Examen MIF06 – Session 2 - Année 2017-2018

Documents Interdits

Marie Lefevre

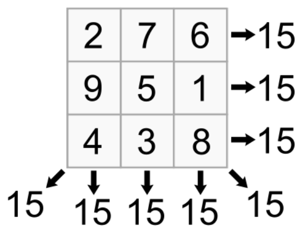
27 février 2018 – 2h00 (Tiers Temps + 40 min)

PARTIE 1 – PROBLEME DE SATISFACTION DE CONTRAINTES – 5 PTS

Un carré magique d'ordre n est composé de nombres de 1 à n^2, écrits sous la forme d'un tableau carré. Ces nombres sont tous différents et disposés de sorte que leurs sommes sur chaque ligne, sur chaque colonne et sur chaque diagonale soient égales.

La figure ci-contre montre un exemple de carré magique d'ordre 3.

Question 1 : Modélisez la résolution d'un carré magique d'ordre n sous forme de CSP.



================================ Indices de correction ====================================

(1 pt) Variables : V_{ij} pour i et j allant de 1 à n

(1 pt) Domaines : $\{1, 2, \ldots, n^2\}$ pour toutes les variables

(3 pt) Contraintes : Les V_{ij} sont deux à deux distincts

$\forall i \; \Sigma_j V_{ij} = S$, les lignes ont même somme

$\forall j \; \Sigma_i V_{ij} = S$, les colonnes ont même somme

$\Sigma_i V_{ii} = S$, pour la première diagonale

$\Sigma_i V_{i(n-i)} = S$, pour la seconde diagonale

==

PARTIE 2 – SYSTEME A BASE DE CONNAISSANCES – 5 PTS

Soit la base de connaissance suivante :

- Base de règles :
  - R5 : si Z et L alors S
  - R1 : si A et N alors E
  - R3 : si D ou M alors Z
  - R6 : si L et M alors E
  - R2 : si A alors M
  - R4 : si Q et (non W) et (non Z) alors N
  - R7 : si B et C alors Q
- Base de faits : A , L

Question 2 : Après avoir expliqué comment fonctionne le chaînage avant, dessiner le diagramme de chainage avant depuis les faits avérés A et L.

============================== Indices de correction ==================================

2 pts - Chainage avant : Sans but, on déroule les règles pour découvrir de nouveaux faits, tant qu'il y a des changements dans la base de faits et qu'il y a des règles non utilisées

- AL
- R2 => ALM
- R3 => ALMZ
- R6 => AELMZ
- R5 => AELMSZ

===

Question 3 : Après avoir expliqué comment fonctionne le chaînage arrière, dessiner le diagramme de chainage arrière avec comme but à prouver E.

============================== Indices de correction ==================================

3 pts - Chainage arrière : Avec but, on cherche les règles dont les conclusions contiennent le but et on s'affecte comme nouveaux buts les prémisses de la règles. On déroule ainsi jusqu'à ce que tous les buts soient dans la base de faits.

Prouver E ?

- R1 => pour prouver E, il faut prouver A et N
  - A prouvé car dans la base de faits
  - R4 => pour prouver N, il faut prouver Q et et (non W) et (non Z)
    - R7 => pour prouver Q, il faut prouver B et C
      - B impossible à prouver
    - Q impossible à prouver
  - N impossible à prouver

- R6 => pour prouver E, il faut prouver L et M
  - L prouvé car dans la base de faits
  - R2 => pour prouver M, il faut prouver A
    - A prouvé car dans la base de faits
  - Donc M prouvé
- Donc E prouvé

PARTIE 3 – RAISONNEMENT LOGIQUE – 5 PTS

Question 4 : Démontrer à l'aide de la logique d'ordre 1 que le raisonnement suivant est valide. Expliquez-bien les étapes suivies.

1. $\exists y\ q(y) \rightarrow \forall x\ q(x)$
2. $\forall x\ (q(x) \vee p(x))$
3. donc : $\exists y\ \neg p(y) \rightarrow \forall x\ q(x)$

============================== Indices de correction ===================================

La mise sous forme standard de Skolem des prémisses et de la négation de la conclusion donne : **(3pt)**

- $\forall y\ \forall x\ (\neg q(y) \vee q(x))$
- $\forall x\ (q(x) \vee p(x))$
- $\neg(\forall y\ p(y) \vee \forall x\ q(x)) = \exists y\ \exists x\ (\neg p(y) \wedge \neg q(x))$

Ce qui nous donne la forme clausale de la conjonction des expressions précédentes : **(1pt)**

$C = \{\neg q(y1) \vee q(x1), q(x2) \vee p(x2), \neg p(a), \neg q(b)\}$ où xi et yi sont des variables et a, b des constantes

L'ensemble $C' = \{\neg q(y1) \vee q(b), q(a) \vee p(a), \neg p(a), \neg q(b)\}$ est insatisfiable, validant ainsi le raisonnement. $\rightarrow$ on a pris $x1 = b$, $x2 = a$, $y1 = a$ **(1pt)**

==

PARTIE 4 – PROLOG – 5 PTS

Imaginez une agence de voyage qui définit un graphe où les nœuds sont des villes. Deux villes sont reliées s'il existe une liaison aérienne entre elles (liaison aller et retour).

On représente ce graphe en prolog de la manière suivante :

```
liaison(paris,lyon).
liaison(paris,newyork).
liaison(lyon,bruxelles).
liaison(bruxelles,newyork).
liaison(lyon,strasbourg).
liaison(strasbourg,franckfort).
```

Question 5 : Définir le prédicat `voyager(Ville1,Ville2,Trajet)` qui étant données deux villes indique le trajet entre ces deux villes : soit direct s'il existe une liaison, soit la liste des villes qui peuvent servir de correspondance. On attend une seule correspondance. Si le trajet demande plus d'une correspondance, le prédicat renvoie une liste vide.

Exemple :

```
?- voyager(lyon,newyork,L).
L = [bruxelles, paris]
?- voyager(lyon,paris,L).
L = direct
?- voyager(bruxelles,frankfort,L).
L = []
```

============================ Indices de correction ===================================

```
(1 pt) voyager(V1,V2,direct) :- voisin(V1,V2).

(3 pt) voyager(V1,V2,L) :- findall(X,(voisin(V1,X),voisin(V2,X)),L).

(1 pt) voisin(X,Y):-liaison(X,Y).

voisin(X,Y):-liaison(Y,X).
```

==