

Exercice 1 :

Soient R et S des relations d'ordre sur un ensemble X . Décider lesquelles des relations suivantes sont aussi des relations d'ordre :

Question 1 – $R \cap S$;

Question 2 – $R \cup S$;

Question 3 – $R \setminus S$.

Exercice 2 :

Vérifier que l'ordre produit et l'ordre lexicographique sont bien des relations d'ordre.

Exercice 3 :

Soit R la relation sur \mathbb{N} telle que aRb ssi b est divisible par a , c'est-à-dire, il existe un entier naturel c tel que $b = ac$. Montrer que R est une relation d'ordre sur \mathbb{N} .

Exercice 4 :

Soit X un ensemble quelconque, et soit $\mathcal{P}(X)$ l'ensemble de tous les sous-ensembles de X .

Question 1 – Montrer que la relation d'inclusion \subseteq définit un ordre partiel sur $\mathcal{P}(X)$.

Question 2 – Dessiner le diagramme de Hasse de l'ensemble de tous les sous-ensembles de $\{1, 2, 3\}$ avec la relation d'ordre \subseteq .

Exercice 5 :

Une partition P_1 d'un ensemble X est *plus fine* qu'une autre partition P_2 si elle fractionne les parties de P_2 en de plus petites parties ; on l'indique par $P_1 \preceq P_2$.

Question 1 – Montrer que \preceq est une relation d'ordre sur X .

Question 2 – Dessiner le diagramme de Hasse pour le cas $X = \{1, 2, 3, 4\}$.

Exercice 6 :

Soit $A = \{1, 2, 3\}$ et $B = \{1, 2\}$. Dessiner le diagramme de Hasse du produit cartésien $A \times B$

Question 1 – avec l'ordre produit ;

Question 2 – avec l'ordre lexicographique.

Exercice 7 : Ordonner toutes les permutations de 123 par l'ordre lexicographique.