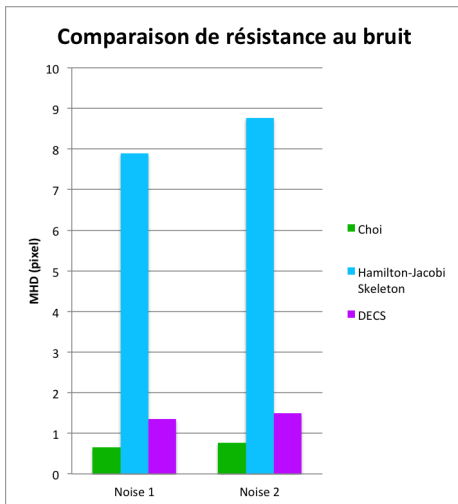
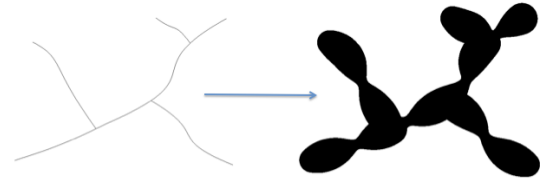
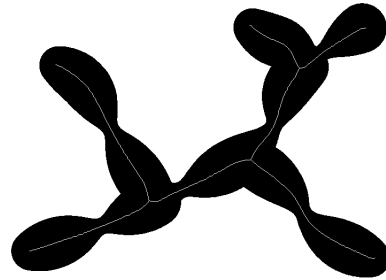


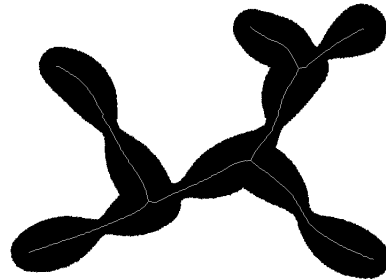
Figure 14: Comparaison en terme de résistance au bruit.



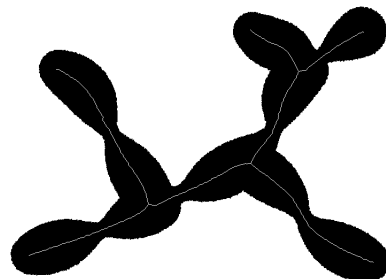
(a)



(b) $th_{perc-max-ball}=0,2$; $th_{ridge-high}=0,4$



(c) $th_{perc-max-ball}=0,3$; $th_{ridge-high}=0,5$



(d) $th_{perc-max-ball}=0,5$; $th_{ridge-high}=0,7$

Figure 15: a) Squelette théorique et construction de l'image théorique associée, b) Squelette de référence, c) Squelette associé au Noise1 et d) Squelette associé au Noise2.

Ce graphique permet d'affirmer que la méthode Hamilton Jacobi Skeleton n'est pas résistante au bruit comparée aux deux autres. De plus, cela permet de remarquer que les méthodes de Choi *et al* et DECS ont un résultat très proche malgré un léger avantage quasiment imperceptible à l'oeil nu pour la méthode de Choi *et al*. Néanmoins, le gros problème de la méthode de Choi *et al* est la non-connexité comme nous l'avons expliqué à la sous-section 4.3. Par conséquent, la méthode de Choi *et al* est inutilisable tel quel dans notre cas.

composantes connexes présentes dans l'image et en appliquant ainsi DECS sur chacune des composantes. Notre futur travail est de créer un graphe à partir du squelette obtenu. Puis, nous utiliserons cette structure de données pour faire de l'appariement de formes.

4.5. Discussion

Les critères du squelette, qui sont prédominants pour l'appariement de formes sont :

- Connexité : la topologie du squelette doit être identique à la topologie de la forme. Les branches doivent correspondre à des parties significatives de la forme et avoir une épaisseur de un pixel. Les discontinuités le long des branches doivent être évitées.
- Faible complexité : l'appariement de formes implique souvent d'analyser un nombre important de formes en un temps limité. C'est pourquoi la complexité linéaire est hautement conseillée.
- Résistance au bruit : qui élimine les branches insignifiantes pour éviter de surcharger le squelette et ainsi, gagner du temps lors de l'appariement.

La méthode DECS présente toutes ces propriétés. Les inconvénients principaux de la méthode Hamilton-Jacobi Skeleton sont sa complexité et surtout son manque de résistance au bruit. Le problème majeur de la méthode de Choi *et al* est la perte de connexité de son squelette lorsque le seuil devient grand, *i.e.* lorsque les branches inutiles ne sont pas prises en compte (ceci est un aspect essentiel pour nous).

5. Conclusion et perspectives

Dans cet article, nous avons présenté un algorithme linéaire permettant d'extraire un Squelette Connecté Euclidien Discret de la forme. Pour réaliser ceci, nous avons proposé un algorithme de propagation sur les crêtes d'une carte de distance Euclidienne et sur les centres des boules maximales. La propagation commence à partir du centre de la boule maximale ayant le rayon le plus grand, ce qui permet de garantir la connexité. Puis, nous obtenons un squelette fin grâce à l'utilisation de l'algorithme d'amincissement MB2. L'étape finale est la réduction du squelette par élagage des branches, basé sur un critère utilisant simultanément les valeurs de crête et les centres des boules maximales. Il est à noter que le squelette proposé se calcule en temps linéaire.

Le squelette proposé a les propriétés désirées (la connexité, la finesse, la résistance au bruit sur le bord de la forme), dans le but d'être utilisé pour l'appariement de graphes. Dans la littérature, il n'y a pas de squelettes ayant toutes ces propriétés, comme nous le mentionnons à la Section 4.

L'algorithme de propagation utilisé pour générer un squelette connecté est uniquement utilisable sur des formes connexes. Pour les formes présentant de multiples composantes, cet algorithme pourrait être amélioré en détectant les

Références

- [BL08] BAI X., LATECKI L. J. : Path similarity skeleton graph matching. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* Vol. 30, Num. 7 (2008), 1282–1292.
- [BLL07] BAI X., LATECKI L. J., LIU W. : Skeleton pruning by contour partitioning with discrete curve evolution. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* Vol. 29, Num. 3 (2007).
- [CLS03] CHOI W.-P., LAM K.-M., SIU W.-C. : Extraction of the euclidean skeleton based on a connectivity criterion. *Pattern Recognition*. Vol. 36, Num. 3 (2003), 721–729.
- [CM07] COEURJOLLY D., MONTANVERT A. : Optimal separable algorithms to compute the reverse euclidean distance transformation and discrete medial axis in arbitrary dimension. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* Vol. 29, Num. 3 (2007), 437–448.
- [DPS00] DIMITROV P., PHILLIPS C., SIDDIQI K. : Robust and efficient skeletal graphs. In *Computer Vision and Pattern Recognition* (2000), pp. 1417–1423.
- [LLBL07] LATECKI L. J., LI Q., BAI X., LIU W. : Skeletonization using ssm of the distance transform. In *International Conference on Image Processing (5)* (2007), pp. 349–352.
- [LLE00] LATECKI L. J., LAKAMPER R., ECKHARDT U. : Shape descriptors for non-rigid shapes with a single closed contour. In *Computer Vision and Pattern Recognition* (2000), pp. 1424–1429.
- [LLS92] LAM L., LEE S.-W., SUEN C. Y. : Thinning methodologies - a comprehensive survey. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* Vol. 14, Num. 9 (1992), 869–885.
- [LWZH13] LIU H., WU Z., ZHANG X., HSU D. F. : A skeleton pruning algorithm based on information fusion. *Pattern Recognition Letters*. Vol. 34, Num. 10 (2013), 1138–1145.
- [M.B99] M.BERNARD T. : Improved low complexity fully parallel thinning algorithm. *International Conference on Image Analysis and Processing* (1999), 215–220.
- [MMPL99] MANZANERA A., M.BERNARD T., PRÉTEUX F., LONGUET B. : Ultra-fast skeleton based on isotropic fully parallel algorithm. *Proc. of Discrete Geometry for Computer Imagery* (1999).
- [MRH00] MEIJSTER A., ROERDINK J., HESSELINK W. : A general algorithm for computing distance transforms in linear time. *Math. Morphology and Its Applications to Image and Signal Processing* (2000), 331–340.
- [RT05] REMY E., THIEL E. : Exact medial axis with euclidean distance. *Image and Vision Computing*. Vol. 23, Num. 2 (2005), 167–175.
- [SBTZ02] SIDDIQI K., BOUIX S., TANNENBAUM A., ZUCKER S. W. : Hamilton-jacobi skeletons. *International Journal of Computer Vision*. Vol. 48, Num. 3 (2002), 215–231.
- [SRT01] SAEED K., RYBNIK M., TABEDZKI M. : Implementation and advanced results on the non-interrupted skeletonization algorithm. *International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns* (2001), 601–609.
- [STRA10] SAEED K., TABEDZKI M., RYBNIK M., ADAMSKI M. : K3m : A universal algorithm for image skeletonization and a review of thinning techniques. *Applied Mathematics and Computer Science*. Vol. 20, Num. 2 (2010), 317–335.
- [Ye88] YE Q. : The signed euclidean distance transform and its applications. *Proceedings of the Ninth International Conference on Pattern Recognition*. Vol. 1 (1988), 495–499.