



Les documents sont interdits. Durée 60'.

Ce contrôle est un questionnaire à choix multiples qui sera **corrigé automatiquement**. Il faut remplir avec soin les réponses au **stylo bille noir ou bleu** et **noircir complètement** la case correspondante. **Ne pas toucher aux cases situées tout en haut de la feuille.** Toute les réponses sont à donner **uniquement** sur la **feuille de réponse**.

Les questions **avec** le symbole ♣ peuvent présenter *zéro, une ou plusieurs bonnes réponses*. Ces questions sont notées sur 2 points avec -1 point par mauvaise réponse (0 minimum par question). Les autres questions **sans** le symbole ♣ ont une *unique bonne réponse*. Ces questions sont notées sur 2 points avec 2 points si la réponse est correcte, 0 si il n'y a pas de réponse et -0.5 si la réponse est mauvaise ou incohérente.

1 λ-calcul: bases

On rappelle que le symbole $\mathcal{P}(X)$ désigne l'ensemble des parties de l'ensemble X . On rappelle que le λ-calcul est l'ensemble de formules Λ défini par la grammaire ci-dessous où Var est un ensemble de variables et $E, F \in \Lambda$. Nota bene : on s'autorise à enlever les parenthèse les plus à l'extérieur et à ajouter librement des parenthèses autour des sous-expressions pour lever toute ambiguïté. Par exemple, on peut écrire $(\lambda x.y) x$.

$$\Lambda := x \in \text{Var} \mid (E F) \mid \lambda x.E$$

1.1 Validité syntaxique

Question 1 ♣ Parmi les expressions suivantes, indiquer celles qui sont des expressions *syntactiquement correctes* du λ-calcul:

A $(\lambda z.z \lambda x)$

C $((x y)(x z))$

B $\lambda x.(x y)$

D Aucune de ces réponses n'est correcte.

1.2 Variables libres et liées

Question 2 Indiquer quel est l'ensemble des variables *libres* de l'expression $(x (\lambda z.y))$:

A $\{y\}$

C $\{x\}$

B $\{x, y\}$

D \emptyset

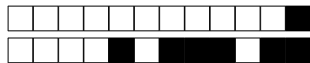
Question 3 Indiquer quel est l'ensemble des variables *liées* de l'expression $((\lambda x.(\lambda y.z)) x)$:

A \emptyset

C $\{x\}$

B $\{x, y\}$

D $\{y\}$



Question 4 Indiquer quel est le type de la fonction FV qui calcule l'ensemble des variables libres d'une expression du λ -calcul:

- A Aucune de ces réponses n'est correcte. C $\Lambda \rightarrow \Lambda$
 B $\Lambda \rightarrow \text{Var}$ D $\Lambda \rightarrow \mathcal{P}(\text{Var})$

1.3 Sous-formule

Question 5 Indiquer quel est le type de la fonction SF qui calcule l'ensemble des sous-expressions d'une expression du λ -calcul, par exemple $\text{SF}(\lambda x.\lambda y.x) = \{\lambda x.\lambda y.x, \lambda y.x, x\}$:

- A $\Lambda \rightarrow \mathcal{P}(\text{Var})$ C Aucune de ces réponses n'est correcte.
 B $\Lambda \rightarrow \mathcal{P}(\Lambda)$ D $\Lambda \rightarrow \Lambda$

2 λ -calcul: β -réduction

On considère dans cette partie et dans la suite que le λ -calcul intègre les entiers naturels et les opérations $*$ et $+$ ayant les types et réductions attendus. Ce langage est défini par la grammaire suivante, on s'autorise les mêmes abus de notation que précédemment :

$$\Lambda := n \in \mathbf{N} \mid x \in \text{Var} \mid (E F) \mid \lambda x.E \mid E + F \mid E * F$$

Question 6 ♣ Parmi les expressions suivantes, indiquer celles dans lesquelles l'expression $(\lambda x.(x 3))(\lambda y.2 + y)$ se β -réduit en *une* ou en *plusieurs* étapes :

- A $(\lambda y.2 + y) 3$ C 5
 B $\lambda x.2 + 3$ D Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 ♣ Parmi les expressions suivantes, indiquer celle dans laquelle l'expression $((\lambda f.\lambda x.((f x) x))(\lambda x.\lambda y.x + y)) 2$ se β -réduit en *une* ou en *plusieurs* étapes :

- A $((\lambda x.x + x) 2)$ C $((\lambda x.\lambda y.x + y)(2 2))$
 B $\lambda x.(((\lambda y.2 + y) x) x)$ D Aucune de ces réponses n'est correcte.

3 λ -calcul: typage

On considère dans cet exercice que le seul type primitif du λ -calcul est **number**, sans variables de type.

Question 8 ♣ Parmi les expressions suivantes, indiquer celles qui ont le type **number** \rightarrow (**number** \rightarrow **number**) :

- A $\lambda x.\lambda y.x$ C $\lambda f.\lambda x.(f x)$
 B $\lambda x.\lambda y.x + y$ D Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 9 ♣ Parmi les expressions suivantes, indiquer celles qui sont correctement typables :

- A $\lambda x.\lambda f.(f (x x))$ C $(\lambda y.y)(\lambda f.(f 3))$
 B $\lambda x.\lambda f.((f x) x)$ D Aucune de ces réponses n'est correcte.



Question 10 Indiquer quel est le type de l'expression $(\lambda f.(f\ 2) + (f\ 3))$:

- A $\text{number} \rightarrow (\text{number} \rightarrow \text{number})$ C $(\text{number} \rightarrow \text{number}) \rightarrow \text{number}$
 B $\text{number} \rightarrow \text{number}$ D *L'expression n'est pas typable.*

4 λ -calcul et évaluation du JavaScript

Question 11 On considère l'expression $\lambda f.\lambda x.(f\ (f\ x))$, indiquer quelle définition JavaScript la représente parmi les suivantes :

- A $f \Rightarrow x \Rightarrow f(f(x))$; C $f \Rightarrow x \Rightarrow f\ (f\ x)$;
 B $(f, x) \Rightarrow f(f(x))$; D $f \Rightarrow f(f(x))$;

Question 12 ♣ On considère la définition JavaScript $f \Rightarrow g \Rightarrow x \Rightarrow f(g(x))$; , indiquer quelle(s) expression(s) du λ -calcul est équivalente parmi les suivantes :

- A $\lambda f.\lambda g.\lambda x.(f\ (g\ x))$ C $\lambda g.\lambda f.\lambda x.(g\ (f\ x))$
 B $\lambda f.\lambda g.\lambda x.((f\ g)\ x)$ D *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 13 On considère les définitions JavaScript $\text{let dbl} = f \Rightarrow x \Rightarrow (f(x))(x)$; et $\text{let ex_dbl} = \text{dbl}(x \Rightarrow y \Rightarrow x+2*y)$; indiquer quelle définition parmi les suivantes calcule la même chose que ex_dbl :

- A $x \Rightarrow y + 2*y$; C $x \Rightarrow (x \Rightarrow x+2*x)$;
 B $x \Rightarrow (x \Rightarrow y \Rightarrow x+2*y)(x)$; D $x \Rightarrow 3*x$;

Question 14 ♣ Soit les fonctions $\text{let I} = x \Rightarrow x$; et $\text{let K} = x \Rightarrow y \Rightarrow x$; . Parmi les programmes suivants, indiquer lesquels produisent la valeur 3

- A $I(K(I))(3)(1)$ C $I(K)(3)$
 B $I(I)(3)$ D *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 15 ♣ Soit la fonction $\text{let fn3} = x \Rightarrow x(x)$. Parmi les programmes suivants, indiquer lesquels produisent la valeur 3

- A $\text{fn3}(\text{fn3}(x \Rightarrow x))(3)$ C $\text{fn3}(3)$
 B $\text{fn3}(x \Rightarrow x)(3)$ D *Aucune de ces réponses n'est correcte.*



5 JavaScript

5.1 Bases de JavaScript

Question 16 ♣ Parmi les expressions suivantes, indiquer celles qui s'évaluent à `true` sans erreur, où `non_decl` est une variable déclarée nulle part.

- A `typeof undefined === typeof non_decl;` C `typeof "" === typeof [];`
 B `typeof "toto" === typeof "string";` D *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 17 ♣ Soient `let t0 = [0]; let t1 = [0];`. Parmi les expressions suivantes, indiquer celles qui s'évaluent à `true`

- A `t0 == t1;` C `t0[0] == t1[0];`
 B `t0 == [0];` D *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 18 ♣ Soit le programme `let obj0 = {a: {b: 1}}; let obj1 = {};` `obj1.a = obj0.a;` `obj0.a.b = 0;`. Parmi les expressions suivantes, indiquer celles qui s'évaluent à `true` après son exécution.

- A `obj0.a.b === 0;` C `obj1.a.b === 0;`
 B `obj1.a.b === 1;` D *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

5.2 Le programme mystère

On considère les fonctions `deco(f)`, `f1` et `f2` définies dans l'encadré ci-dessous que l'on suppose chargé dans le navigateur sans avoir rien exécuté d'autre.

```
1 function deco(f) {  
2   let n = 0;  
3   return function (x){  
4     console.log(`#${n}`)  
5     n = n + 1;  
6     return f(x);  
7   }  
8 };  
9  
10 let f1 = deco(x => x + 1);  
11 let f2 = deco(x => x + 1);
```

Question 19 ♣ Indiquer parmi les propositions suivantes celles qui sont correctes :

- A Exécuter `console.log(typeof deco());` affiche un texte commençant par `function` C Exécuter `console.log(typeof deco);` affiche un texte commençant par `function`
 B Exécuter `console.log(typeof deco())();` affiche un texte commençant par `function` D *Aucune de ces réponses n'est correcte.*



Question 20 On suppose ne rien avoir exécuté d'autre après le chargement du programme. On exécute `f1(0); f2(0);`. Sans considérer l'affichage automatique de la dernière expression évaluée, qu'est-ce qui s'affiche sur la console ?

- A #0 puis #1 C Une *erreur* à l'exécution
 B #0 puis #0 D #1 puis #1

Question 21 On suppose ne rien avoir exécuté d'autre après le chargement du programme. On exécute `f1(0); f1(0);`. Sans considérer l'affichage automatique de la dernière expression évaluée, qu'est-ce qui s'affiche sur la console ?

- A #0 puis #0 C #0 puis #1
 B Une *erreur* à l'exécution D #1 puis #2

Question 22 On suppose ne rien avoir exécuté d'autre après le chargement du programme. On exécute `let g = deco((deco)); g(x => x + 1)(0); g(x => x + 1);`. Sans considérer l'affichage automatique de la dernière expression évaluée, qu'est-ce qui s'affiche sur la console ?

- A Une *erreur* à l'exécution C #0 puis #0 puis #0
 B #0 puis #0 puis #1 D #0 puis #1 puis #0

6 API fonctionnelle des tableaux

La méthode `Array.prototype.every(p)` teste si tous les éléments du tableau vérifient la propriété `p` passée en paramètre, par exemple `[0,1,2,3,4].every(x => x >= 0)`; produit `true` tandis que `[0,1,2,3,4].every(x => x > 0)`; produit `false`. Similairement la méthode `Array.prototype.some(p)` teste si au moins un des éléments du tableau vérifie la propriété `p`.

Question 23 Indiquer le résultat envoyé par `[0,1,2,3,4].some(x => x > 2).map(x => x + 1);` :

- A la valeur `false` C le tableau `[3,4,5]`
 B Cet appel produit une *erreur* à l'exécution. D la valeur `true`

Question 24 Indiquer le résultat envoyé par `[0,1,2,3,4].map(x => x + 1).filter(x => x > 2);` :

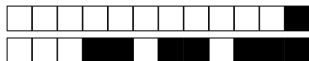
- A la valeur `false` C le tableau `[3,4,5]`
 B la valeur `true` D le tableau `[4,5]`

Question 25 Indiquer le résultat envoyé par `[0,1,2,3,4].map(x => x + 1).some(x => x > 2);` :

- A la valeur `false` C le tableau `[4,5]`
 B la valeur `true` D le tableau `[3,4,5]`

Question 26 On exécute `[] .reduce((acc,x)=> acc - x, 0)`; . Indiquer ce que l'on obtient :

- A une *erreur* à l'exécution C la valeur `-1`
 B la valeur `1` D la valeur `0`



Question 27 On exécute `[1].reduce((acc,x)=> acc - x, 0);`. Indiquer ce que l'on obtient :

- A la valeur 0 C la valeur -1
 B une *erreur* à l'exécution D la valeur 1

Question 28 On exécute `[0,1,2,3,4].filter(n => n % 2 === 0).reduce((acc, x)=> x * x, 0);`. Indiquer ce que l'on obtient :

- A la valeur 20 C la valeur 30
 B la valeur 16 D une *erreur* à l'exécution

Question 29 On exécute `[0,1,2,3,4].filter(x => x > 0).reduce((acc, n)=> acc * n, 1);`. Indiquer ce que l'on obtient :

- A une *erreur* à l'exécution C la valeur 24
 B la valeur 10 D la valeur 0

Question 30 On exécute `[0,1,2,3,4].reduce((acc, x)=> acc + x * x, 0).filter(n => n % 2 === 0);`. Indiquer ce que l'on obtient :

- A la valeur 16 C une *erreur* à l'exécution
 B la valeur 20 D la valeur 30



Feuille de réponses à compléter

0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9

← codez votre numéro d'étudiant commençant par "1" ci-contre, et écrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :
.....



- Question 1 : A B C D
- Question 2 : A B C D
- Question 3 : A B C D
- Question 4 : A B C D
- Question 5 : A B C D
- Question 6 : A B C D
- Question 7 : A B C D
- Question 8 : A B C D
- Question 9 : A B C D
- Question 10 : A B C D
- Question 11 : A B C D
- Question 12 : A B C D
- Question 13 : A B C D
- Question 14 : A B C D
- Question 15 : A B C D
- Question 16 : A B C D
- Question 17 : A B C D
- Question 18 : A B C D
- Question 19 : A B C D
- Question 20 : A B C D
- Question 21 : A B C D
- Question 22 : A B C D
- Question 23 : A B C D
- Question 24 : A B C D
- Question 25 : A B C D
- Question 26 : A B C D
- Question 27 : A B C D
- Question 28 : A B C D
- Question 29 : A B C D
- Question 30 : A B C D