# INF233-TD15-Sous-Graphe, cycle, clique et stable

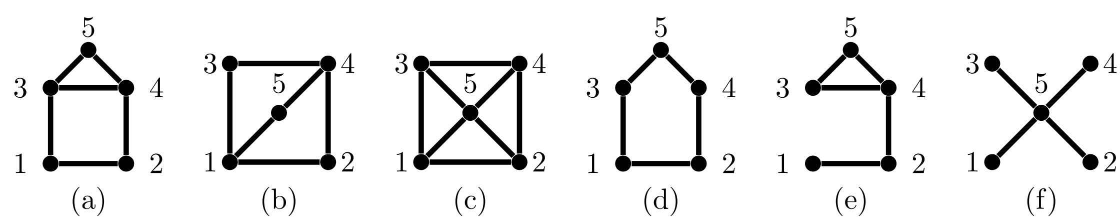
*29 novembre 2011*

Exercice 1 :

Question 1 – Rappelez la définition de cycle eulérien, chemin eulérien, cycle hamiltonien, chemin hamiltonien.

Question 2 – Pour chacun des graphes suivants, répondez aux questions suivantes. Si vous répondez oui, donnez un exemple de chemin ou cycle. Si vous répondez non, justifiez pourquoi.

1. Le graphe possède-t-il un chemin eulérien ?
2. Le graphe possède-t-il un cycle eulérien ?
3. Le graphe possède-t-il un chemin hamiltonien ?
4. Le graphe possède-t-il un cycle hamiltonien ?



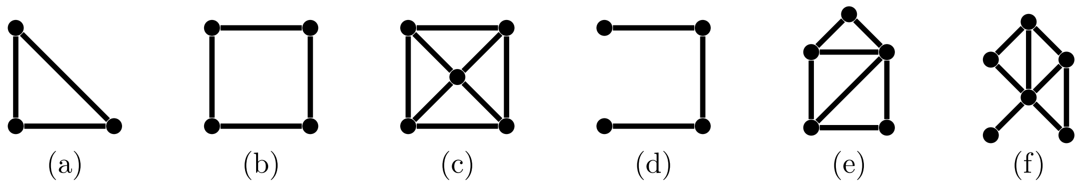

Exercice 2 : Amélie veut fêter son anniversaire. Pour que cela se passe bien, elle ne veut inviter des amis qui se connaissent tous entre eux. Voilà la liste de ses amis et de leur lien d'amitié :
- Bernard : Cecile, David, Farid
- Cecile : Bernard, Elodie, Farid, Gregoire, David
- David : Elodie, Bernard, Cecile, Hervé, Farid
- Elodie : David, Cecile
- Farid : Cecile, Bernard, David
- Gregoire : Cecile, Herve
- Herve : David, Gregoire

Question 1 – Combien de personnes peut-elle inviter au maximum ?

Amélie veut maintenant organiser une soirée de rencontres entre quelques uns de ses amis. Pour que cela se passe bien, elle souhaite que personne soit déjà ami avec une autre personne pendant la soirée (excepté elle-même bien entendu).

Question 2 – Combien de personnes peut elle inviter ?

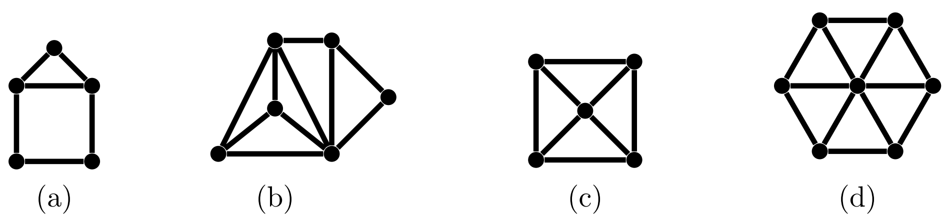
Exercice 3 : Des graphes sont dessinés ci-dessous. Donnez toutes les relations "sous-graphe partiel" et "sous graphe induit" possible entre les différents graphes.




Exercice 4 : (Cours) Soit $\mathcal{R}_1$ la relation sur les graphes "est un sous graphe partiel de" et $\mathcal{R}_2$ la relation "est un sous graphe induit de".

Question 1 – Montrez que $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$ sont des relations d'ordre. (On considère pour cela que deux graphes *isomorphes* sont identiques).

Exercice 5 : Pour chacun des graphes suivants, donnez les tailles du plus grand stable $\alpha(G)$ et de la plus grande clique $\omega(G)$.




Exercice 6 : (Cours) Montrez que pour tout graphe $G$, on a : $\alpha(G)+\omega(G) \leq n+1$. Trouvez des graphes pour lesquelles il y a égalité.

Exercice 7 : Soit $G$ un graphe non connexe ayant exactement deux composantes connexes $G_1$ et $G_2$. Trouvez des relations entre $\omega(G)$, $\omega(G_1)$ et $\omega(G_2)$ et entre $\alpha(G)$, $\alpha(G_1)$ et $\alpha(G_2)$.

Exercice 8 : (Cours) Soit $G$ un graphe. On note $\bar{G}$ le graphe complémentaire de $G$ (même ensemble de sommets, arêtes complémentaires). Montrez que $\omega(G) = \alpha(\bar{G})$ et que $\alpha(G) = \omega(\bar{G})$ .

Exercice 9 : (*) Soit $a$, $b$ et $n$ des entiers.

Question 1 – Donnez des valeurs de $a$, $b$ et $n$ pour lesquelles il existe un graphe $G$ à $n$ sommets tel que $a = \alpha(G)$, $b = \omega(G)$ et donnez un tel graphe. Cela change-t-il si le graphe $G$ est de plus connexe ?

Question 2 – Pour quelles valeurs de $a$, $b$ et $n$ il n'existe pas de tel graphe ? (on pourra exprimer $a$ en fonction de $b$ et $n$ par exemple).