

Rappel de vocabulaire :

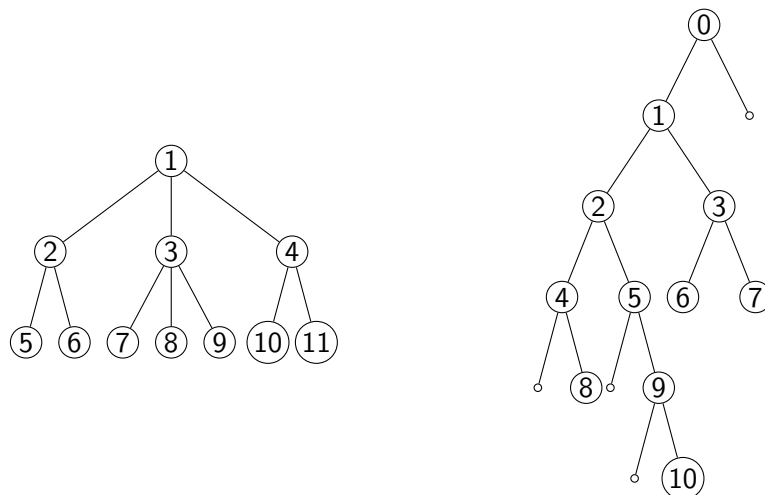
- *Enfants, fils* d'un noeud : noeuds directement reliés en dessous du noeud.
- *Descendants* d'un noeud : tous les noeuds reliés en dessous par un chemin (les enfants, les enfants des enfants,...)
- *Parent, père* d'un noeud : noeud directement relié au dessus (il est unique!)
- *Ancêtres* d'un noeud : tous les noeuds reliés au dessus (le parent, le parent du parent,...)
- *Feuille* : noeud sans enfant
- *Racine* : noeud sans parent
- *Noeud interne* : noeud avec au moins un enfant
- *Profondeur d'un noeud* : distance avec la racine (nombre de traits) (la profondeur de la racine est 0!)
- *Profondeur (hauteur) de l'arbre* : maximum des profondeurs sur tous les noeuds
- *Largeur* : nombre maximum de noeud sur une même profondeur.
- *Arbre trivial* : ne contient qu'un noeud
- *Arbre k-aire* : tous les noeuds ont au plus k enfants. Attention, l'emplacement des enfants a une importance! Pour $k = 2$, on parle d'arbre *binnaire*.
- *Arbre k-aire complet* : tous les noeuds internes ont exactement k noeuds.

Exercice 1 : Dans le cours, on a vu qu'un arbre peut toujours être encodé par un arbre binaire, en suivant la transformation suivante : chaque noeud de l'arbre de départ à comme fils gauche son premier fils, et comme fils droit son premier frère.

Question 1 – Transformer l'arbre de gauche en arbre binaire

Question 2 – Retrouver l'arbre correspondant à l'arbre binaire de droite.

Question 3 – Comment retrouver la profondeur d'un noeud ?



Exercice 2 : Pour l'arbre suivant, donnez l'ordre des sommets pour le parcours préfixe, suffixe et infixe.

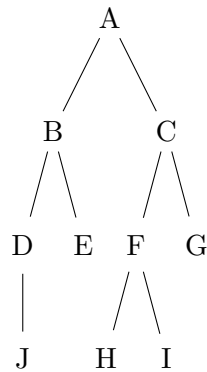
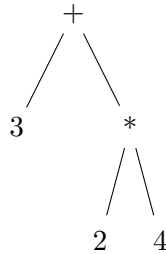


FIGURE 1 – Parcours d'un arbre

Exercice 3 : Donnez les expressions infixe, préfixe et postfixe de l'expression correspondant à l'arbre suivant.



Exercice 4 : On rappelle l'algorithme du parcours en largeur. Il utilise deux *couches*, la couche *courante* et la couche des *enfants*.

- au départ, on met la racine dans la couche courante, on prend une liste vide pour la couche des enfants
- ensuite, on parcourt les nœuds de la couche courante, en ajoutant leurs enfants dans la couche des enfants
- quand on a terminé le parcours, on change les couches : on prend la couche des enfants comme nouvelle couche courante, et on recommence le parcours.

Quand, à la fin du parcours de la couche courante, on obtient une couche des enfants vide, l'algorithme s'arrête.

Question 1 – Appliquer l'algorithme du parcours en largeur sur l'arbre de la figure 1.

Question 2 – Utilise-t-on une pile ou file dans cet algorithme ? Que se-passe t-il si on inverse ? Aurait-on eu le même résultat ?

Question 3 – Peut-on n'utiliser qu'une seule liste ? Avec quelle structure ?

Exercice 5 : Question 1 – Que se passe-t-il si l'on utilise une pile et non pas une file dans l'algorithme du parcours en largeur avec une seule liste ?

Question 2 – Comment faire pour calculer en même temps la profondeur des noeuds ?

Exercice 6 : Pour N un nombre de noeuds fixé, Donner une arbre qui a la plus grande profondeur possible, la plus grande largeur possible, pour un arbre quelconque puis pour un arbre binaire. (donner les valeurs par rapport à N)

Exercice 7 : Pour N un nombre de noeuds fixé, Donner une arbre qui a la plus petite profondeur possible, la plus petite largeur possible, pour un arbre quelconque et pour un arbre binaire. (donner les valeurs par rapport à N)

Exercice 8 : Quelle est la largeur d'un arbre k -aire complet en fonction de la profondeur de l'arbre ?

Exercice 9 : Reines sur un échiquier

On veut savoir s'il est possible de placer 8 reines sur un échiquier 8×8 , de manière à ce qu'aucune paire de reines ne puissent s'attaquer.

Question 1 – Donnez une condition nécessaire et suffisante pour que deux reines sur des cases (i, j) et (k, l) ne se mangent pas.

Question 2 – Comment décrire un positionnement de 8 reines sur un plateau ? Combien y a-t-il de possibilités ? Peut-on facilement éliminer certains cas ? Combien en reste-t-il ?

Question 3 – Décrire l'arbre de backtracking : sa racine, ses noeuds, la relation entre un noeud et ses fils, la condition de blocage.

Question 4 – Faire l'arbre pour le cas de 4 reines sur un plateau 4 par 4.

Exercice 10 : Les cruches d'eau Soient deux cruches A et B avec des capacités respectives de 4 et 3 litres. A l'état initial les deux cruches sont vides, et par une série de manipulations on veut obtenir 2 litres d'eau dans la cruche A. Trouvez une solution en utilisant du backtracking.