CHAPITRE 1

INTRODUCTION

La segmentation d'images en régions est le point de départ incontournable de tout processus d'analyse d'images. C'est un problème difficile qui est l'objet de nombreux travaux de recherche. Ces travaux portent depuis plusieurs années sur les images en dimension deux. L'avènement d'outils d'acquisition en dimension trois et leur utilisation de plus en plus répandue, principalement dans le domaine de l'imagerie médicale, mais également en géologie ou dans l'industrie, fait apparaître un besoin croissant de segmentation 3d. La segmentation consiste à regrouper les pixels (ou voxels en dimension trois) en régions vérifiant certains critères d'homogénéité. Ces régions doivent représenter les objets contenus dans l'image. La difficulté de la segmentation provient de la qualité des images à segmenter qui varie suivant les techniques d'acquisitions, des problèmes de recouvrement lorsqu'un objet est partiellement caché par un autre, mais surtout de l'absence de critère permettant de juger de la qualité d'une segmentation.

Un autre problème est apparu avec l'avènement des premiers outils de segmentation tri-dimensionnel. La taille des données à traiter est très importante pour cette dimension, ce qui pose un problème d'efficacité des algorithmes de segmentation. Ce problème est moins important en dimension deux, où de ce fait la question de complexité des algorithmes de segmentation est secondaire. À titre d'exemple, une image de taille moyenne en dimension deux comporte 256×256 pixels, ce qui correspond à environ 200 kilo-octets, alors qu'une image de taille moyenne en dimension trois est composée de $256 \times 256 \times 256$ voxels, ce qui correspond à 48 méga-octets. Un algorithme de segmentation ayant une complexité importante pourra être utilisé en dimension deux, mais pas en dimension trois.

Un autre point important pour définir un « bon » algorithme de segmentation a trait aux critères qu'il utilise. La plupart du temps, la seule information utilisée est le niveau de gris ou la couleur des pixels, ce qui est assez limitatif. Il semble en effet naturel d'utiliser plusieurs critères différents, suivant la nature des images et des objets contenus dans ces images. Nous pouvons envisager d'utiliser des critères sur la forme des objets, sur leurs positions relatives, sur le nombre d'objets adjacents… Afin de pouvoir utiliser ces critères, il est nécessaire de représenter et de structurer les informations contenues dans l'image, et notamment les informations d'adjacence, d'incidence, d'inclusion. En fait, coder ces informations revient à rendre compte de la topologie de l'image. De manière intuitive, la topologie décrit les objets de manière « structurelle » : leurs faces, arêtes et sommets, ainsi que la manière dont ces éléments sont positionnés les uns par rapport aux autres. La géométrie décrit la forme de ces objets. Nous nous sommes vite rendu compte du rôle crucial que la topologie pouvait jouer dans des processus de représentation, d'analyse ou de modification. En effet, il est très difficile (et inefficace) de déduire les propriétés topologiques d'un objet à partir de sa seule géométrie. Or, ces propriétés topologiques permettent de vérifier l'exactitude d'un objet lors de sa construction et d'aider à sa caractérisation, donc à sa reconnaissance. De plus, les informations topologiques structurent les informations géométriques et permettent une manipulation efficace de ces dernières.

Ces considérations sont au cœur de ce travail de thèse. La question est de déterminer comment structurer les informations d'une image pour permettre la définition d'algorithmes de segmentation efficaces. Cette question se pose pour une raison supplémentaire. La plupart des applications nécessitent en effet, après la phase de segmentation, une phase interactive ou semi-interactive au cours de laquelle un expert valide le résultat, et le modifie s'il ne le juge pas satisfaisant. La définition d'une structure de données adéquate permet de répondre également à ce besoin. C'est donc dans cette double optique que nous avons cherché à définir un modèle de représentation d'images 3d segmentées en régions. Remarquons que ce cadre d'utilisation n'est pas limitatif. Il est en effet facile de représenter les images non segmentées en étiquetant chaque composante connexe de pixels de même couleur par un identifiant unique.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressé aux solutions existantes en dimension deux afin d'étudier les possibilités d'extension en dimension supérieure. Deux d'entre elles ont particulièrement retenu notre attention : le graphe topologique des frontières et les cartes discrètes. Ces deux modèles permettent de représenter les images 2d, et utilisent pour cela les cartes combinatoires. Cela nous a amené à nous intéresser à ce modèle combinatoire, et plus largement aux modèles de représentation par les bords (ou B-rep). Ces modèles sont nombreux et utilisés dans le monde de la modélisation géométrique. Ils ont pour avantage de séparer l'aspect topologique de l'aspect géométrique. Cela permet de simplifier les traitements définis sur ce type de modèle. En effet, les opérations de consultation ou modification peuvent se classer en trois catégories distinctes : celles utilisant exclusivement la topologie, celles utilisant exclusivement la géométrie, et celles utilisant les deux. Séparer le modèle topologique du modèle géométrique facilite ces traitements, y compris lorsque les deux modèles sont utilisés.

Un autre avantage des modèles de représentation par les bords, et donc des cartes combinatoires qui en font partie, est que le nombre d'objets à représenter est beaucoup moins important que pour les autres modèles. En effet, intuitivement lorsque nous représentons tous les pixels d'une image, il faut représenter n^2 éléments (où n est la largeur et hauteur de l'image), alors qu'il faut seulement représenter de l'ordre de n informations pour représenter le bord de ces objets. En effet, au lieu de représenter une information de surface (de dimension deux), nous représentons des courbes (de dimension un).

Ces réflexions nous ont convaincu des nombreux avantages des cartes combinatoires et nous ont décidé à les utiliser pour traiter notre problématique. Mais les deux modèles existant en dimension deux basés sur ces cartes combinatoires se sont avérés difficilement extensibles en dimension supérieure. En effet, tout deux se basent sur des algorithmes d'extraction assez techniques. Les définitions des modèles associés sont en partie incomplètes et s'appuient principalement sur ces algorithmes. Nous sommes donc revenu à la dimension deux afin de définir ou redéfinir un modèle permettant de représenter les images 2d utilisant les cartes combinatoires, mais en ayant comme préoccupation principale qu'il soit facilement extensible en dimension supérieure.

Nous avons ainsi défini la *carte topologique 2d* qui est un modèle minimal de représentation d'images 2d segmentées en régions. Le fait que ce modèle soit minimal est important, car il permet d'envisager son extension en dimension supérieure malgré l'augmentation importante de la quantité d'information. De plus, cela permet également des traitements plus efficaces, de par le nombre d'éléments moins élevé à traiter. Ce modèle est équivalent aux deux modèles dont nous nous sommes inspiré, le graphe topologique des frontières et les cartes discrètes. La principale différence avec ces derniers, et l'apport de notre travail, se situe dans la manière dont ce modèle est défini. Nous avons en effet introduit une notion de niveaux de simplification permettant de définir la carte topologique de manière progressive. Chaque niveau se définit simplement à partir du précédent par application d'un type particulier de fusion. Cette définition apporte plusieurs avantages. Tout d'abord elle facilite l'extension en dimension supérieure, ce qui était notre préoccupation principale. De plus, le fait de découper cette définition en plusieurs étapes la simplifie, tout comme sont simplifiées les preuves et l'étude des cas pouvant poser problème. En effet, chaque passage entre deux niveaux consécutifs est simple, étant donné que chaque modification est restreinte. Par exemple l'étude du problème de déconnexion se trouve facilitée, car il suffit de vérifier si chaque passage entre deux niveaux successifs peut conduire à ce type de problème.

Nous avons ensuite étudié les algorithmes permettant d'extraire ce modèle à partir d'une image. Notre définition progressive fournit directement un premier algorithme qui est l'application directe des définitions de chaque niveau de simplification. Puis nous avons défini un deuxième algorithme permettant d'extraire la carte topologique de manière optimale, c'est-à-dire en une seule passe sur l'image et avec un nombre minimal d'opérations. Nous avons pour cela repris le principe de l'algorithme de Christophe Fiorio utilisant la notion de précode, en l'adaptant à notre définition progressive et aux différents niveaux de simplification. Ces niveaux facilitent cette étude étant donné que pour un niveau particulier, il suffit de trouver les nouveaux cas à traiter par rapport au niveau précédent. Cela permet de factoriser les cas pouvant se traiter de manière similaire.

Nous avons ensuite étendu cette définition en dimension trois afin d'obtenir la *carte topologique 3d* qui était notre objectif initial. Cette extension est possible grâce aux différents niveaux de simplification. Les points délicats liés à cette définition sont les problèmes de déconnexion. Leur traitement est primordial afin d'obtenir la représentation minimale. Puis nous avons étendu en 3d les deux algorithmes d'extraction de la carte topologique 2d. Cela ne pose pas de problème pour le premier algorithme, mais le deuxième nécessite un très grand nombre de cas à traiter : 4140. Nous avons pu factoriser un grand nombre de ces cas à l'aide des niveaux de simplification et obtenir finalement seulement 379 cas différents. De plus, nous avons introduit une notion de précode isomorphe par rotation qui nous permet de ramener ce nombre de cas à 129. Même si ce nombre est encore élevé, il est finalement assez faible en regard des 4140 existant au total.

Nous avons donc apporté une solution à notre problématique initiale, la définition d'un modèle permettant de structurer les informations contenues dans une image, en conservant l'efficacité comme préoccupation centrale. Pour l'occupation en espace mémoire, nous proposons la carte topologique qui est la représentation minimale, et pour la complexité en temps nous définissons l'algorithme optimal d'extraction basé sur les précodes. Ces deux problèmes de complexité sont liés. En effet, les algorithmes de traitement seront moins coûteux pour la carte topologique étant donné que le nombre d'éléments à considérer est moins important.

Le plan de cette thèse est le suivant. Le chapitre 2 présente les cartes combinatoires qui sont à la base de ce travail, ainsi que les cartes généralisées qui sont une extension des cartes combinatoires, et que nous utilisons également. Au chapitre 3, nous étudions quelques modèles existant en dimension deux, principalement les deux qui sont à l'origine de la carte topologique : les cartes discrètes, et le graphe topologique des frontières. Mais nous présentons également quelques autres solutions. Le chapitre 4 présente la carte topologique en dimension deux. Après avoir fixé le cadre de travail, nous définissons les différents niveaux de simplification. Nous présentons ensuite les deux algorithmes d'extraction, et exposons pour le deuxième les cas à traiter pour chaque niveau de simplification. Puis, au chapitre 5, nous étendons cette définition en dimension supérieure. Nous montrons comment résoudre les problèmes de déconnexion, et surtout comment utiliser ces solutions afin de garantir la minimalité de la carte topologique. Nous présentons ensuite les algorithmes d'extraction, en montrant pour l'algorithme optimal comment factoriser les cas se traitant de manière similaire. Le chapitre 6 revient sur l'opération de fusion et montre comment les caractéristiques topologiques d'un objet évoluent suivant ces fusions. Cela nous permet de prouver que chaque niveau intermédiaire de simplification représente les mêmes informations. De plus, cela montre que nous avons traité tous les cas particuliers posant éventuellement problème lors de la définition de la carte topologique. Le chapitre 7 présente quelques travaux auxquels nous avons participé, et directement liés à ce travail de thèse. Certains de ces travaux utilisent et donc valident notre modèle, alors que d'autres ouvrent de nouvelles perspectives de recherche. Enfin le chapitre 8 conclut la thèse, et propose des perspectives.