

Exercice 1 : (sur papier)

Soit r un nombre strictement positif. On considère la surface paramétrée suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma : [0,1] \times [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (s,t) \mapsto \sigma(s,t) = (r \sin(\pi t) \cos(2\pi s), r \sin(\pi t) \sin(2\pi s), r \cos(\pi t)) \end{array} \right.$$

- Quelle est la nature géométrique de la surface σ (indication : on pourra calculer la distance de $\sigma(s,t)$ par rapport à l'origine $O=(0,0,0)$).
- Calculer les dérivées partielles de σ , puis un vecteur normal à σ . Normaliser ce vecteur.

Exercice II : Surface de Bézier construite par l'algorithme de Casteljau

1- Découverte de l'algorithme (sur papier)

Soient les points de contrôles suivants :

$$P_{0,0}=(0,0,0), P_{0,1}=(0,1,0), P_{0,2}=(0,2,0)$$

$$P_{1,0}=(1,0,0), P_{1,1}=(1,1,1), P_{1,2}=(1,2,1)$$

$$P_{2,0}=(2,0,0), P_{2,1}=(2,1,1), P_{2,2}=(2,2,1)$$

$$P_{3,0}=(3,0,0), P_{3,1}=(3,1,0), P_{3,2}=(3,2,0)$$

Soit σ la surface de Bézier ayant les points de contrôles $P_{i,j}$ Pour $i=0,1,2,3$ et $j=0,1,2$.

- Calculer $\sigma(1/4, 1/2)$ par l'algorithme de Casteljau.
 - Soit Q_0 la courbe de Bézier ayant $P_{0,0}, P_{0,1}$ et $P_{0,2}$ pour points de contrôles. Soit Q_1 la courbe de Bézier ayant $P_{1,0}, P_{1,1}$ et $P_{1,2}$ pour points de contrôles. Soit Q_2 la courbe de Bézier ayant $P_{2,0}, P_{2,1}$ et $P_{2,2}$ pour points de contrôles. Soit Q_3 la courbe de Bézier ayant $P_{3,0}, P_{3,1}$ et $P_{3,2}$ pour points de contrôles. En utilisant à chaque fois l'algorithme de Casteljau pour les courbes, calculer $Q_0(1/2), Q_1(1/2), Q_2(1/2), Q_3(1/2)$. En déduire la position de $\sigma(1/4, 1/2)$.
- 2- Ecrire un programme permettant de définir un carreau paramétrique avec l'algorithme de Casteljau

Exercice III : Surface réglée

Reprendre le TP sur les courbes de Bézier. Tracer ensuite deux courbes paramétriques. Pour un même u , relier les points des deux courbes afin d'obtenir une surface réglée.