

# Linguaggio matematico per la modellazione delle regole di urbanistica

Robert Laurini

Knowledge Systems Institute, USA, e Università di Lione, Francia  
Roberto.Laurini@gmail.com

## Abstract

Prima di definire un linguaggio informatico, è necessario conoscere la semantica che dobbiamo integrare. Attualmente, un approccio basato sulle regole è molto comune nelle applicazioni aziendali in formati come IF-THEN-Fact o IF-THEN-Action. In un precedente articolo (Laurini, 2015), erano state elencate le caratteristiche importanti di un linguaggio per la modellazione delle regole geografiche. In questo lavoro, si definisce un modello matematico, vale a dire il primo passo per disegnare un linguaggio informatico, a partire dai diagrammi sintattici ottenendo una notevole potenza espressiva; inoltre sono presentati diversi esempi in urbanistica. Le regole geografiche possono provenire da tre sorgenti: (i) regole amministrative, (ii) risultati di data mining spaziale e big data, e (iii) migliori prassi proposte da esperti. Il modello integra vari domini matematici quali la logica, la geometria computazionale, e la topologia. In particolare, abbiamo identificato nuovi formati quali la IF-THEN-Zone, la co-localizzazione e la bi-localizzazione.

Per dimostrare la potenza espressiva del linguaggio matematico, circa venti regole di urbanistica saranno codificate e presentate (per esempio, vicinanza degli aeroporti, dei monumenti storici, e altezza degli edifici).

## Introduzione

La conoscenza geografica ha sempre dimostrato il suo valore di strumento di ragionamento per definire soluzioni efficaci per la gestione dei territori. In molti settori, come la pianificazione urbana e ambientale, è essenziale avviare processi di analisi e ragionamento basati sulla conoscenza geografica, e quindi sulla geolocalizzazione, nel suo senso più ampio. In questo contesto, oltre ai fatti e alle relazioni spaziali, i portafogli di conoscenza includono regole geolocalizzate. Dichiarazioni come "In Inghilterra, si guida a sinistra", "In Canada, la maggior parte della popolazione vive lungo il confine con gli Stati Uniti", indicano che le regole contengono un riferimento esplicito allo spazio, che diventa un parametro fondamentale.

Alcuni anni fa, era stato presentato (Laurini, 2015) un quadro preliminare per le regole geografiche. Di fatto, la natura di queste regole è molto ampia e si possono classificare attraverso diverse categorie: (i) le regole della geografia fisica (ad esempio, climatologia, inondazioni, eruzioni vulcaniche, meccanismi di diffusione, idrologia), (ii) le regole antropiche ed economiche (demografia, sociologia, economia, trasporti) e (iii) le norme giuridiche (costituzioni, leggi sulla pianificazione urbana e ambientale).

Tali regole possono provenire da esperti, da algoritmi di data mining spaziali, da documenti, da crowdsourcing. Tuttavia, a causa della loro eterogeneità, modellarle attraverso i linguaggi naturali è un compito complesso. Infatti, le

**N.B. - Le pagine non devono essere numerate**

forme tradizionali IF-THEN-FACT e IF-THEN-ACTION, basate sulla logica, non sono del tutto adatte per modellare e gestire la geometria e la topologia dello spazio (Ross 2011).

L'obiettivo del lavoro è quindi quello di introdurre alcune specifiche relative all'insieme di regole e proporre un modello per codificare le regole geolocalizzate. Tuttavia, bisogna tener presente che possono esserci eccezioni, esenzioni e trasgressori, vale a dire luoghi in cui la validità di queste norme non è garantita.

Lo scopo del presente studio è quello di definire un linguaggio informatico (Laurini, 2017) per modellare le regole geografiche, ma prima di procedere in tal senso, è necessario esaminare la semantica del dominio. In articoli precedenti (Laurini et al. 2016), erano stati presentati alcuni aspetti preliminari di tale semantica. In questo lavoro, viene presentato un linguaggio matematico integrando la semantica soprattutto con esempi presi nel dominio dell'urbanistica.

### **Generalità sul linguaggio matematico**

Il linguaggio si baserà non solo sulla logica e sulla teoria degli insiemi, ma anche sulla geometria computazionale, sulla topologia e sulla teoria degli insiemi fuzzy. Prima di dare la grammatica, devono essere fatte alcune precisazioni per spiegare i componenti principali. Nel modello, assumiamo che:

- un oggetto geografico globale chiamato *Earth* include tutti gli oggetti geografici esistenti (*GO*) e i territori (*Terr*),
- un'ontologia descrive i loro tipi/classi (qualunque sia il concetto), insieme ad alcuni attributi specifici e le loro relazioni generiche,
- tutti gli oggetti hanno attributi di valore; nel caso di nuovi oggetti, gli attributi sono impostati a *null*,
- esiste un insieme denominato *Projects* che comprende tutti i possibili progetti ambientali e urbani,
- esiste un dizionario che integra tutti i toponimi possibilmente con diverse varianti e in diverse lingue,
- si presume che tutte le informazioni siano corrette e coerenti,
- si presume che non ci siano problemi né per quanto riguarda l'accuratezza della geometria, né per la rappresentazione multipla,
- non esistono problematiche per l'archiviazione, l'implementazione, e l'ottimizzazione,
- il linguaggio non è un linguaggio formale come nelle scienze informatiche, ma consente un grado di flessibilità in cui tutti possono aggiungere simboli e funzioni.

### **Insiemi geografici**

I primi elementi sono la Terra (*Earth*) gli insiemi di oggetti geografici (*GO*). Mentre alcuni di essi sono ben caratterizzati (strade, edifici, isole, ecc.), altri hanno bisogno di alcuni chiarimenti sulle loro definizioni. Lo scopo di questo documento non è quello di contribuire a tali caratterizzazioni, poiché le opere riguardanti le ontologie geografiche hanno rivelato diverse difficoltà di

categorizzazione. Molti oggetti sono conosciuti con il loro nome (come Sahara), ma i confini non sono ben definiti, così come per le Alpi.

### ***Informazioni sui luoghi***

Tutti i luoghi appartengono alla Terra e possono essere descritti in base a varie soluzioni. Quelli più semplici sono definiti con un nome, per esempio l'Argentina, i più complessi da un insieme di coordinate (poligoni). Non bisogna dimenticare che un luogo può essere formato da un poligono non connesso (ad esempio, un paese con le sue isole). È possibile definire soluzioni più complesse, ad esempio il gruppo di paesi in cui le persone guidano a sinistra, un quartiere racchiuso in un insieme di strade, e così via.

### ***Informazioni sugli oggetti geografici***

Tutti gli oggetti geografici (GO) hanno tre tipi di attributi: per identificarli, per descriverli da un punto di vista geometrico, e per gli attributi semantici. È possibile utilizzare la notazione del punto, ad esempio "*A.popolazione*".

Per quanto riguarda l'identificazione, a volte un ID può essere utilizzato, ma è più comune utilizzare un nome di luogo o un toponimo. Poiché più luoghi possono avere lo stesso toponimo (ad esempio Mississippi), la posizione risolverà le ambiguità. Per quanto riguarda la geometria, bisogna tenere presente che a volte un oggetto può avere diverse geometrie (multi-rappresentazione) e, talvolta, prese su scale diverse.

Gli attributi semantici possono avere formati diversi, ad esempio alfanumerici, booleani, multimediali, e così via. In alcuni casi, i valori fuzzy possono essere utilizzati, ad esempio, "near", "far", "low", "high".

Inoltre, nella pianificazione urbana e ambientale, è necessario prendere in considerazione la progettazione con le diverse fasi: la fase di ideazione iniziale (eventualmente distinta in preliminare, front-end, etc.); la fase amministrativa (permesso di costruzione), in cui il progetto può essere approvato o rifiutato; la fase di costruzione, a volte ritardata per motivi archeologici, paesaggistici, o finanziari. Infine, l'oggetto proiettato diventa una caratteristica geografica, finito o meno. Allo scopo è necessario considerare una superclasse di progetto che include qualsiasi oggetto geografico, ad esempio Project.Road.

### ***Relazioni, funzioni e procedure***

Le relazioni geografiche sono alla base del ragionamento geografico. Tali relazioni includono relazioni topologiche 2D (Egenhofer & Franzosa, 1991) e altre relazioni. Alcune di esse sono definite per i tipi e altre per oggetti geografici specifici. Bisogna tenere presente che una relazione è booleana (*True* o *False*) e può essere inclusa nelle condizioni.

Molte funzioni sono anche utili, alcune delle quali provengono dalla geometria computazionale. Per citarne alcune, l'unione, l'intersezione, la differenza, la distanza, il centroide, e il buffer. Esse saranno invocate quando necessario. E' perfettamente possibile aggiungere ulteriori funzioni.

Due funzioni saranno ampiamente utilizzate: *Geom* per la geometria e *Topo* per i nomi. Per definizione *Geom* (*A*) è equivalente a *A.Geom* e *Topo* (*A*) a *A.Tponym*. Anche se non indispensabili, risulteranno utili in molti casi.

Inoltre, per quanto riguarda i modelli esistenti, la soluzione migliore consiste nell'incapsularli in procedure per utilizzarli quando necessario.

### **Semantica dei simboli**

Nel modello, si assumeranno i significati comuni dei simboli matematici, anche se, a causa delle specificità del contesto, alcuni simboli assumeranno un significato particolare, come descritto di seguito.

Per le implicazioni, distinguiamo tre tipologie: il simbolo  $\Rightarrow$  verrà utilizzato per asserzioni logiche provenienti da regole fisiche o legali. Per le procedure consigliate (best practices), verrà utilizzata l'espressione "[BP]", e per le regole associative provenienti dal data mining, il simbolo sarà accompagnato dal supporto e livello di confidenza.

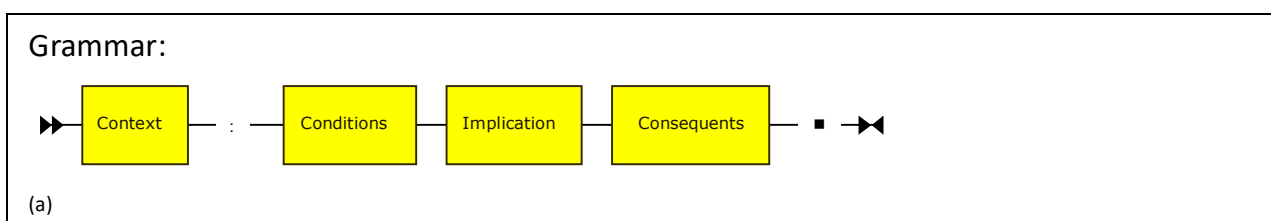
Il simbolo dell'uguaglianza può avere tre significati: (i) per definire qualcosa, (ii) per un'assegnazione di valore, e (iii) per i confronti. Li distinguiamo come segue:

- (i)  $\equiv$  per le definizioni, in particolare di nuove variabili,
- (ii)  $:=$  per l'assegnazione di un nuovo valore a una variabile nota,
- (iii)  $=$  come comparatore in condizioni booleane; in modo che la risposta sia vera o falsa.

Nella logica, il simbolo  $\vDash$  è usato per indicare un'affermazione che tiene conto del contesto. Scrivendo  $\vDash \text{Contains}(A, B)$ , si afferma che questa relazione deve essere sempre considerata come *True*. Mentre scrivendo solo  $\text{Contains}(A, B)$ , si dichiara che stiamo considerando questa relazione, ma non abbiamo alcun suggerimento se è *True* o *False*. Per quanto riguarda altri simboli provenienti dalla teoria degli insiemi, come  $\forall, \exists, \cap, \cup, \supset, \subset, \in, \vee, \wedge, \oplus$ , essi hanno il loro significato comune.

### **Conseguenti**

Nella logica, un elenco congiuntivo di antecedenti implica un elenco disgiuntivo di conseguenti in modo che  $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \dots A_i \Rightarrow C_1 \vee C_2 \vee C_3 \vee \dots C_j$  in cui sia  $A$  che  $C$  sono espressioni booleane. Nell'elenco disgiuntivo, la semantica non è univoca: tutte le  $C$  sono vere o solo un sottoinsieme? Inoltre, nel nostro caso, i conseguenti non sono sempre booleani (come accade nei IF-THEN-Fact e IF-THEN-Action). Per risolvere questo problema, è necessario prendere diverse decisioni: (i) scartando il simbolo  $\vee$  e separando i conseguenti con il simbolo ";", il che significa che tutti sono indipendenti e devono essere abilitati; (ii) per utilizzare le parentesi quadre impostate.



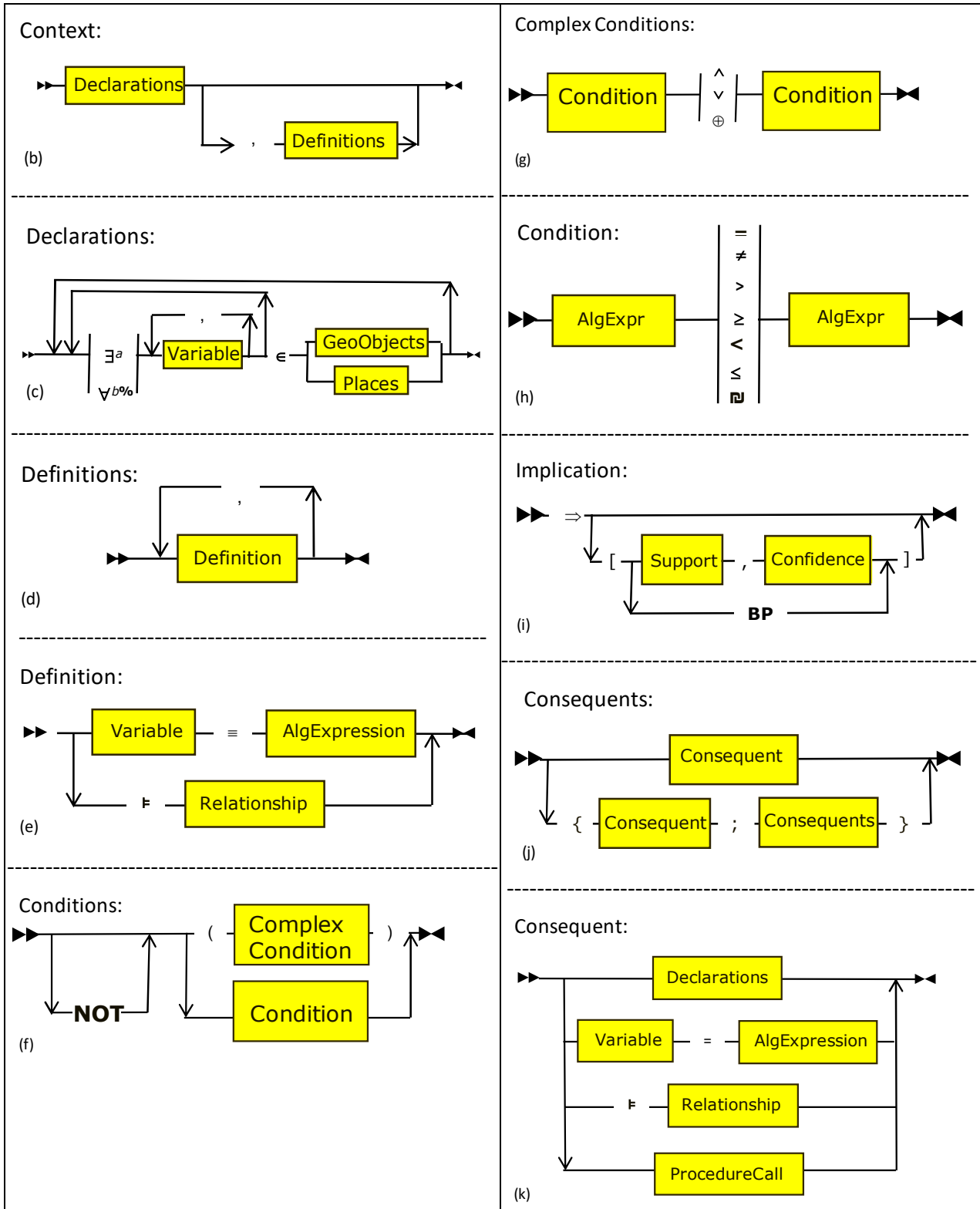


Figura 1. Grammatica del linguaggio

### A proposito di luoghi complessi

Ora si possono considerare due punti di vista, secondo la teoria degli insiemi o secondo la topologia: possiamo scrivere  $Ghana \in Earth$  o  $Contains(Earth, Ghana)$ . Per estensione, l'insieme dei paesi con guida a sinistra può essere definito da  $LD\_Countries \equiv \{UK, Irlanda, Giappone, \dots\}$ , sia da  $Geom(LD\_Countries) \equiv Union(Geom(UK), Geom(Irlanda), Geom(Giappone), \dots)$ .

Più in generale, per definire un luogo, è possibile utilizzare tutte le funzioni della geometria computazionale e della topologia. Per quanto riguarda le strade, potrebbe essere importante delimitare solo un settore, ad esempio fornendo numeri civici; ad esempio,  $Geom(S) \equiv StreetSector(Street\_name, Civic\_number1, Civic\_number2)$ .

Per delimitare un distretto urbano da una serie di strade circostanti, è possibile richiamare una funzione speciale *SurroundedByStreet* (*Street1, Street2, Street3, Street4, ecc.*).

## Formalismo

Qualsiasi regola geografica sarà progettata come illustrata nella Figura 1, contenente in particolare *Context, Conditions, Implication* e *Consequents* con i seguenti separatori ":" e "■". Il *Context* descriverà le principali variabili; *Conditions*, uno o più criteri booleani da seguire; *implication* con modalità; e *Consequents*, cioè tutte le possibili conseguenze che devono essere eseguite. Ad esempio, per definire una nuova relazione, questo può essere facilmente eseguito, ad esempio per il Nord (vedi Regola 0). Un equivalente potrebbe essere scritto per il sud. Queste regole sono valide in qualsiasi parte della Terra. Per maggiori dettagli, vedi (Laurini, 2019).

$\forall p_1, p_2 \in Earth, GeomType(p_1) \equiv Point,$ $GeomType(p_2) \equiv Point$ $\vdots$ $Latitude(p_1) > Latitude(p_2)$ $\Rightarrow$ $\models North(p_1, p_2) \blacksquare$	Regola 0
--	----------

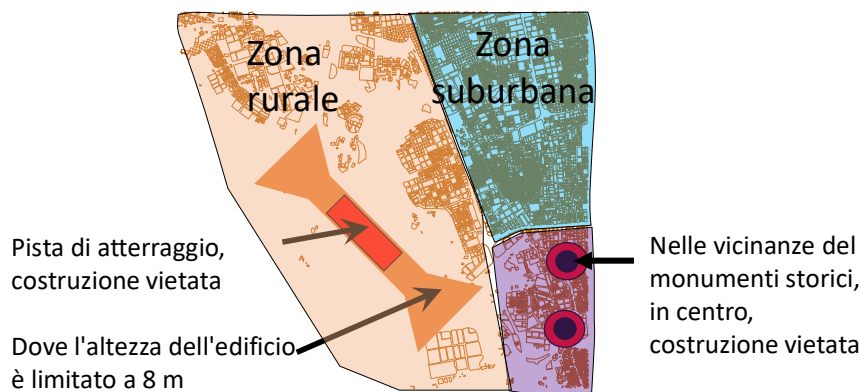


Figura 2: Zone di pianificazione urbana

## Esempio di pianificazione urbana

L'esame dei permessi di costruzione è un compito molto complesso per le autorità locali. In effetti, un edificio progettato deve essere conforme alle leggi nazionali e le norme locali. Le leggi nazionali che sono valide ovunque nel paese, mentre le norme locali considerano la posizione dell'edificio e la sua conformità alle regole di pianificazione locali, ecc. Qualsiasi edificio progettato deve essere conforme alle regole di pianificazione.

Ognuna zona di pianificazione possiede le proprie normative. Per semplificare, possono essere definite tre zone: centro (Reg.1), area suburbana e area rurale. Tuttavia, i monumenti storici si trovano nel centro della città ed

è vietato costruire nuovi edifici attorno a loro (ad esempio, entro 200 metri). Nella zona rurale, esiste un aeroporto per il quale esistono alcune limitazioni (Reg. 2). Ma per il centro e l'area rurale, la situazione è più complessa. Per il centro, dobbiamo prendere in considerazione i monumenti storici, ad esempio all'interno di un buffer di 200 m attorno al suo centroide (Reg. 3).

<p><b>1</b> <math>\exists C \in City, \exists PZoneA \in Project.Terr,</math>  <math>Topo(C) \equiv "Smart\ Town"</math>  <math>Geom(PZoneA) \equiv Polyg(731, 128; 903, 133; 905, 341; 839,</math>  <math>346; 814, 349)</math>  <math>:</math>  <math>Approved(PZone)</math>  <math>\Rightarrow</math>  <math>AffectName(PZoneA, "Downtown") \blacksquare</math></p> <hr/> <p><b>2</b> <math>\exists C \in City, \exists ZoneB \in Terr, \forall B \in Project.Building,</math>  <math>\forall P \in Parcel,</math>  <math>Topo(C) \equiv "Smart\ Town",</math>  <math>Topo(ZoneB) \equiv "Suburban\ Area"</math>  <math>\models Contains(Geom(C), Geom(ZoneB)),</math>  <math>\models Contains(Geom(ZoneB), Geom(P)),</math>  <math>\models Contains(Geom(P), Geom(B))</math>  <math>:</math>  <math>B.Height \leq 15</math>  <math>\wedge Area(Union(Geom(Floors)))/Area(Geom(P)) \leq 4</math>  <math>\wedge Area(B)/Area(Geom(P)) \leq 0.70</math>  <math>\Rightarrow</math>  <math>\models B.ZoneB\_Approved \blacksquare</math></p>	<p><b>4</b> <math>\exists C \in City, \exists ZoneC, Bowtie, Airstrip \in Terr,</math>  <math>\forall B \in Project.Building,</math>  <math>\forall P \in Parcel,</math>  <math>Topo(C) \equiv "Smart\ Town",</math>  <math>Topo(ZoneA) \equiv "Rural\ Area",</math>  <math>Geom(Bowtie) = Polyg(640, 243; 657, 290; 748, 387; 796, 405;</math>  <math>743, 459; 729, 406; 636, 316; 580, 297),</math>  <math>Geom(Airstrip) = Polyg(670, 311; 724, 365; 707, 386; 650,</math>  <math>330),</math>  <math>\models Contains(Geom(C), Geom(ZoneC)),</math>  <math>\models Contains(Geom(P), Geom(B))</math>  <math>:</math>  <math>(Contains(Minus(Geom(ZoneC), Geom(Bowtie)), Geom(B)),</math>  <math>\wedge B.Height \leq 12 \wedge Area(Union(Geom(Floors)))/Area(Geom</math>  <math>(P)) \leq 0.5</math>  <math>\wedge Area(B)/Area(Geom(P)) \leq 0.30)</math>  <math>\oplus Disjoint(Geom(Airstrip), Geom(B))</math>  <math>\oplus (Contains(Geom(Bowtie), Geom(B))</math>  <math>\wedge B.Height \leq 8 \wedge Area(Union(Geom(B.Floor)))/Area(Geom</math>  <math>(P)) \leq 0.5</math>  <math>\wedge Area(B)/Area(Geom(P)) \leq 0.30)</math>  <math>\Rightarrow</math>  <math>\models B.ZoneC\_Approved \blacksquare</math></p>
<p><b>3</b> <math>\exists C \in City, \exists ZoneA, ConservA \in Terr, \forall B</math>  <math>\in Project.Building,</math>  <math>\forall P \in Parcel, \forall M \in Monuments,</math>  <math>Topo(C) \equiv "Smart\ Town",</math>  <math>Topo(ZoneA) \equiv "Downtown",</math>  <math>Geom(ConservA) \equiv Union(Buffer(Centroid(Geom(M), 200)),</math>  <math>\models Contains(Geom(C), Geom(ZoneB)),</math>  <math>\models Contains(Minus(Geom(ZoneA), Geom(ConservA)), Geom</math>  <math>(P)),</math>  <math>\models Contains(Geom(P), Geom(B))</math>  <math>:</math>  <math>B.Height \leq 12</math>  <math>\wedge Area(Union(Geom(Floors)))/Area(Geom(P)) \leq 3</math>  <math>\wedge Area(B)/Area(Geom(P)) \leq 0.80</math>  <math>\Rightarrow</math>  <math>\models B.ZoneA\_Approved \blacksquare</math></p>	<p><b>5</b> <math>\exists C \in City, \forall B \in Project.Building,</math>  <math>Topo(C) \equiv "Smart\ Town",</math>  <math>\models Contains(Geom(C), Geom(B))</math>  <math>:</math>  <math>(Contains(Geom(ZoneA), Geom(B)) \wedge B.ZoneA\_Approved)</math>  <math>\oplus (Contains(Geom(ZoneB), Geom(B)) \wedge B.ZoneB\_Approved)</math>  <math>\oplus (Contains(Geom(ZoneC), Geom(B)) \wedge B.ZoneC\_Approved)</math>  <math>\Rightarrow</math>  <math>\models B.FullyApproved \blacksquare</math></p>

Tabella 1. Regole di pianificazione.

Per la zona rurale, tenendo conto dell'aeroporto, dobbiamo considerare tre aree: l'area esterna all'aeroporto, la pista di atterraggio in cui è vietato edificare e, infine, nelle "ali" della pista con limiti aggiuntivi (Regola 4). Tecnicamente parlando, dobbiamo usare un "o esclusivo", denotato  $\oplus$  tra queste tre possibilità.

## **Conclusioni**

L'obiettivo del presente documento era presentare un linguaggio matematico per la modellizzazione geografica delle regole statiche, indipendenti da qualsiasi linguaggio informatico e in grado di integrare tutta la semantica. Pertanto, il linguaggio si basa su diversi domini matematici come la logica, la teoria degli insiemi, la geometria computazionale, e la topologia.

Al momento, solo diverse centinaia di regole statiche 2D sono modellate con un interessante potere espressivo. Per la modellizzazione completa di qualsiasi regola geografica, la ricerca deve essere condotta in diverse direzioni:

- integrazione del 3D, in particolare per la modellazione dei terreni;
- integrazione degli aspetti temporali; questo porterà a regole geospaziali dinamiche;
- integrazione di regole derivanti da campi continui, in particolare per quanto riguarda la meteorologia, l'inquinamento, ecc. e altri aspetti della geografia fisica;
- integrazione di clausole aggiuntive per estendere il potere espressivo, in generale per gestire reti di qualsiasi tipo, elettricità, fognature, linee di autobus, ecc.;
- ricerca di ulteriori problemi al fine di arricchire la semantica, in particolare per l'adattamento automatico a contesti speciali; ad esempio, come adattare una regola come "quando si pianifica una metropolitana, spostare le reti di ingegneria sotterranea" a varie configurazioni stradali;
- trasformazione del linguaggio matematico in un linguaggio informatico;
- studio dei metadati relativi alle regole geografiche (origine, ecc.);
- progettazione di un motore di inferenza per ragionare su tali regole;
- definire l'organizzazione delle regole insieme ai loro meccanismi di accesso prendendo meccanismi di sostituzione temporale e spaziale.

## **Riferimenti bibliografici**

- Egenhofer M. & Franzosa R.D. (1991) "Point-set topological spatial relations", *International Journal of GIS*, vol.5, no.2, pp. 161-174.
- Laurini R. (2015) "Primi passi per la modellazione delle regole geospaziali". Conferenza ASITA, 2015, Lecco, Italy. pp. 501-508.
- Laurini, R. (2017) "Geographic Knowledge Infrastructure for Territorial Intelligence and Smart Cities". ISTE-Wiley. 250 p.
- Laurini R. (2019) "A Mathematical Language for the Modeling of Geospatial Static Rules". *JVLC*, Volume 2019, pp. 1.13.
- Laurini R., Servigne S., Favetta F. (2016) "An Introduction to Geographic Rule Semantics". In *Proceedings of the 22nd Int'l Conf. on Distributed Multimedia Systems (DMS 2016)*, Salerno, Italy, November 25-26, 2016. Published by Knowledge Systems Institute, ISBN: 1-891706-40-3, pp. 91-97.
- Ross R. G. (2011) "More on the If-Then Format for Expressing Business Rules: Questions and Answers", *Business Rules Journal*, Vol. 12, No. 4 (Apr. 2011), URL: <http://www.BRCommun2002ity.com/a2011/b588.html>.