# Adaptation par révision et adaptation différentielle
# Comparaison de deux approches de l'adaptation

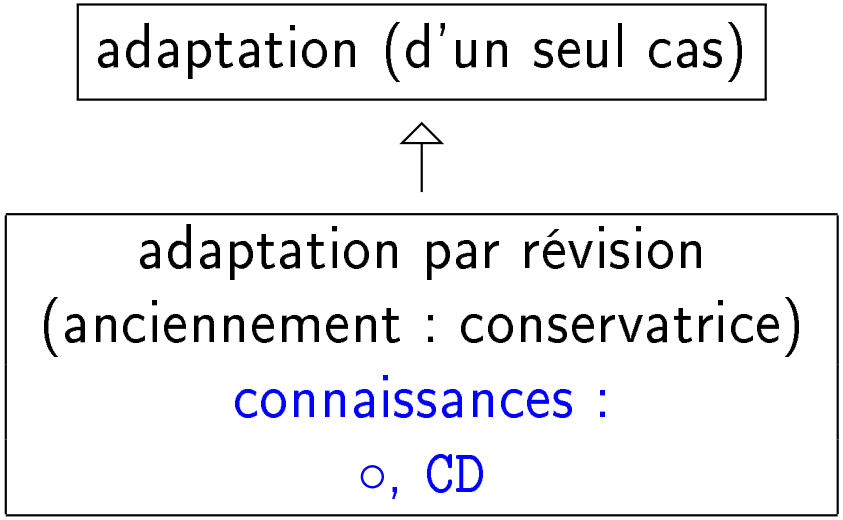
Julien Cojan et Jean Lieber
Université Henri Poincaré Nancy 1 – LORIA

Atelier RàPC 2011

# Introduction

adaptation (d'un seul cas)

# Introduction



# Introduction

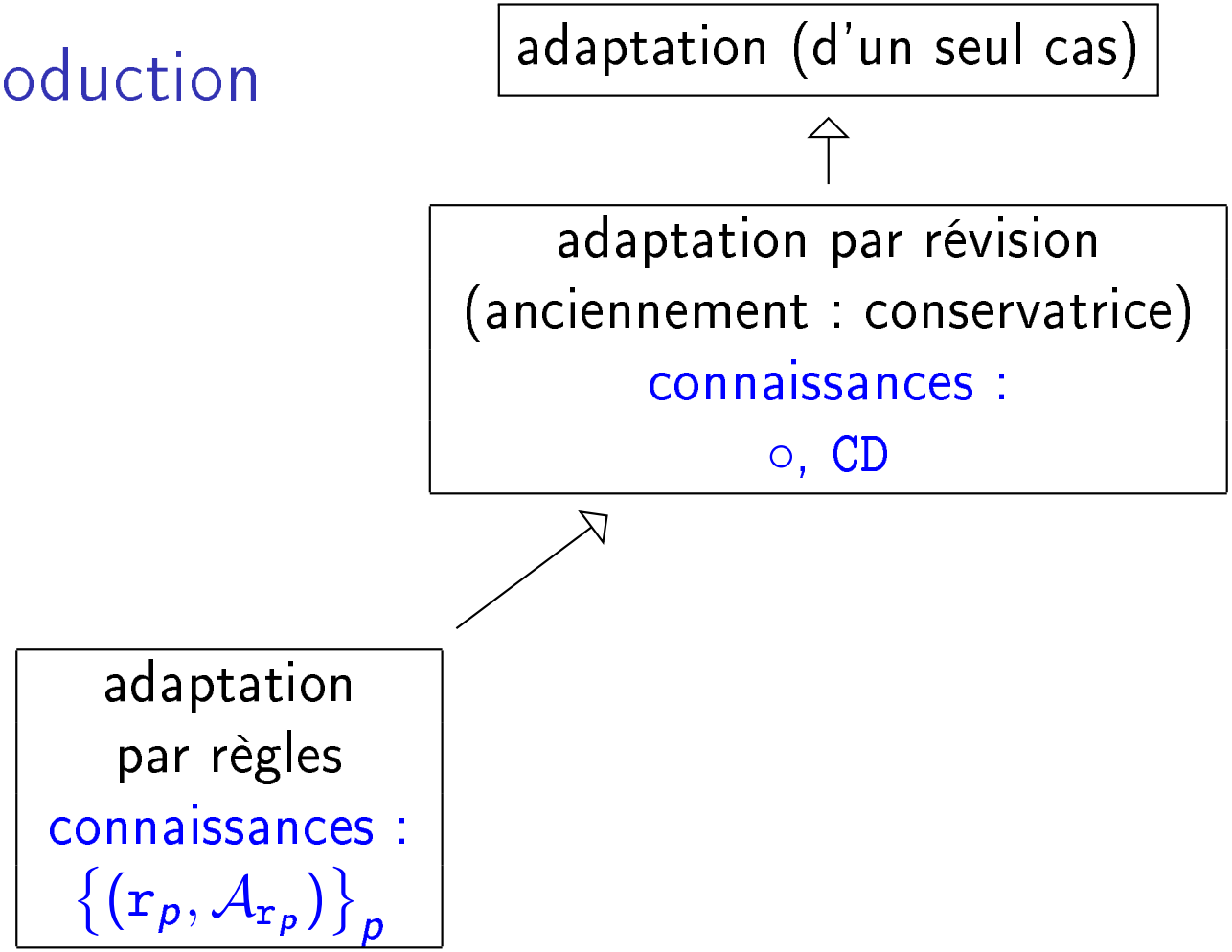
adaptation (d'un seul cas)

$\Uparrow$

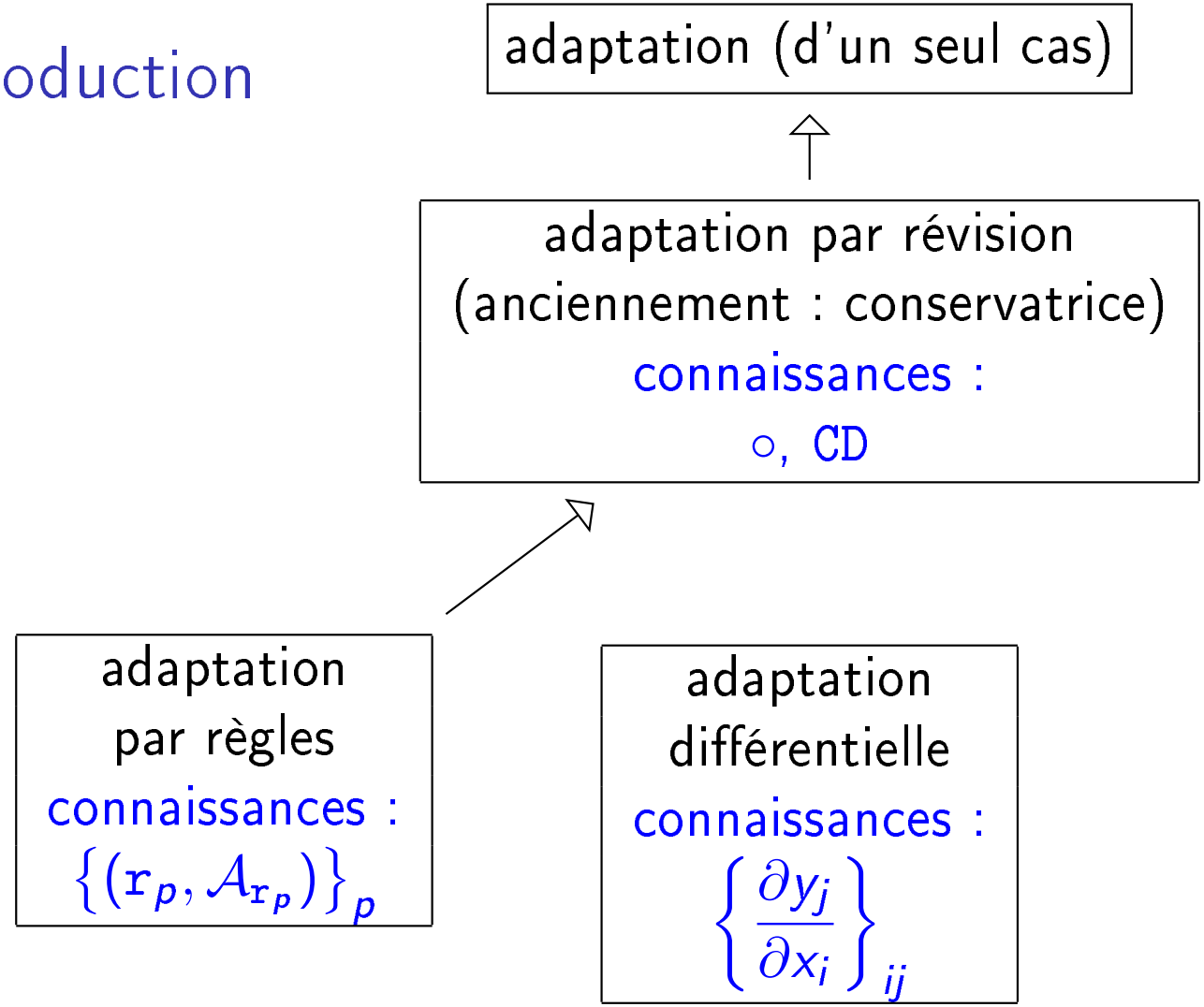
adaptation par révision
(anciennement : conservatrice)
connaissances :
$\circ$, CD

adaptation
par règles
connaissances :
$\{(\mathtt{r}_p, \mathcal{A}_{\mathtt{r}_p})\}_p$

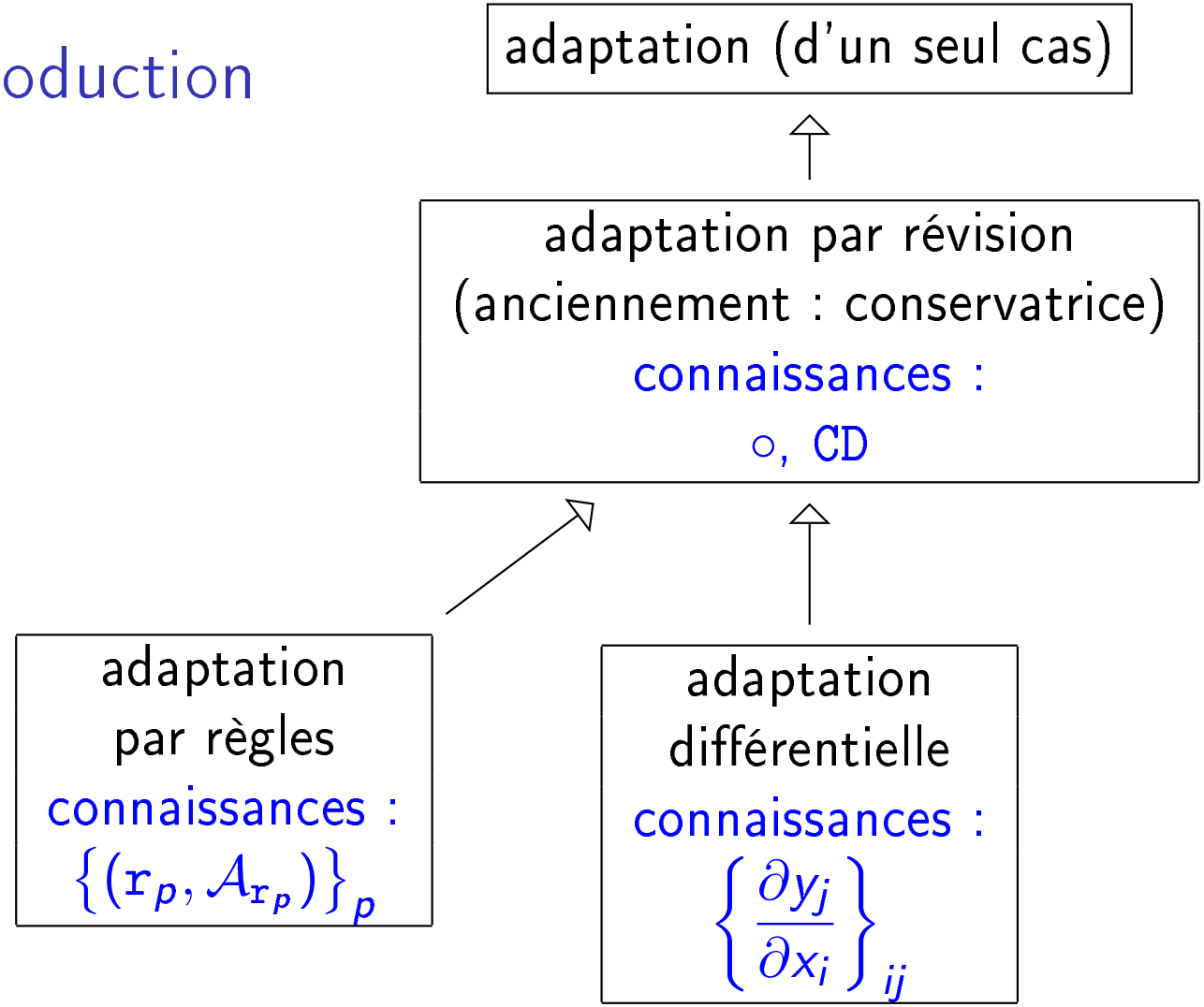
# Introduction



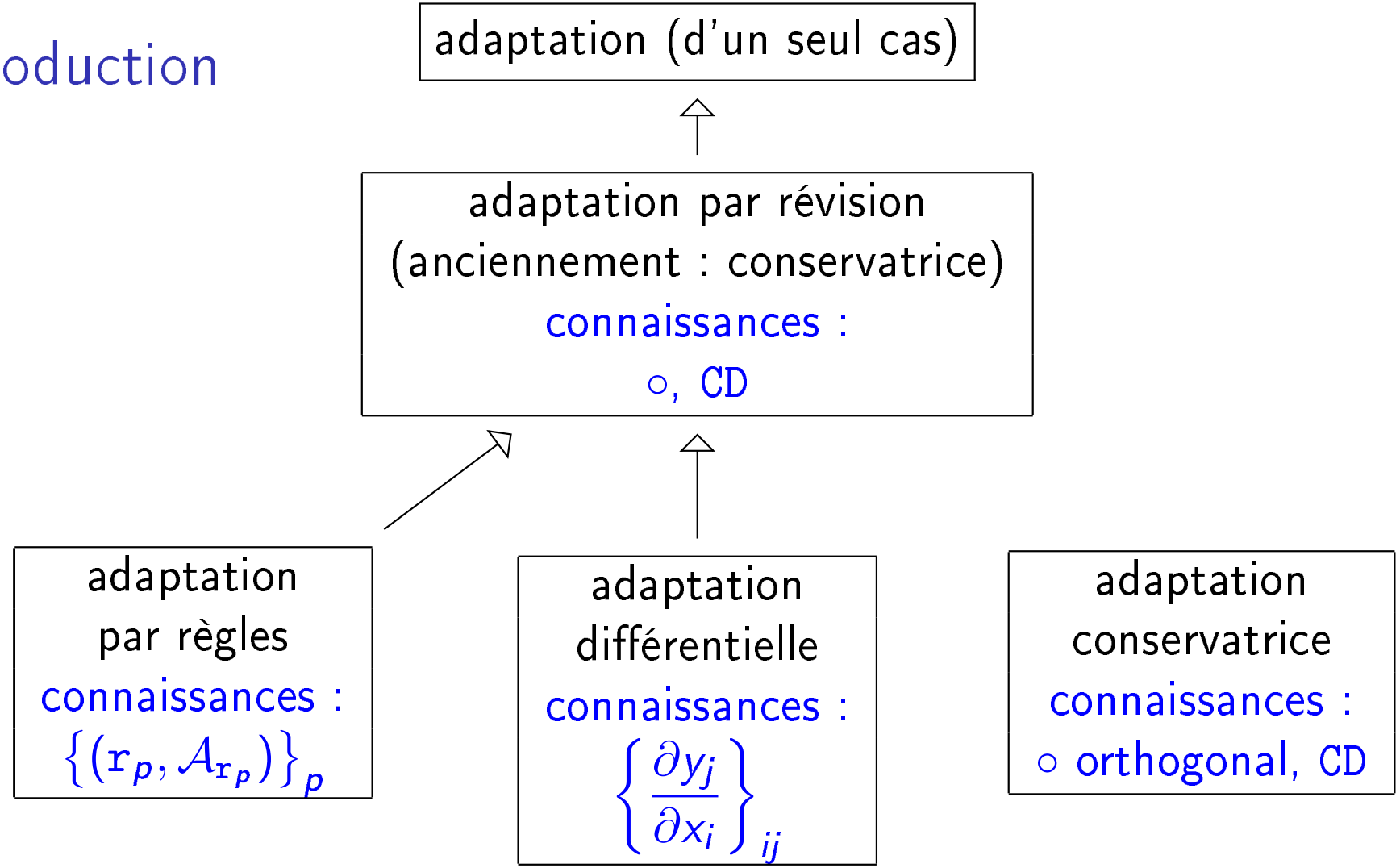
# Introduction



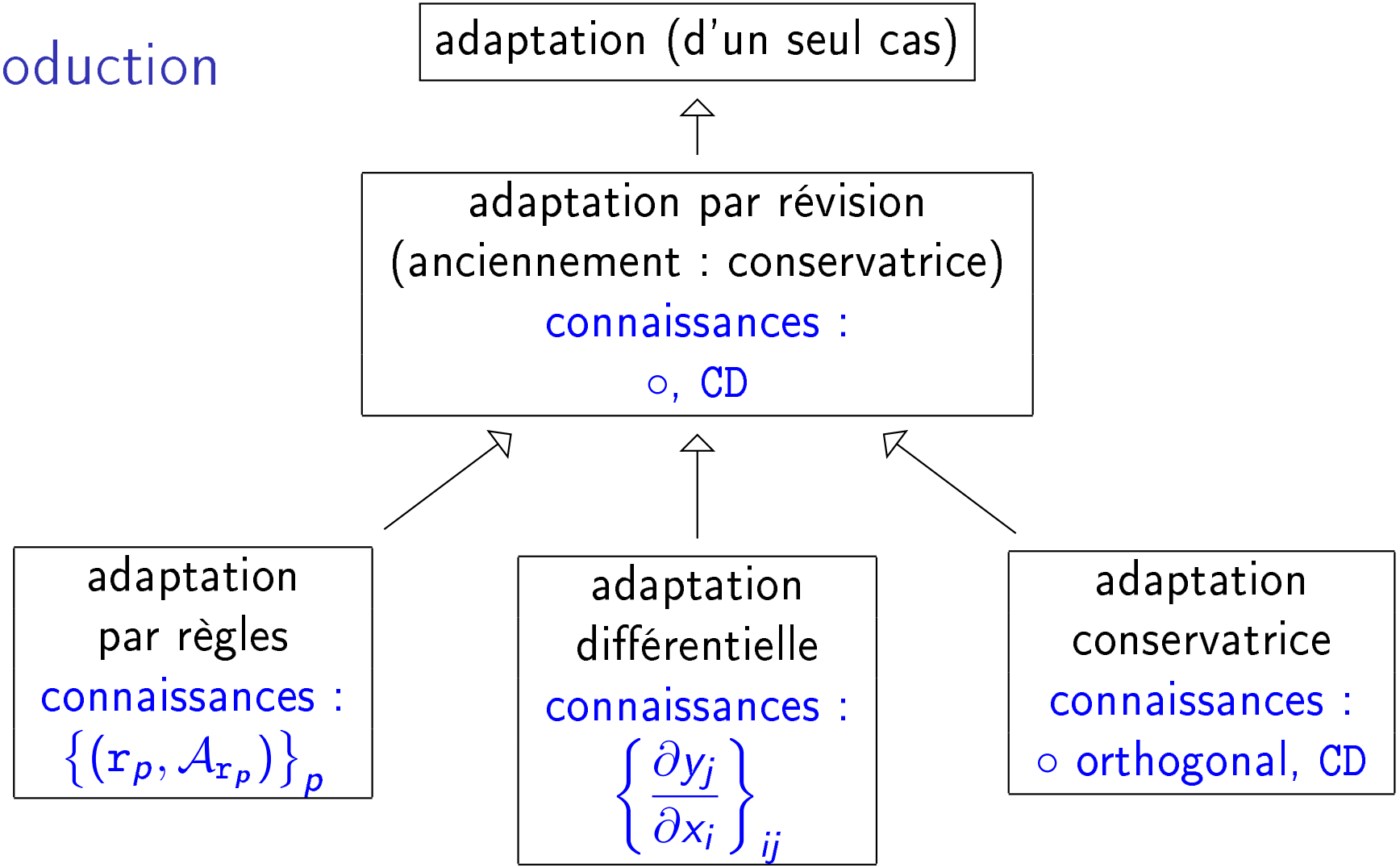
# Introduction



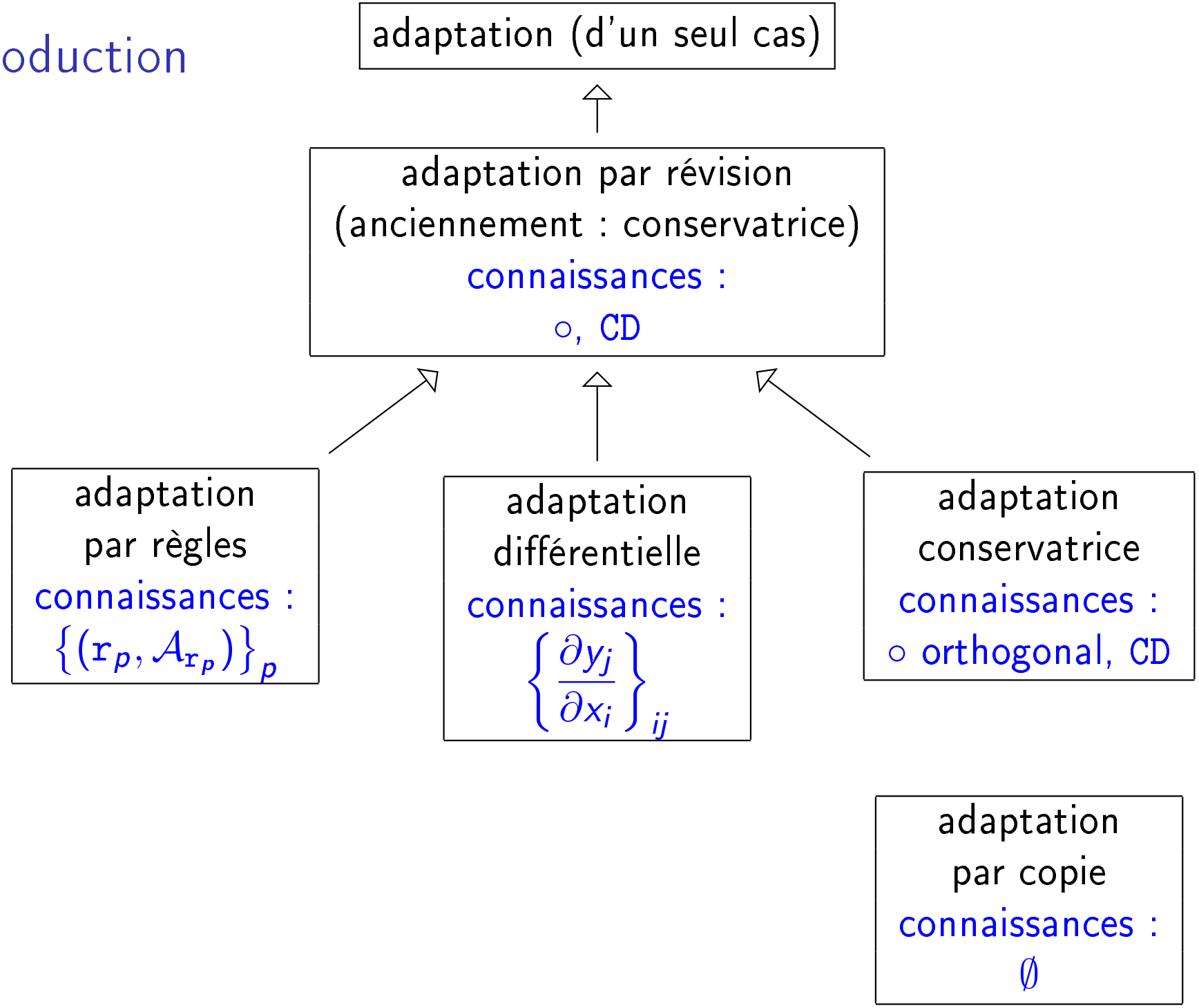
# Introduction



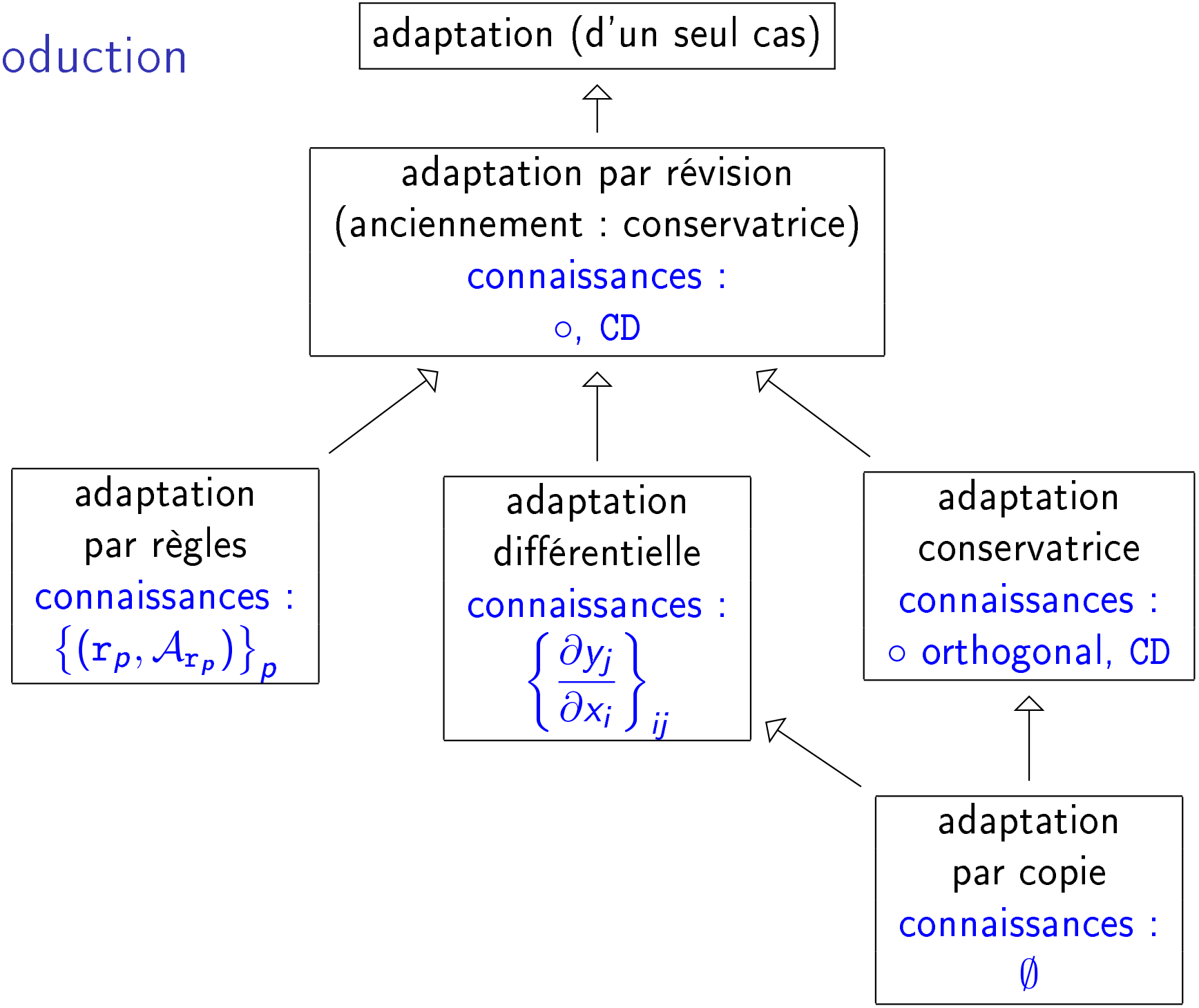
# Introduction



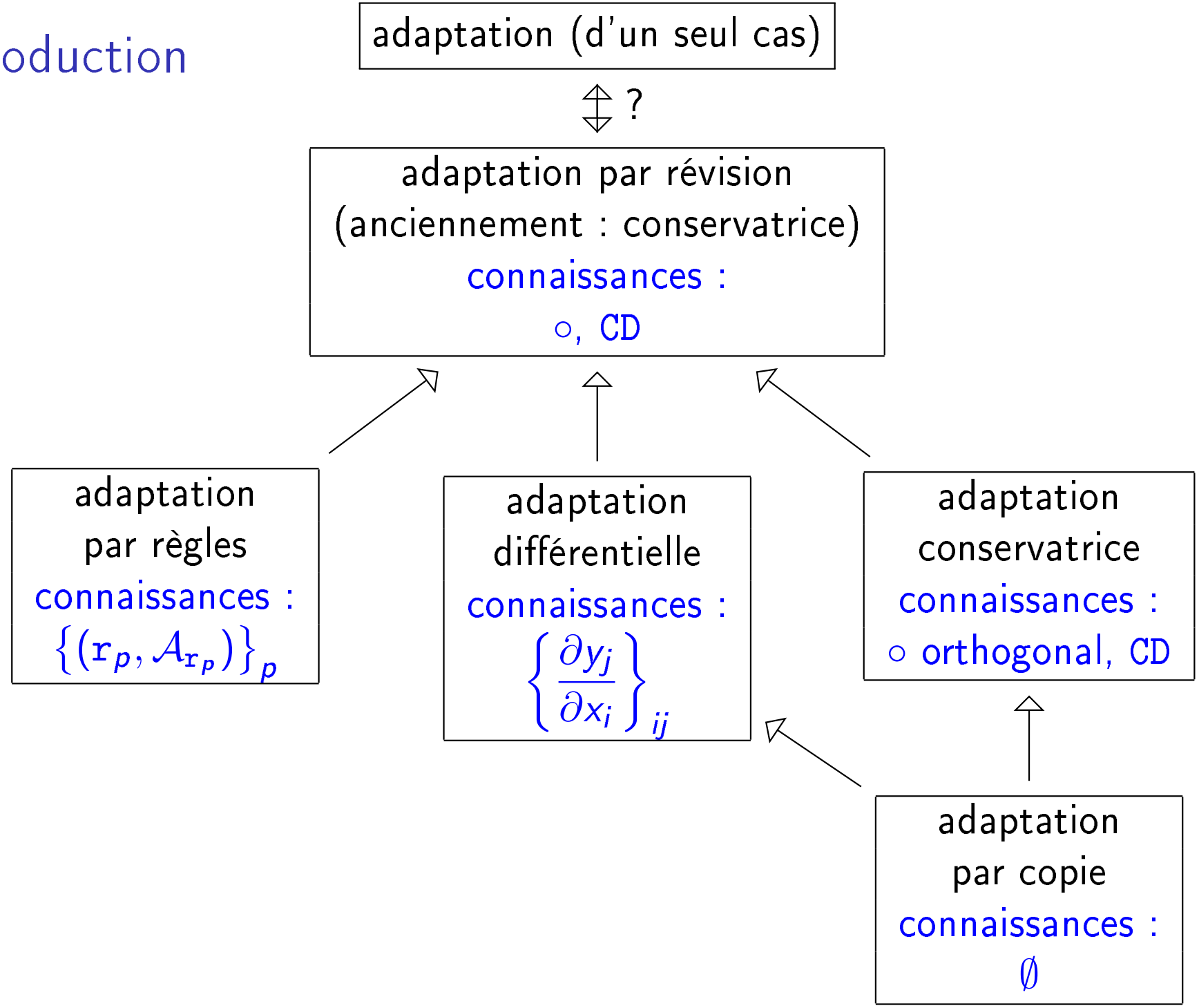
# Introduction



# Introduction



# Introduction



# Hypothèses et notations (1/2)

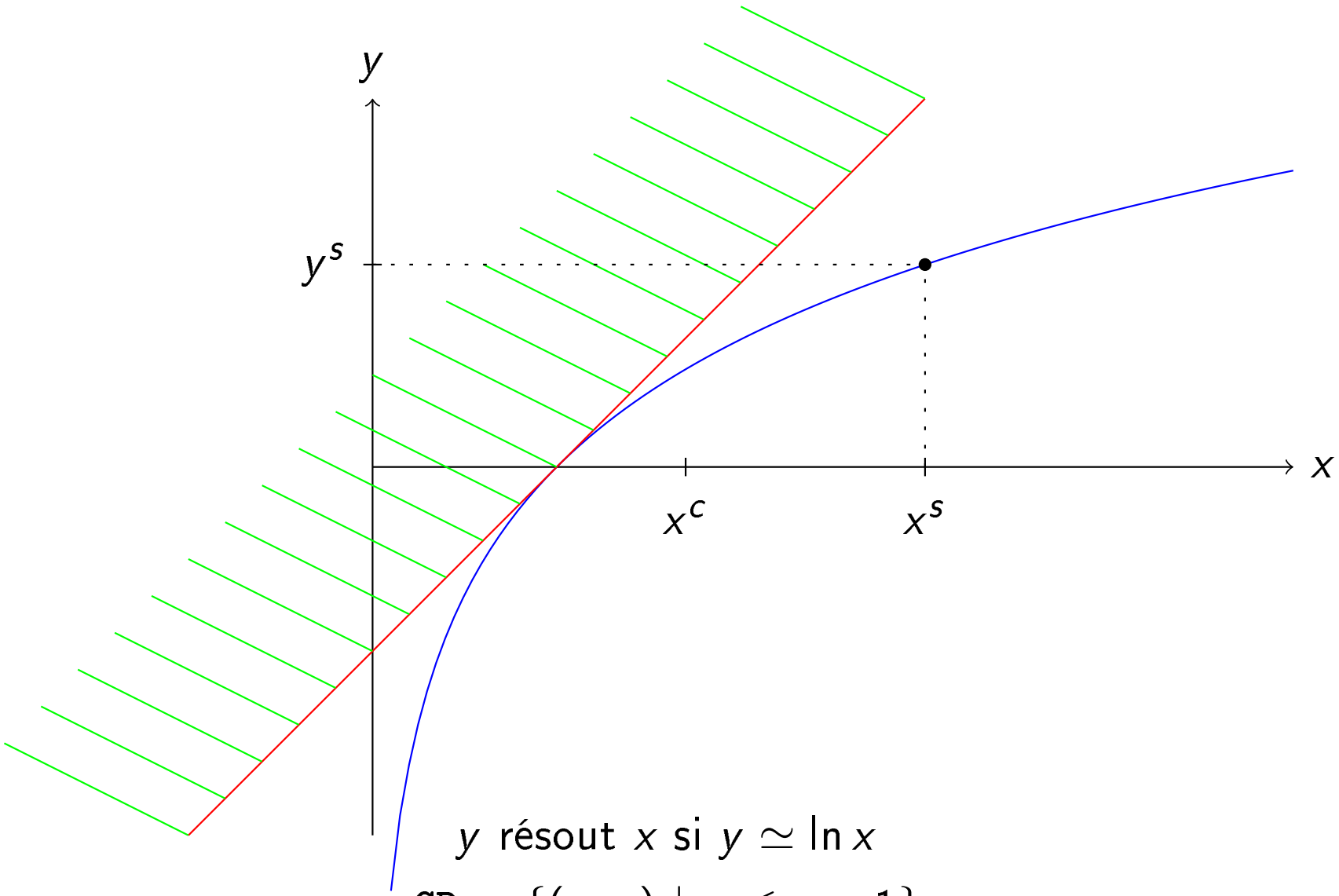
- $\mathcal{U}$ : ensemble non vide (l'univers des cas)
- $\mathtt{u} \in \mathcal{U}$ : instance de cas
  - Certaines instances de cas sont licites, d'autres pas, mais le système de RàPC n'a pas la connaissance complète de cela
- $\mathtt{C} \subseteq \mathcal{U}$ : cas
- `Source` : cas source (élément de la base de cas)
- `Source` est *spécifique* si $\mathtt{Source} = \{\mathtt{u}\}$ où $\mathtt{u} \in \mathcal{U}$
- `Cible` : cas cible (incomplètement connu)
- Connaissances du domaine : donnent des conditions nécessaires pour qu'une $\mathtt{u} \in \mathcal{U}$ soit licite représentées par $\mathtt{CD} \subseteq \mathcal{U}$
- Adaptation : $\mathtt{Source} \times \mathtt{Cible} \mapsto \mathtt{CibleComplétée}$ où $\mathtt{CibleComplétée} \subseteq \mathtt{Cible}$ et (c'est le but) devrait contenir une ou des instances de cas licites

# Hypothèses et notations (2/2)

Hypothèse supplémentaire :
décomposition *a priori* problème-solution

- $\mathcal{U} = \mathcal{U}_{\mathtt{pb}} \times \mathcal{U}_{\mathtt{sol}}$
- $\mathtt{u} = (x, y) \in \mathcal{U}$
  - $x \in \mathcal{U}_{\mathtt{pb}}$ : instance de problème
  - $y \in \mathcal{U}_{\mathtt{sol}}$ : instance de solution
  - $\mathtt{u}$ est licite : $y$ résout $x$
- $\mathtt{Source} = \mathtt{srce} \times \mathtt{Sol}(\mathtt{srce})$
  - $\mathtt{srce}$ : problème source, $\mathtt{Sol}(\mathtt{srce})$ : une solution de $\mathtt{srce}$
  - Si $\mathtt{Source}$ est spécifique alors $\mathtt{srce} = \{x^s\}$, $\mathtt{Sol}(\mathtt{srce}) = \{y^s\}$
- $\mathtt{Cible} = \mathtt{cible} \times \mathcal{U}_{\mathtt{sol}}$
  - $\mathtt{cible}$ : problème cible
  - Si $\mathtt{cible}$ est spécifique alors $\mathtt{cible} = \{x^c\}$
- Si $(x, y) \in \mathcal{U} \setminus \mathtt{CD}$ alors
  - $x$ : instance de problème incohérente **ou**
  - $y$ : instance de solution incohérente **ou**
  - « $y$ résout $x$ » est incohérent

# Introduction de l'exemple suivi : les tables de logarithme




$y$ résout $x$ si $y \simeq \ln x$

$\mathtt{CD} = \{(x, y) \mid y \leqslant x - 1\}$

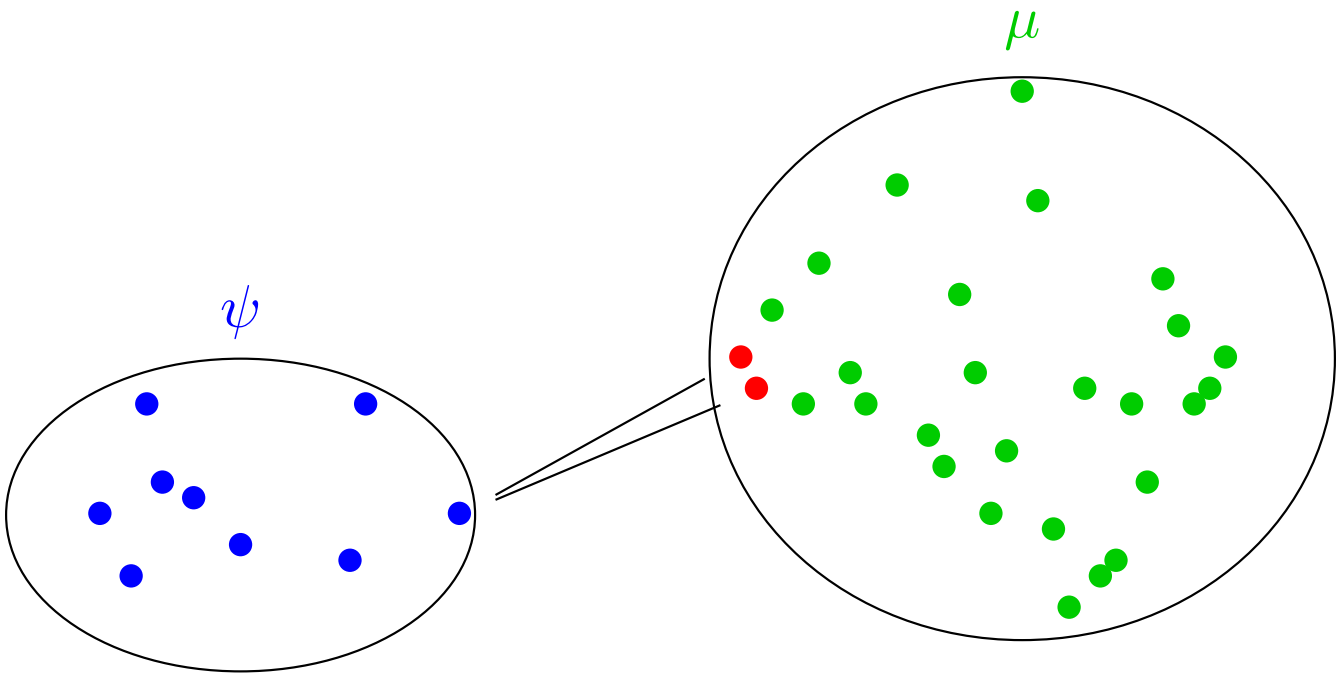
# L'adaptation par révision ou ∘-adaptation

# Rappels sur la révision (1/2)

- $\psi$, $\mu$ deux bases de connaissances $\psi \subseteq \mathcal{U}$, $\mu \subseteq \mathcal{U}$
- Révision de $\psi$ par $\mu$ ($\psi \circ \mu$) :
  changement minimal de $\psi$ en $\psi'$ cohérent avec $\mu$
  - $\psi \circ \mu = \psi' \cap \mu$
- Si $\psi \cap \mu \neq \emptyset$ alors $\psi \circ \mu = \psi \cap \mu$
- Plusieurs $\circ$ (cf. plusieurs minimalités)
- Postulats AGM

# Rappels sur la révision (2/2)

- $\circ_{\texttt{dist}}$ où $\texttt{dist} : \mathcal{U} \times \mathcal{U} \to [0; +\infty]$ une « distance »




$$\psi \circ_{\texttt{dist}} \mu = \{b \in \mu \mid \texttt{dist}(\psi, b) = \texttt{dist}(\psi, \mu)\}$$

# La $\circ$-adaptation

$$\texttt{CibleComplétée} = (\texttt{CD} \cap \texttt{Source}) \circ (\texttt{CD} \cap \texttt{Cible})$$

- Dépendante de $\circ$
- On peut prendre un $\circ_{\texttt{dist}}$
- Première idée : choisir pour `dist` une distance « simple »
- Pour l'exemple suivi :

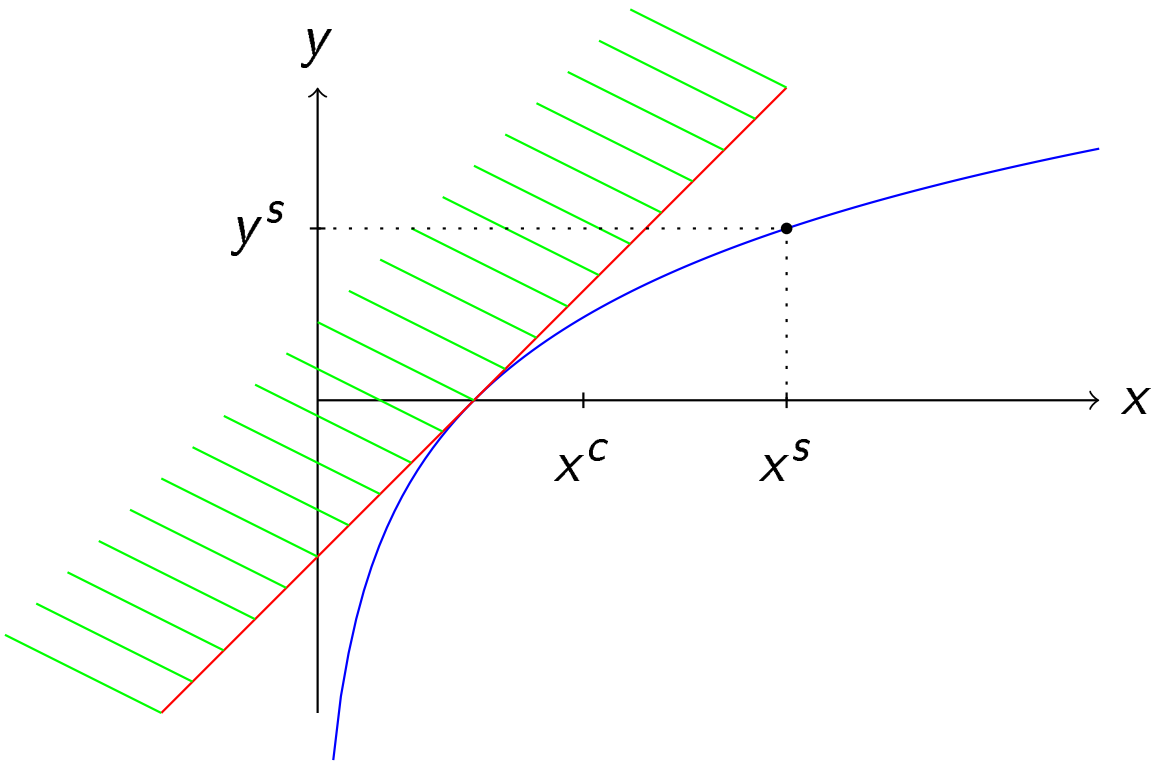
$$\texttt{dist}((x^1, y^1), (x^2, y^2)) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

i.e., distance $L_1$ sur $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ (base canonique de $\mathbb{R}^2$)

- Si pas de connaissances du domaine ($\texttt{CD} = \mathcal{U}$) alors cette $\circ_{\texttt{dist}}$-adaptation est une adaptation par copie.

# $\circ_{\texttt{dist}}$-adaptation sur l'exemple suivi

avec `dist` : $L_1$ sur $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$

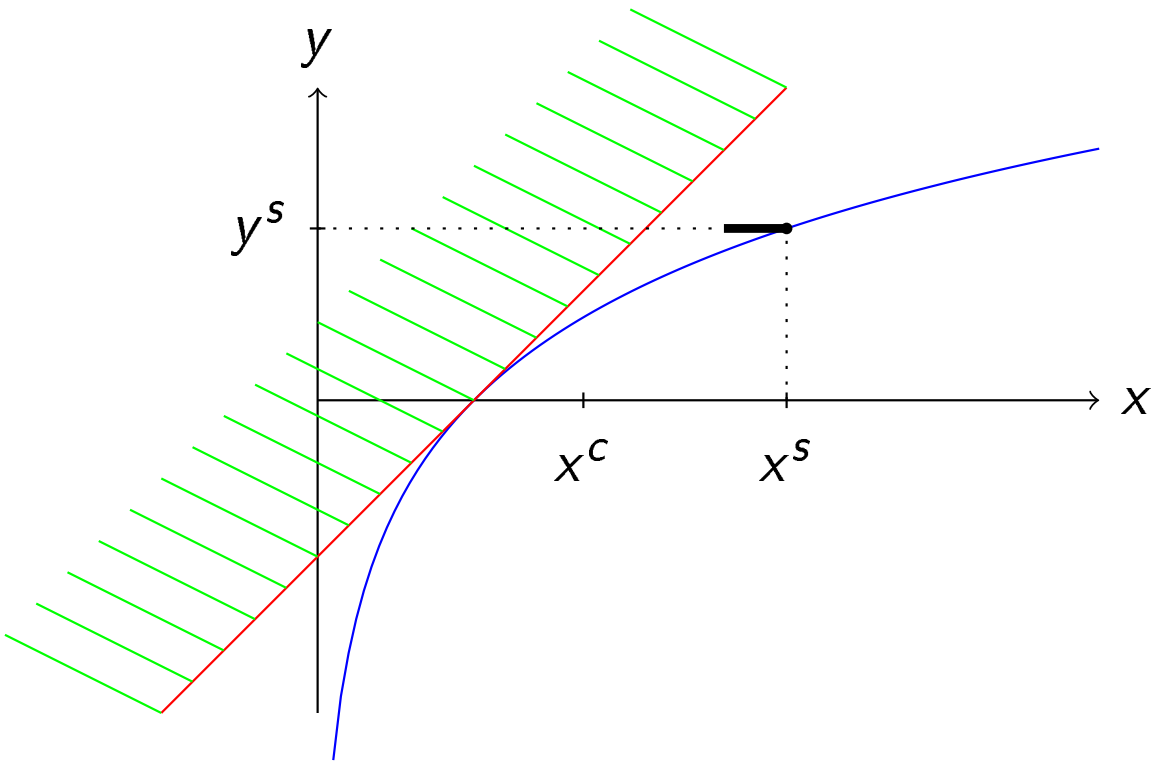



$$y^c = \min(y^s, x^c - 1)$$

adaptation par copie et correction = adaptation conservatrice

# $\circ_{\texttt{dist}}$-adaptation sur l'exemple suivi

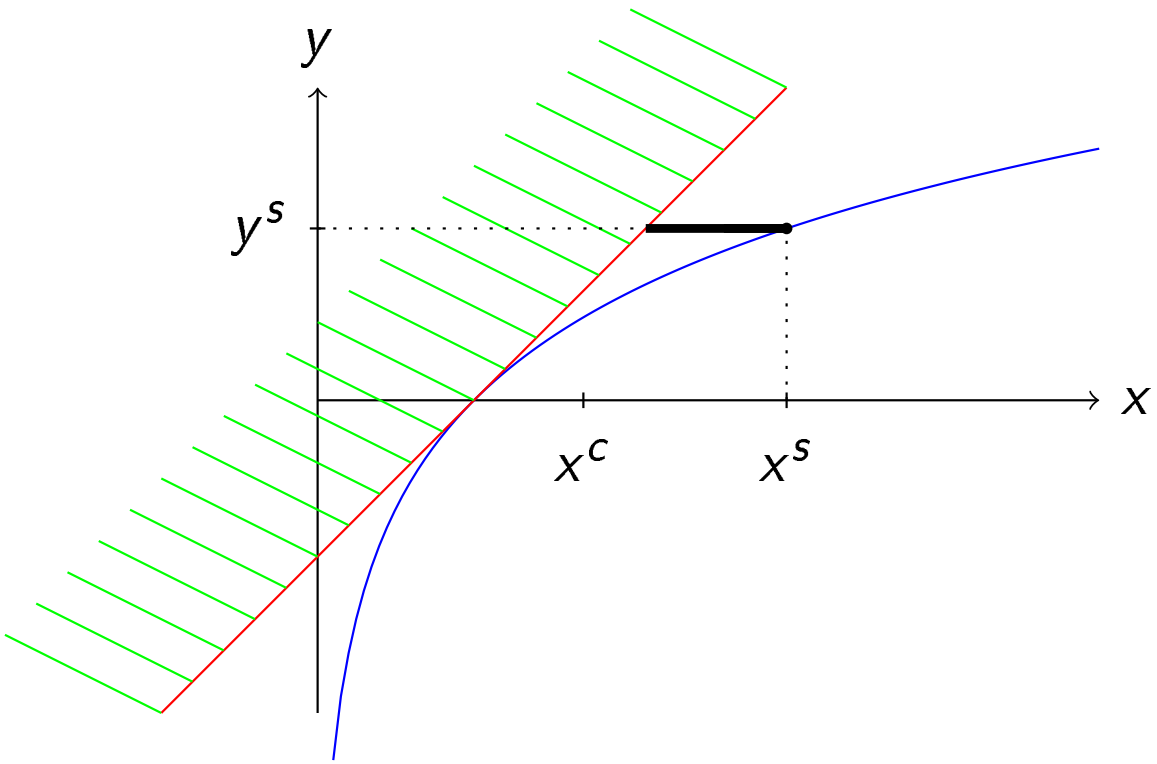
avec `dist` : $L_1$ sur $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$




$$y^c = \min(y^s, x^c - 1)$$

adaptation par copie et correction = adaptation conservatrice

# $\circ_{\texttt{dist}}$-adaptation sur l'exemple suivi avec `dist` : $L_1$ sur $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$

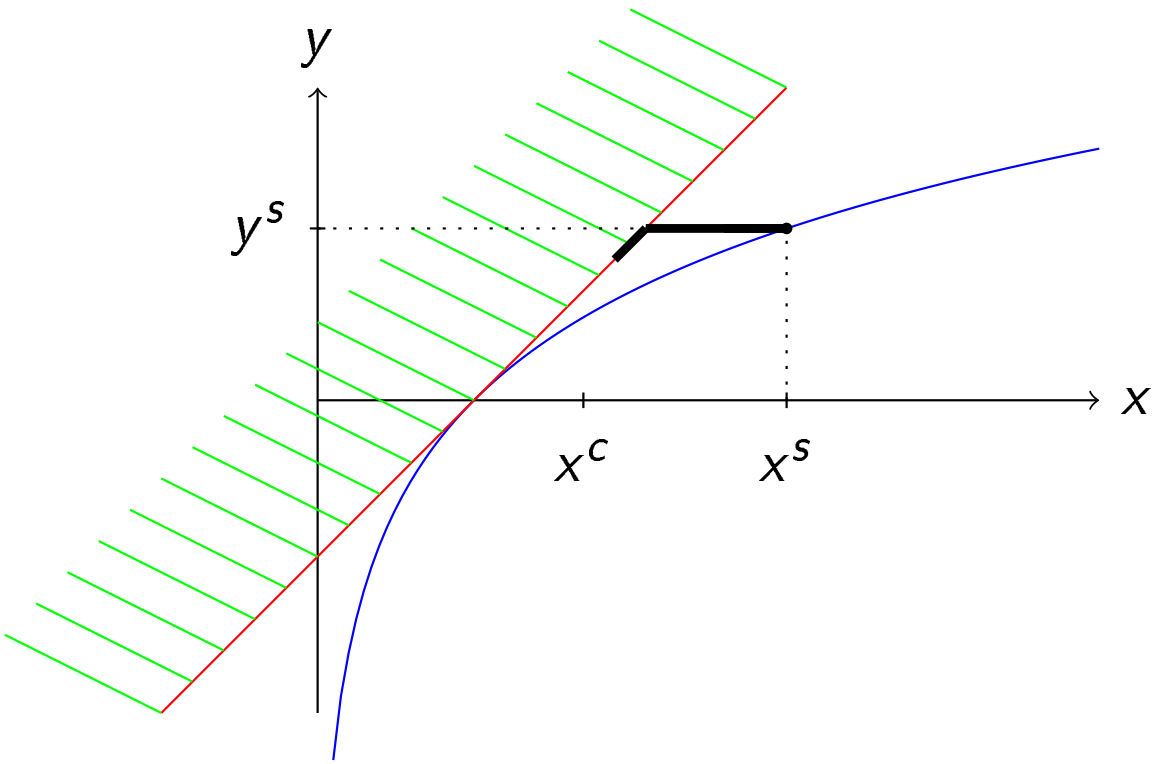



$$y^c = \min(y^s, x^c - 1)$$

adaptation par copie et correction = adaptation conservatrice

# $\circ_{\texttt{dist}}$-adaptation sur l'exemple suivi

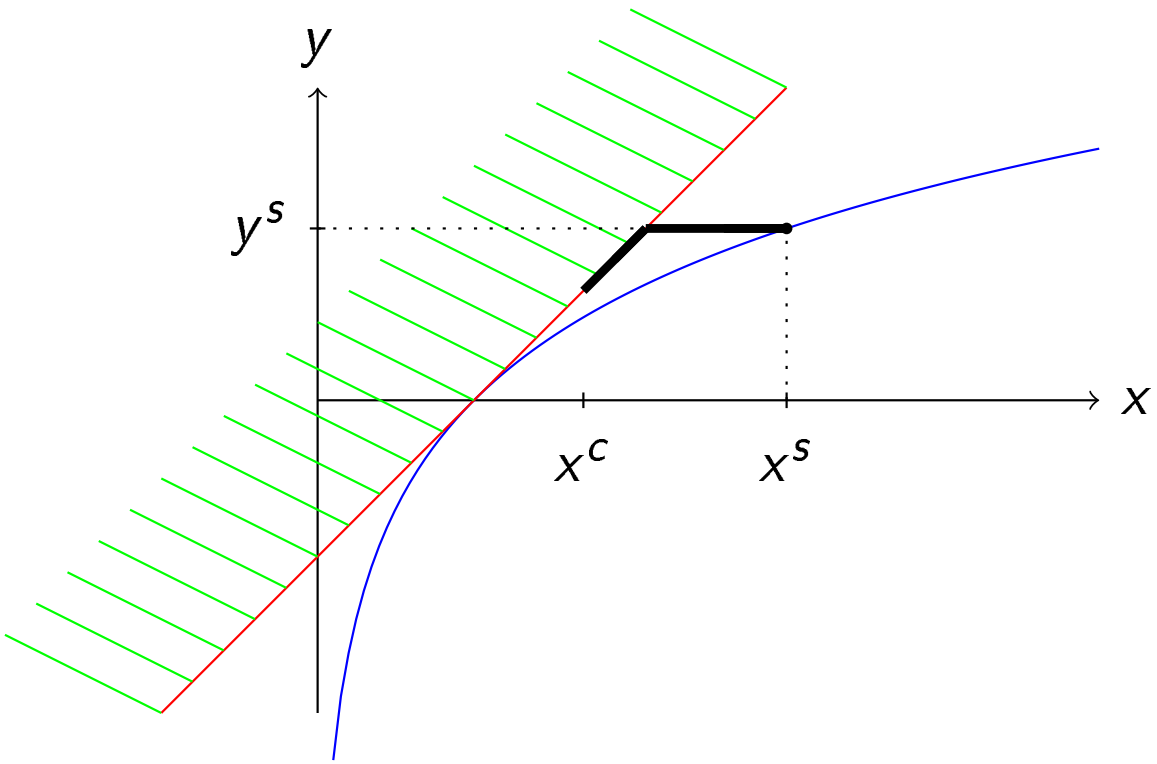
avec `dist` : $L_1$ sur $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$




$$y^c = \min(y^s, x^c - 1)$$

adaptation par copie et correction = adaptation conservatrice

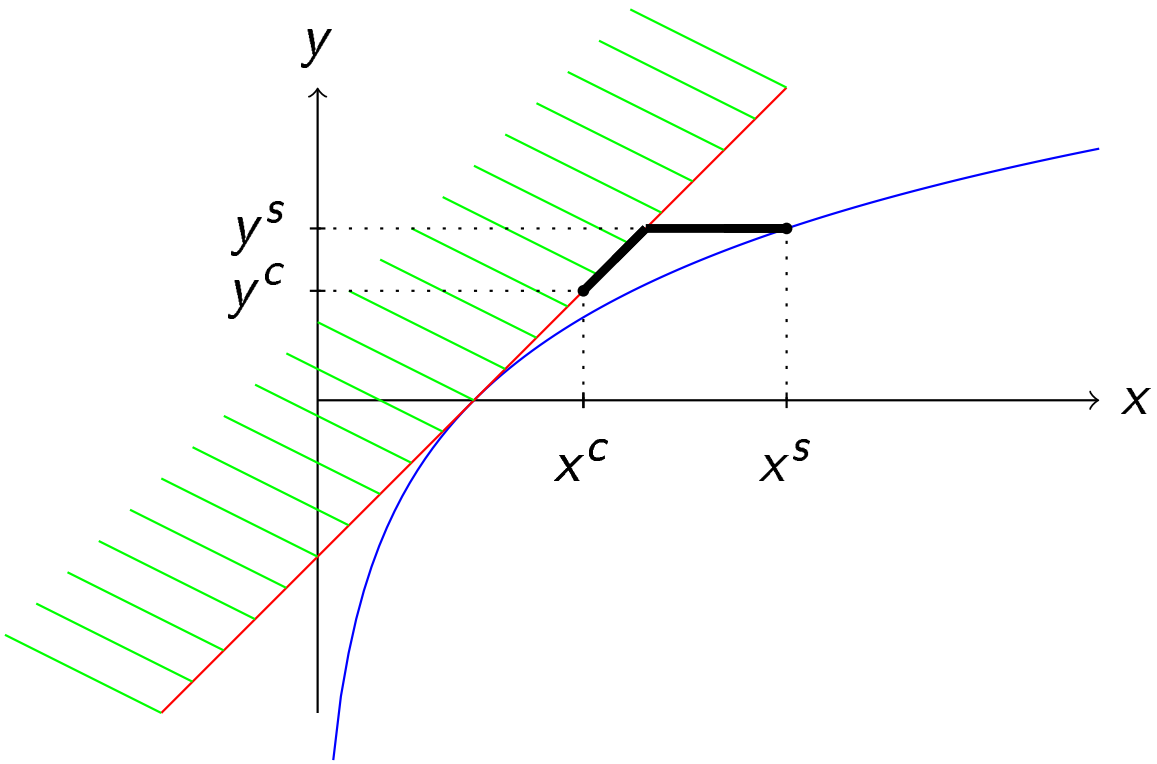
# $\circ_{\texttt{dist}}$-adaptation sur l'exemple suivi avec `dist` : $L_1$ sur $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$




$$y^c = \min(y^s, x^c - 1)$$

adaptation par copie et correction = adaptation conservatrice

# $\circ_{\texttt{dist}}$-adaptation sur l'exemple suivi avec `dist` : $L_1$ sur $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$




$$y^c = \min(y^s, x^c - 1)$$

adaptation par copie et correction = adaptation conservatrice

# L'adaptation différentielle

# Principes de l'adaptation différentielle (1/2)

- Calcul différentiel :

$$dy_j = \sum_i \frac{\partial y_j}{\partial x_i}(x^s)dx_i$$
$$x = (x_1, \ldots, x_m) \in \mathbb{R}^m$$
$$y = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$$

- Permet un calcul approché (au 1$^{\text{er}}$ ordre) de $y^c = (y_1^c, \ldots y_n^c)$ :

$$y_j^c \simeq y_j^s + \sum_i \frac{\partial y_j}{\partial x_i}(x^s)(x^c - x^s)$$

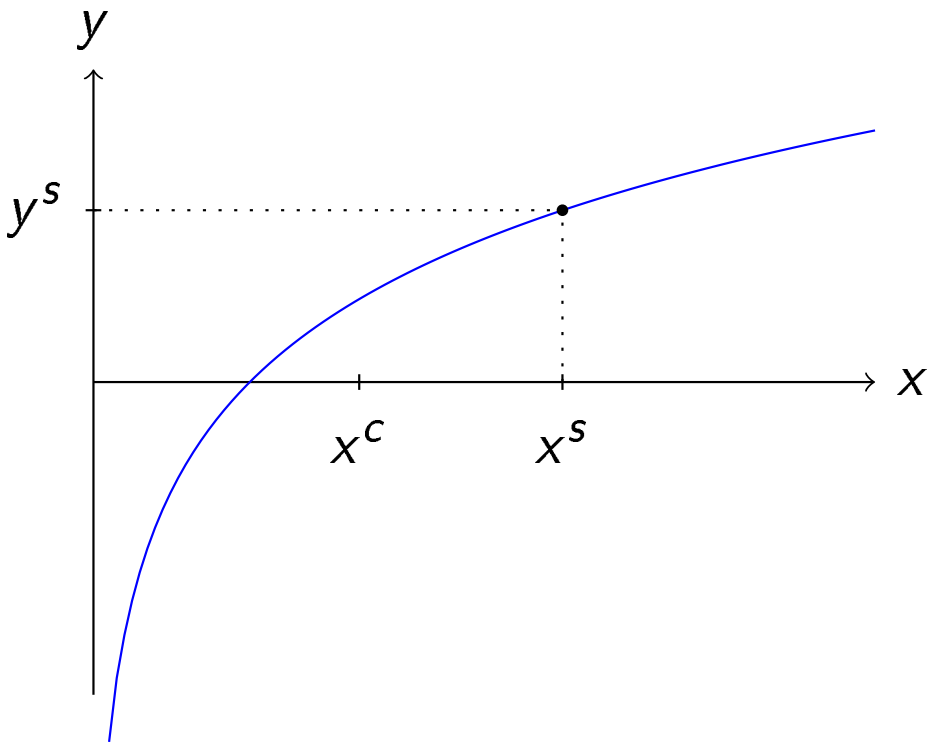
# Principes de l'adaptation différentielle (2/2)

- Généralisation

$$\mathcal{U}_{\texttt{pb}} = V_1 \times \ldots \times V_m$$
$$\mathcal{U}_{\texttt{sol}} = W_1 \times \ldots \times W_n$$
$(V_i, +)$, $(W_j, +)$ : groupes abéliens (ou structure plus pauvre...)
$$\frac{\partial y_j}{\partial x_i}(x^s) : dx_i = x_i^c - x_i^s \mapsto dy_j = y_j^c - y_j^s$$
$$D_{x^s} : dx = (dx_1, \ldots, dx_m) \mapsto dy = (dy_1, \ldots, dy_n)$$

- Connaissances d'adaptation : $\left\{ \frac{\partial y_j}{\partial x_i}(x^s) \right\}_{ijx^s}$
- Adaptation par copie : $\frac{\partial y_j}{\partial x_i}(x^s) = 0 \qquad \forall i \forall j \forall x^s$

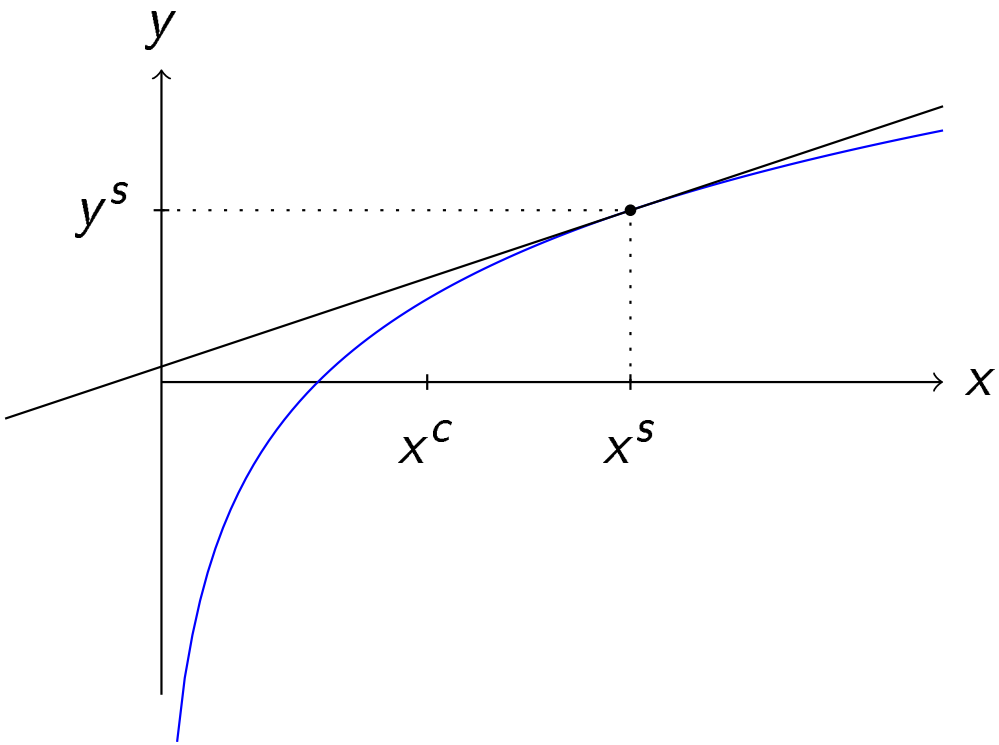
# Adaptation sur l'exemple suivi




$$y^c = y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s)$$

$$\text{idéalement } \varrho^s = \frac{d \ln x}{dx}(x^s) = \frac{1}{x^s}$$

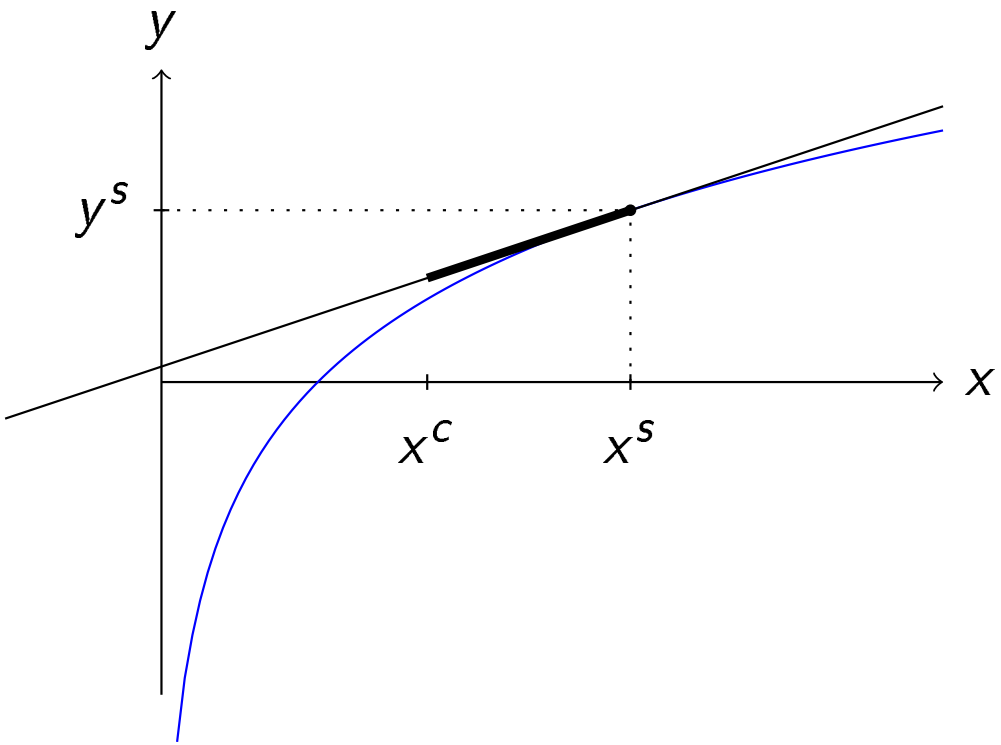
# Adaptation sur l'exemple suivi




$$y^c = y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s)$$

$$\text{idéalement } \varrho^s = \frac{d \ln x}{dx}(x^s) = \frac{1}{x^s}$$

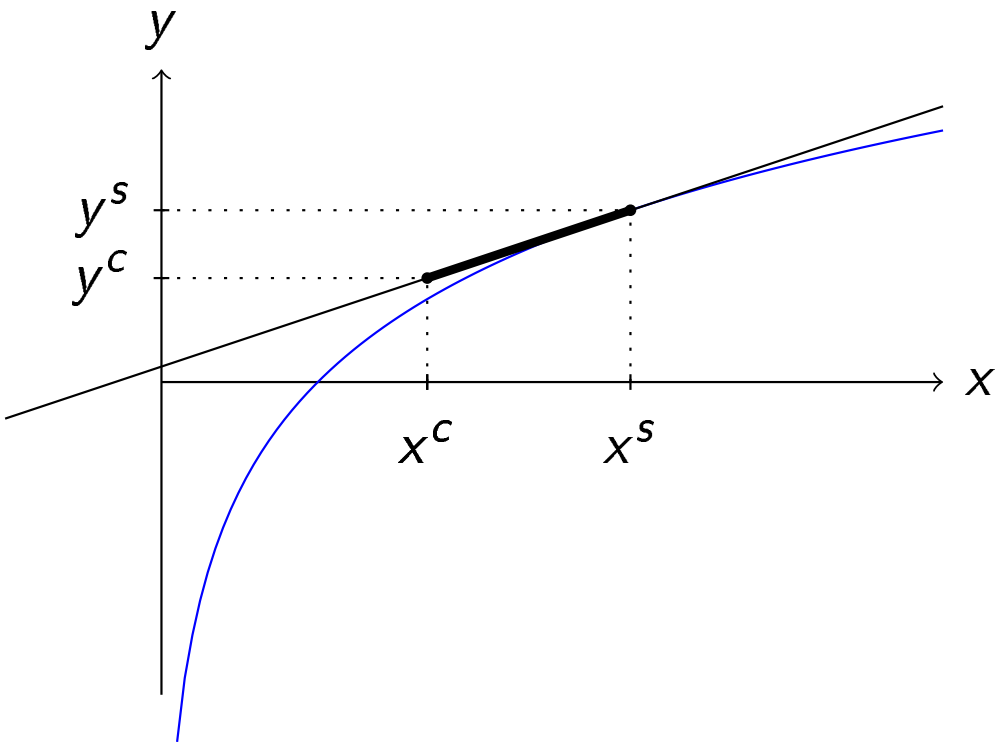
# Adaptation sur l'exemple suivi




$$y^c = y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s)$$

$$\text{idéalement } \varrho^s = \frac{d \ln x}{dx}(x^s) = \frac{1}{x^s}$$

# Adaptation sur l'exemple suivi




$$y^c = y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s)$$

$$\text{idéalement } \varrho^s = \frac{d \ln x}{dx}(x^s) = \frac{1}{x^s}$$

# ∘-adaptation et adaptation différentielle

# L'adaptation différentielle est une $\circ$-adaptation

$$(\mathtt{CD} \cap \{(x^s, y^s)\}) \circ_{\mathtt{dist}} (\mathtt{CD} \cap \{x^c\} \times \mathcal{U}_{\mathtt{sol}}) = \{(x^c, y^c)\}$$

$$\text{avec} \begin{cases} \text{adaptation différentielle : } (x^s, y^s, x^c) \mapsto y^c \\ \mathtt{CD} = \mathcal{U} \\ \mathtt{dist}((x^s, y^s), (x^c, y^c)) \\ = \mathtt{dist}_{\mathtt{pb}}(x^s, x^c) + \mathtt{dist}_{\mathtt{pb}}(y^s, y^c - D_{x^s}(x^c - x^s)) \end{cases}$$

# Conséquence 1

La $\circ$-adaptation permet d'étendre l'adaptation différentielle

- On peut à présent appliquer l'adaptation différentielle
  - En tenant compte des connaissances du domaine
  - Avec des cas sources non nécessairement spécifiques

# Conséquence 2

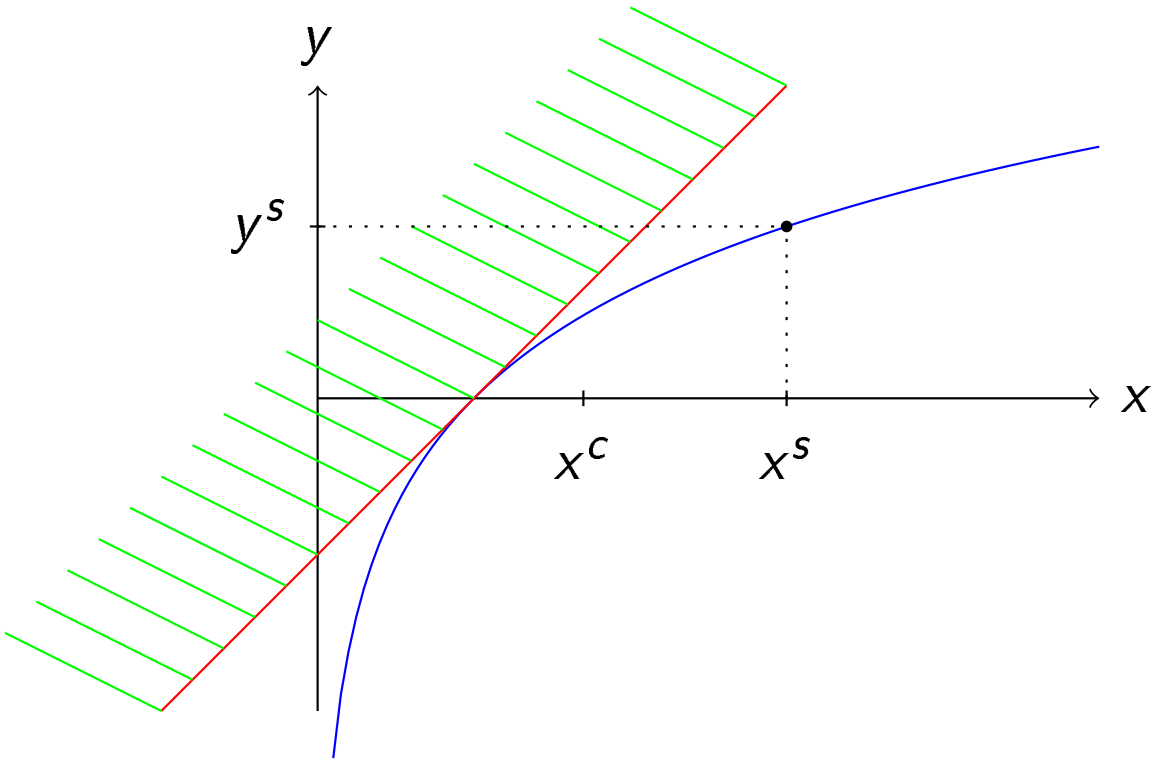
- La $\circ$-adaptation est une approche générale, mais elle ne dit rien sur le choix d'un $\circ$ pertinent.
- L'adaptation différentielle donne des pistes pour le choix de $\circ$

$$\circ = \circ_{D_{x^s}}$$

$$D_{x^s} \text{ paramétré par } \left\{ \frac{\partial y_j}{\partial x_i}(x^s) \right\}_{ijx^s}$$

- « Il ne reste plus » qu'à apprendre les $\dfrac{\partial y_j}{\partial x_i}(x^s)$
- (C'est une perspective de recherche.)

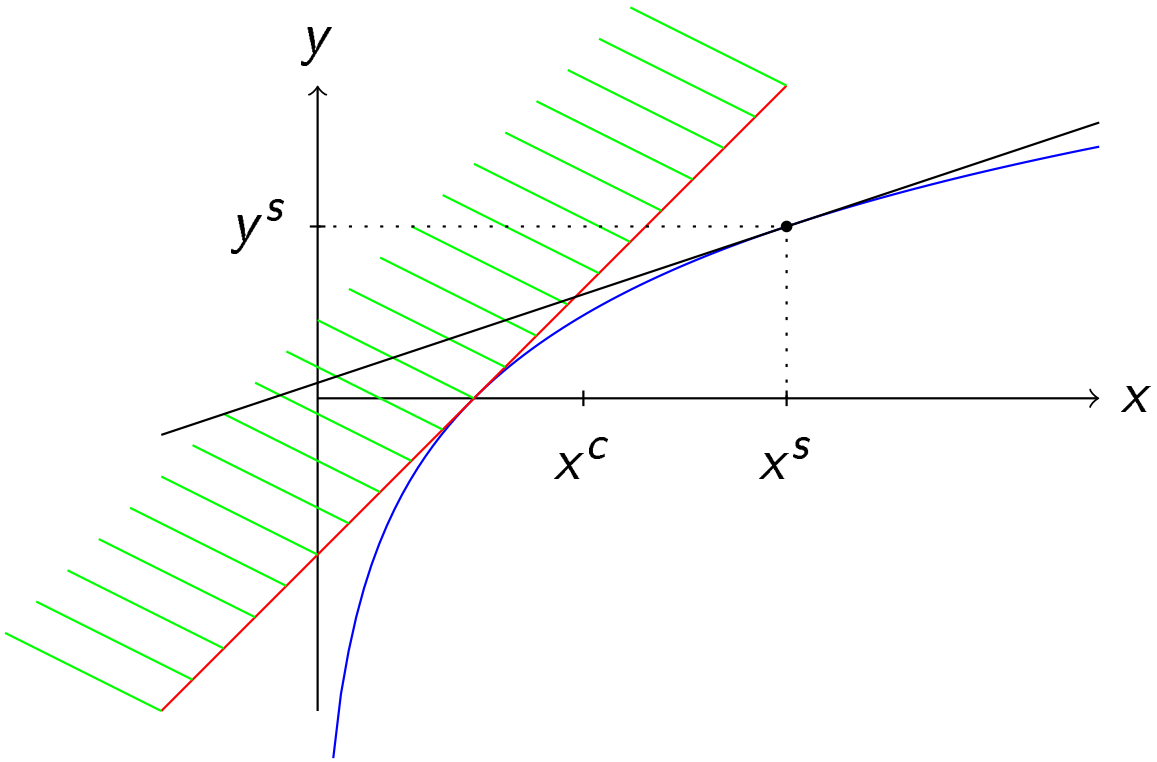
# Application sur l'exemple suivi (1/2)




$$y^c = \min(y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s), x^c - 1)$$

`dist` : distance $L_1$ sur $(\overrightarrow{i} + \varrho^s \overrightarrow{j}, \overrightarrow{j})$

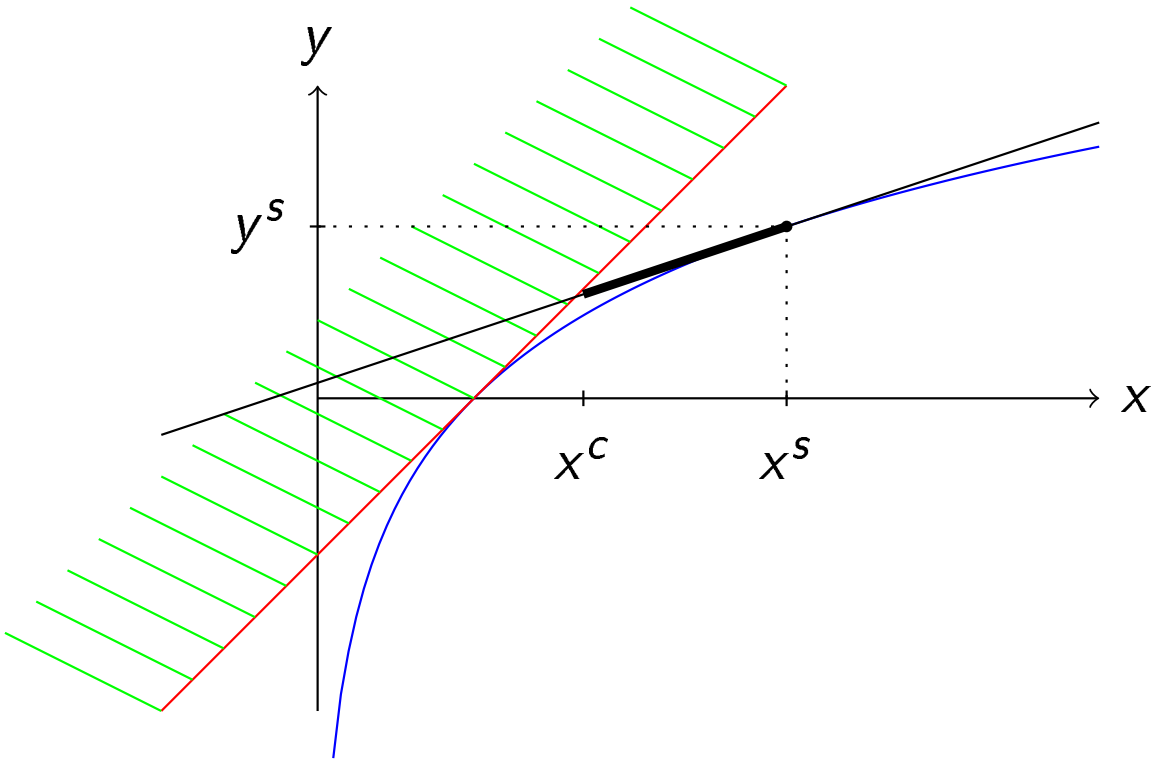
# Application sur l'exemple suivi (1/2)




$$y^c = \min(y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s), x^c - 1)$$

`dist` : distance $L_1$ sur $(\overrightarrow{i} + \varrho^s \overrightarrow{j}, \overrightarrow{j})$

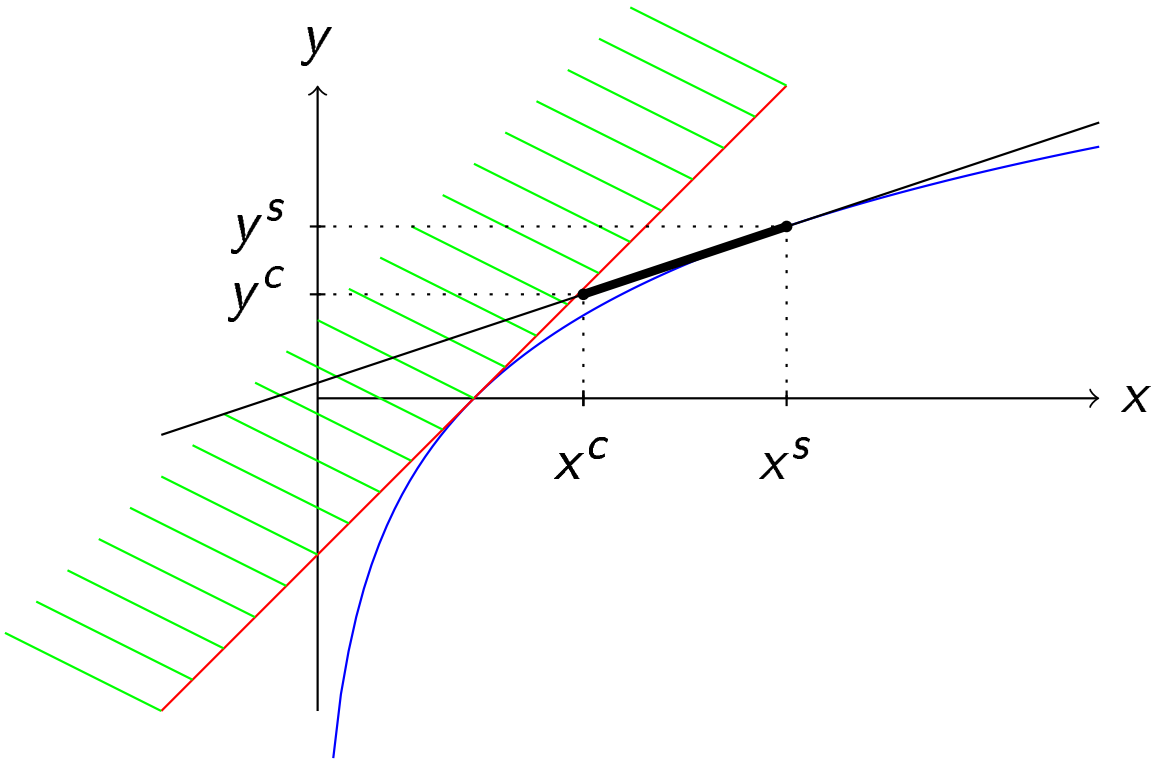
# Application sur l'exemple suivi (1/2)




$$y^c = \min(y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s), x^c - 1)$$

`dist` : distance $L_1$ sur $(\overrightarrow{i} + \varrho^s \overrightarrow{j}, \overrightarrow{j})$

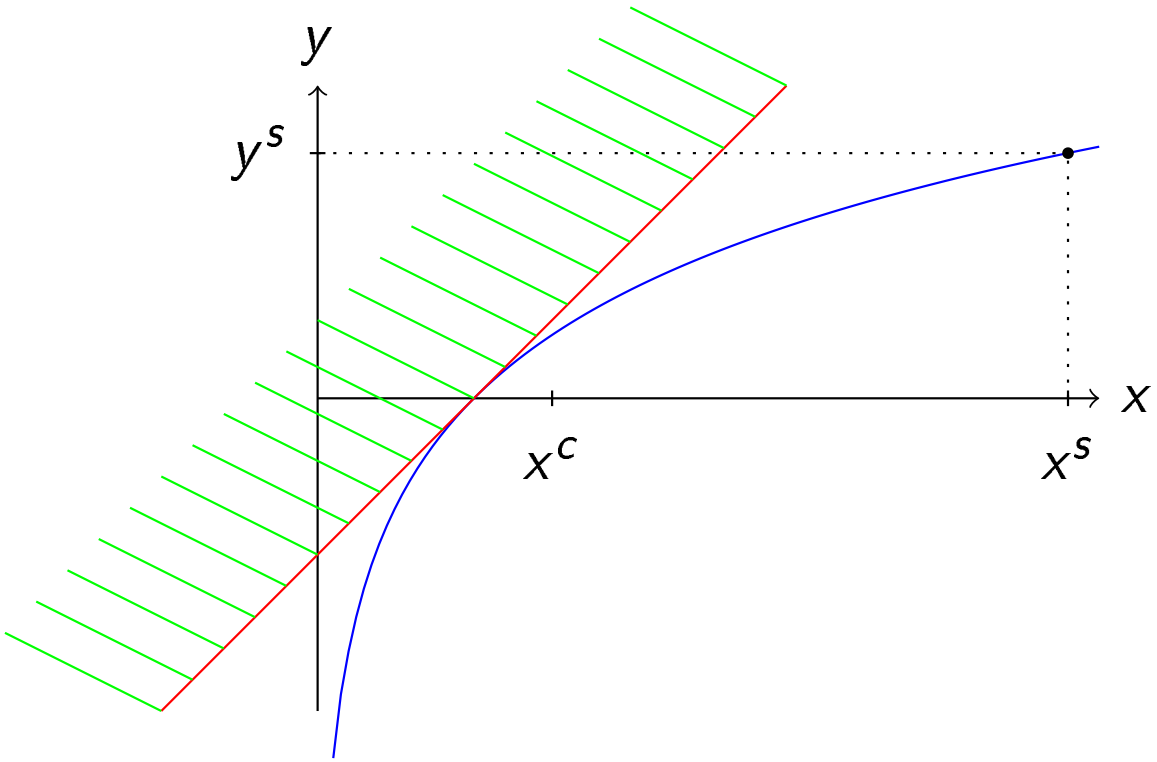
# Application sur l'exemple suivi (1/2)




$$y^c = \min(y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s), x^c - 1)$$

`dist` : distance $L_1$ sur $(\overrightarrow{i} + \varrho^s \overrightarrow{j}, \overrightarrow{j})$

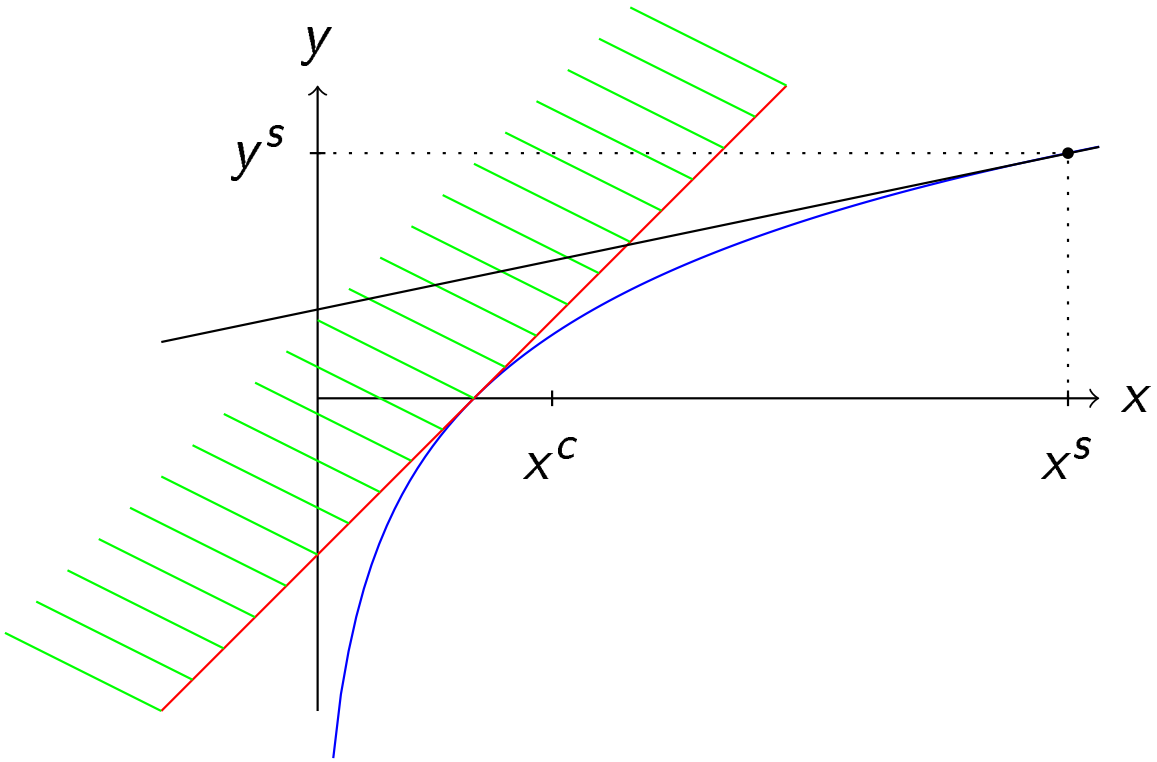
# Application sur l'exemple suivi (2/2)




$$y^c = \min(y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s), x^c - 1)$$

`dist` : distance $L_1$ sur $(\overrightarrow{i} + \varrho^s \overrightarrow{j}, \overrightarrow{j})$

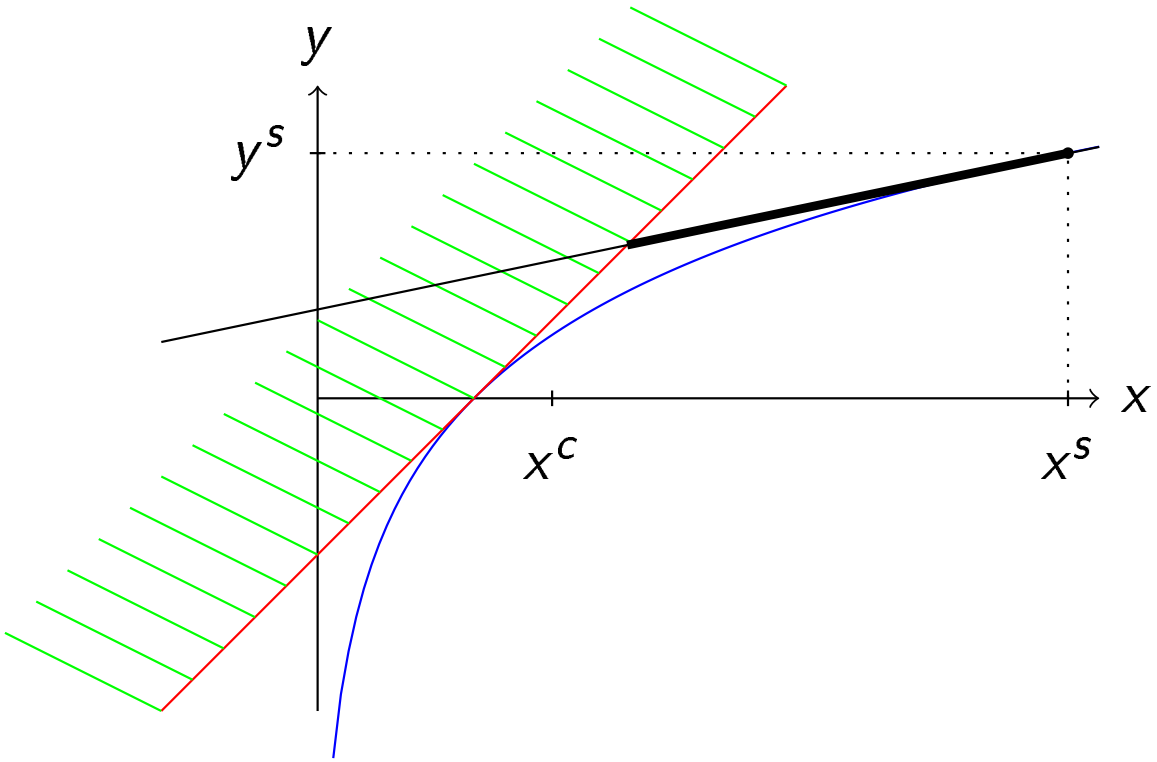
# Application sur l'exemple suivi (2/2)




$$y^c = \min(y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s), x^c - 1)$$

`dist` : distance $L_1$ sur $(\overrightarrow{i} + \varrho^s \overrightarrow{j}, \overrightarrow{j})$

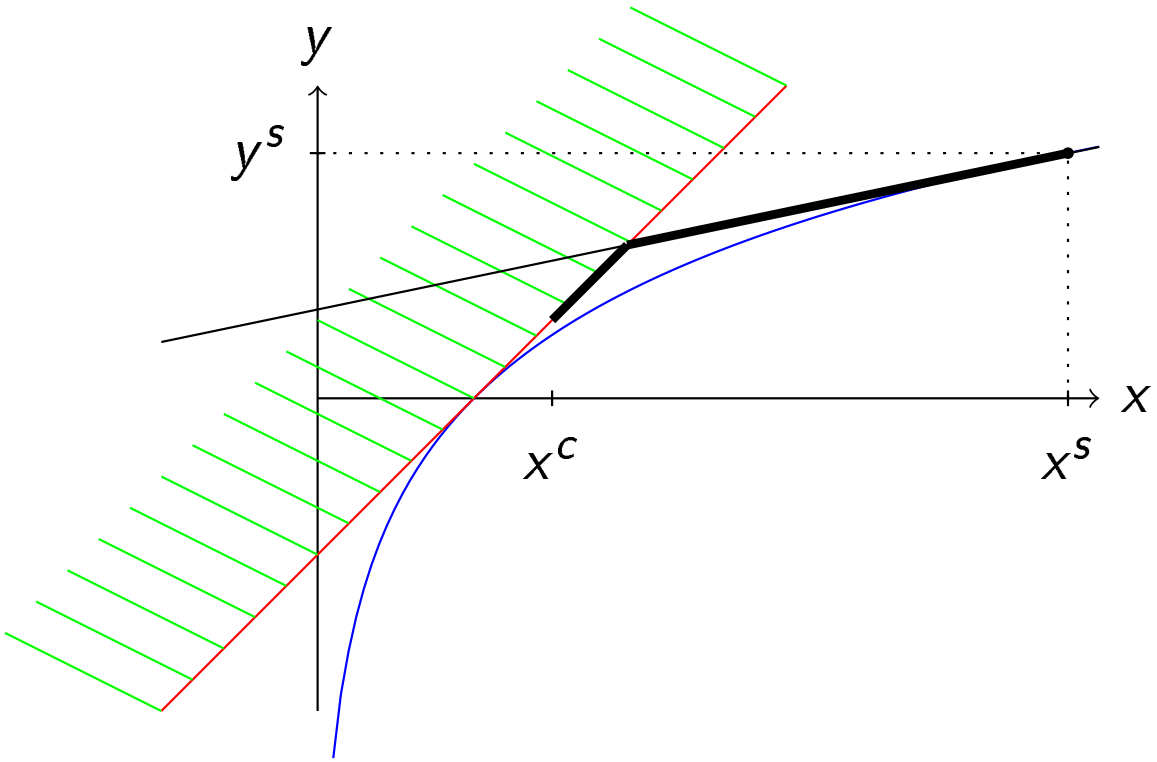
# Application sur l'exemple suivi (2/2)




$$y^c = \min(y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s), x^c - 1)$$

`dist` : distance $L_1$ sur $(\overrightarrow{i} + \varrho^s \overrightarrow{j}, \overrightarrow{j})$

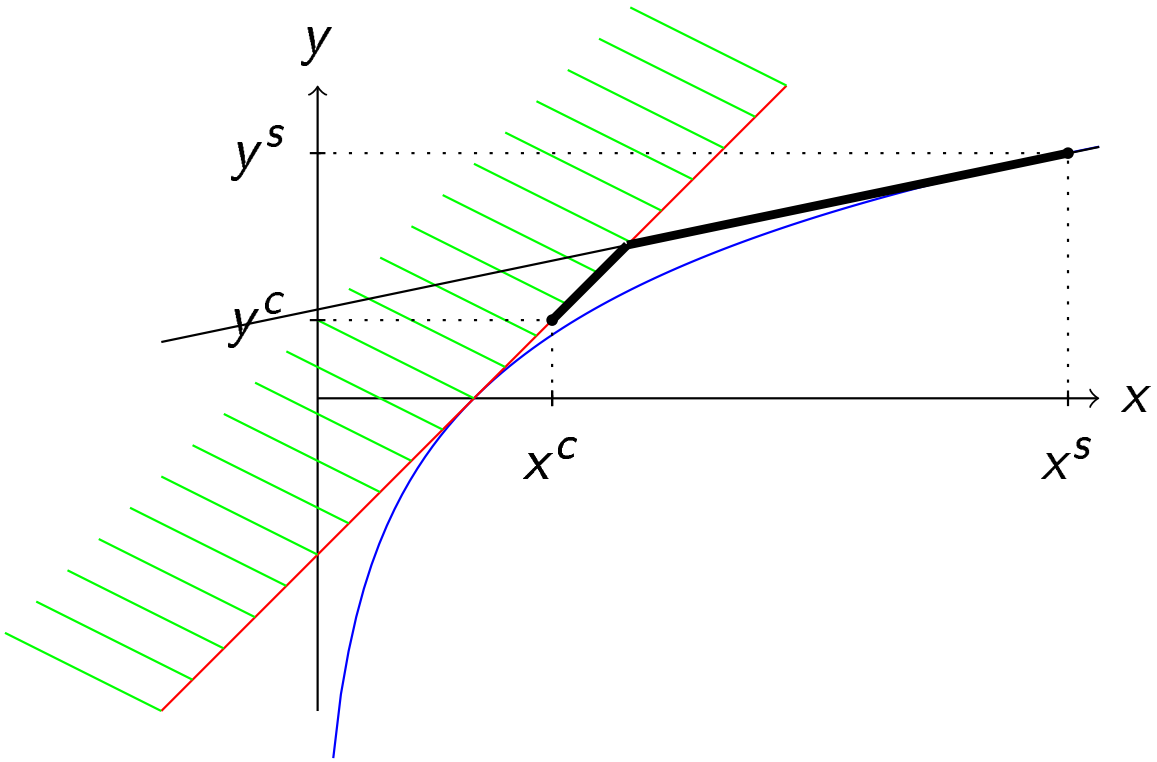
# Application sur l'exemple suivi (2/2)




$$y^c = \min(y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s), x^c - 1)$$

`dist` : distance $L_1$ sur $(\overrightarrow{i} + \varrho^s \overrightarrow{j}, \overrightarrow{j})$

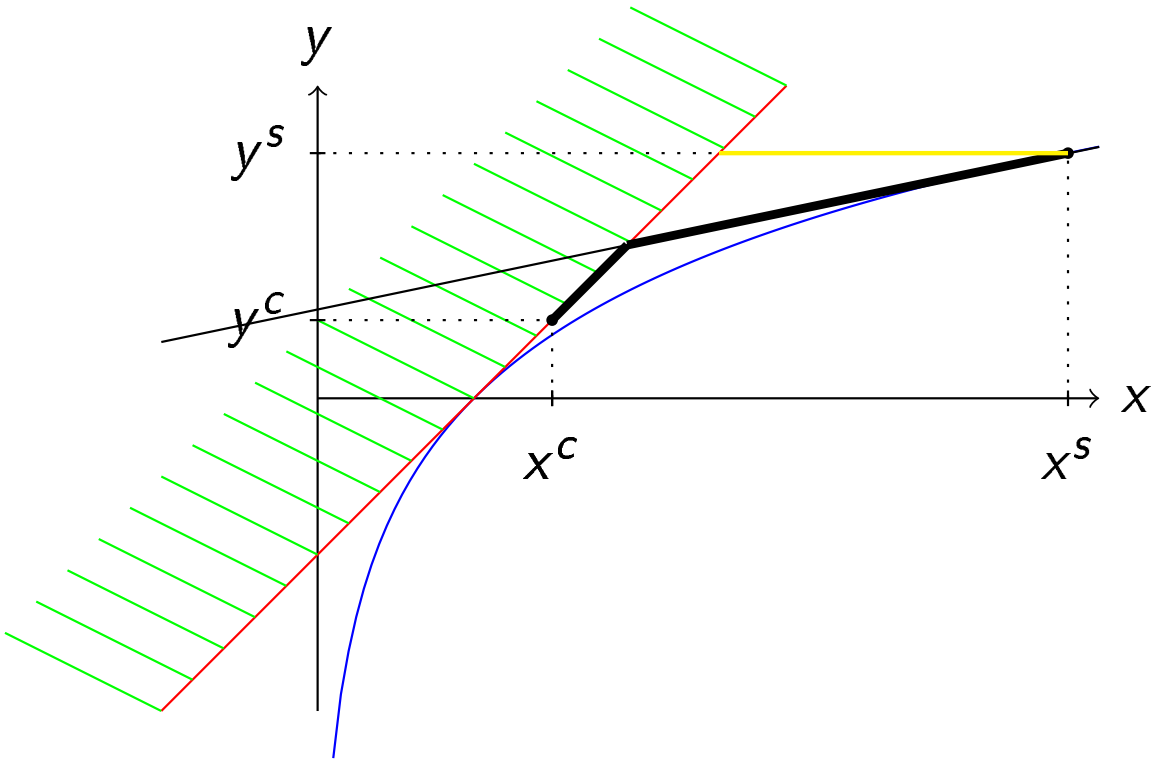
# Application sur l'exemple suivi (2/2)




$$y^c = \min(y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s), x^c - 1)$$

`dist` : distance $L_1$ sur $(\overrightarrow{i} + \varrho^s \overrightarrow{j}, \overrightarrow{j})$

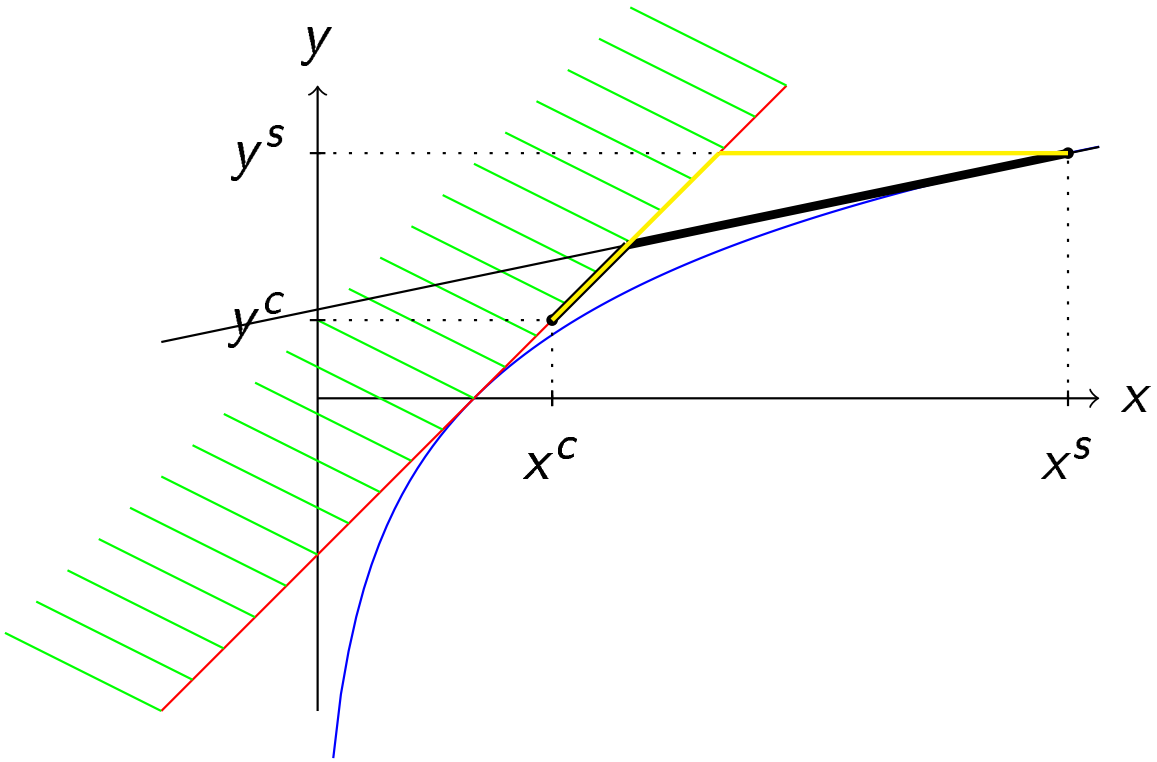
# Application sur l'exemple suivi (2/2)




$$y^c = \min(y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s), x^c - 1)$$

`dist` : distance $L_1$ sur $(\overrightarrow{i} + \varrho^s \overrightarrow{j}, \overrightarrow{j})$

# Application sur l'exemple suivi (2/2)




$$y^c = \min(y^s + \varrho^s \cdot (x^c - x^s), x^c - 1)$$

`dist` : distance $L_1$ sur $(\overrightarrow{i} + \varrho^s \overrightarrow{j}, \overrightarrow{j})$

# L'adaptation conservatrice revisitée

# Évolution du terme « adaptation conservatrice »

- 2007-2008 :
  adaptation conservatrice $=$ $\circ$-adaptation quelconque
- Or, l'adaptation différentielle est une $\circ$-adaptation et ne peut guère être qualifiée de conservatrice
  (à moins que $\dfrac{\partial y_j}{\partial x_i}(x^s) = 0$)
- Donc, maintenant :
  adaptation conservatrice $\neq$ $\circ$-adaptation quelconque
- 2009-2010 :
  abandon du terme en faveur d'« adaptation par révision »
- 2011 : retour du terme

# Adaptation conservatrice : (re)définition (1/2)

- Intuitivement : adaptation conservatrice = copie + correction
- Donc, pour un cas source spécifique, un problème cible spécifique et en l'absence de connaissances du domaine : $y^c = y^s$
- Vérifié en particulier pour

$$\mathtt{dist}(\mathtt{u}^s, \mathtt{u}^c) = \mathtt{dist}_{\mathtt{pb}}(x^s, x^c) + \mathtt{dist}_{\mathtt{sol}}(y^s, y^c)$$

car, à $x^s$, $x^c$ et $y^c$ fixés, $\min_{y^c} [\mathtt{dist}(\mathtt{u}^s, \mathtt{u}^c)] = \text{fonction}(y^s)$

- Idem pour

$$\mathtt{dist}(\mathtt{u}^s, \mathtt{u}^c) = \sqrt{\mathtt{dist}_{\mathtt{pb}}(x^s, x^c)^2 + \mathtt{dist}_{\mathtt{sol}}(y^s, y^c)^2}$$

- Donc, avec ce genre de distances `dist`, la $\circ$-adaptation
  - En l'absence de connaissances du domaine, avec cas sources spécifiques : revient à une copie
  - Avec connaissances du domaine : revient à une copie et correction (donc à une adaptation conservatrice)

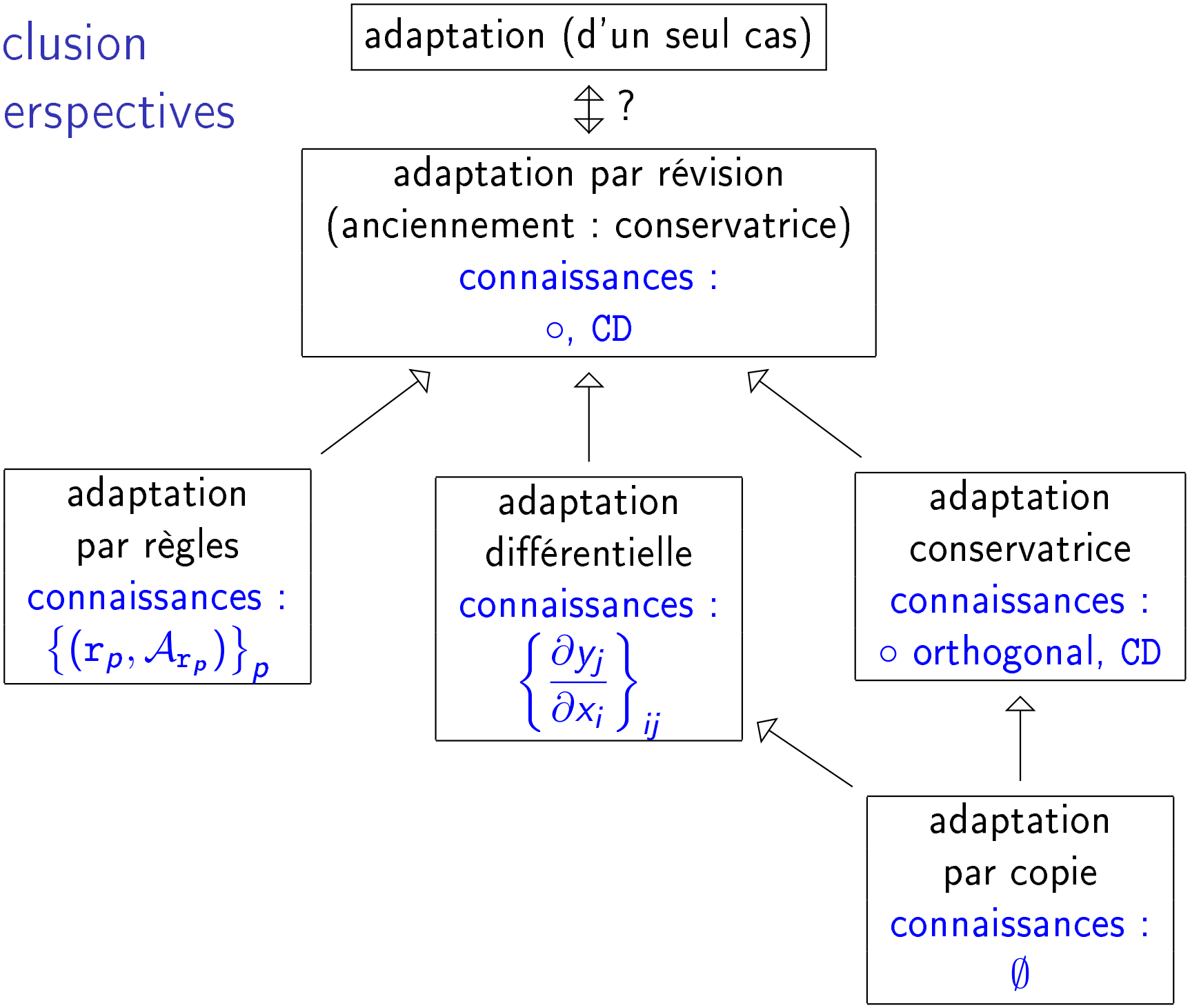
# Adaptation conservatrice : (re)définition (2/2)

### Définition

*$\circ$ : opérateur de révision orthogonal sur $\mathcal{U} = \mathcal{U}_{pb} \times \mathcal{U}_{sol}$ s'il existe un opérateur de révision $\circ_{pb}$ (resp., $\circ_{sol}$) sur $\mathcal{U}_{pb}$ (resp., sur $\mathcal{U}_{sol}$) tel que pour $P_1, P_2 \in 2^{\mathcal{U}_{pb}}$ et $S_1, S_2 \in 2^{\mathcal{U}_{sol}}$*

$$(P_1 \times S_1) \circ (P_2 \times S_2) = (P_1 \circ_{pb} P_2) \times (S_1 \circ_{sol} S_2)$$

### Définition

*L'adaptation conservatrice : une $\circ$-adaptation avec $\circ$ orthogonal*

# Conclusion et perspectives