



ARTS  
ET MÉTIERS  
ParisTech



Libre

2014

# Complétion de maillage 3D par analyse sémantique

---

Master recherche en réalité virtuelle

LE GOUGUEC, Armand

LOU, Ruding  
JAILLET, Fabrice  
GUILLET, Christophe

## Résumé

---

ANNEE : 2014

N° de PE :

CENTRE DE RATTACHEMENT PE : Arts et Métiers ParisTech Cluny

AUTEUR : Armand LE GOUGUEC

TITRE : Complétion de maillage 3D par analyse sémantique

ENCADREMENT DU PE : Ruding LOU

ENTREPRISE PARTENAIRE : -

NOMBRES DE PAGES : 26

NOMBRE DE REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES : 14

RESUME :

Les modèles géométriques 3D issus de l'acquisition numérique (scanner médical, relevé laser, etc.) peuvent contenir des trous, et deviennent alors difficiles à exploiter pour des applications de réalité augmentée ou d'immersion virtuelle. Dans le cadre de ce Master recherche, nous nous focalisons ainsi sur la reconstruction des parties manquantes dans les maillages.

Lorsque ces trous restent petits, il est relativement facile de les combler par des méthodes de remplissage et de lissage, en tenant compte des propriétés géométriques ou topologiques des maillages 3D. Cependant, lorsque des parties significatives de l'objet sont manquantes (extrémité d'un organe sur un examen médical, partie cachée d'un bâtiment ou tout simplement non accessible car trop éloignée...) il est nécessaire de recourir à d'autres types de complétion.

Cette étude présente une nouvelle méthode de complétion de maillage fondée sur la construction d'une représentation géométrique simplifiée de l'objet permettant une analyse rapide de la sémantique. Cela pour permettre la construction de ligne de guidage aidant la reconstruction des trous de formes complexes.

MOTS CLES : Modélisation géométrique 3D, maillage triangulaire, mesure de similarité, Réalité virtuelle.

### PARTIE A REMPLIR PAR LE PROFESSEUR RESPONSABLE DU PROJET

ACCESSIBILITE DE CE RAPPORT (entourer la mention choisie) :

Classe 0 = accès libre

Classe 1 = Confidentiel jusqu'au \_\_/\_\_/\_\_\_\_\_

Classe 2 = Hautement confidentiel

Date :

Nom du signataire :

Signature :

# Résumé

Les modèles géométriques 3D issus de l'acquisition numérique (scanner médical, relevé laser, etc.) peuvent contenir des trous, et deviennent alors difficiles à exploiter pour des applications de réalité augmentée ou d'immersion virtuelle. Dans le cadre de ce Master recherche, nous nous focalisons ainsi sur la reconstruction des parties manquantes dans les maillages.

Lorsque ces trous restent petits, il est relativement facile de les combler par des méthodes de remplissage et de lissage, en tenant compte des propriétés géométriques ou topologiques des maillages 3D. Cependant, lorsque des parties significatives de l'objet sont manquantes (extrémité d'un organe sur un examen médical, partie cachée d'un bâtiment ou tout simplement non accessible car trop éloignée...) il est nécessaire de recourir à d'autres types de complétion.

Cette étude présente une nouvelle méthode de complétion de maillage fondée sur la construction d'une représentation géométrique simplifiée de l'objet permettant une analyse rapide de la sémantique. Cela pour permettre la construction de ligne de guidage aidant la reconstruction des trous de formes complexes.

## Mots-clés

Modélisation géométrique 3D, maillage triangulaire, mesure de similarité, Réalité virtuelle

# Table des matières

<b>Résumé</b> .....	<b>2</b>
<b>Mots-clés</b> .....	<b>2</b>
<b>Liste des Figures</b> .....	<b>4</b>
<b>Liste des Equations</b> .....	<b>5</b>
<b>Chapitre 1 Introduction</b> .....	<b>7</b>
1.1 Contexte & problématiques scientifiques .....	7
1.2 Etat de l'art .....	8
1.2.1 Complétion topologique .....	9
1.2.2 Complétion géométrique .....	11
1.2.3 Complétion par symétrie.....	11
1.2.4 Complétion par motif.....	12
1.2.5 Complétion par image.....	13
1.2.6 Complétion par modèle auxiliaire .....	14
<b>Chapitre 2 Approche envisagée</b> .....	<b>15</b>
<b>Chapitre 3 Implémentation</b> .....	<b>19</b>
3.1 Calcul des quantités différentielles.....	20
3.2 Calcul de <i>ridges</i> .....	23
<b>Chapitre 4 Résultats</b> .....	<b>24</b>
<b>Chapitre 5 Conclusion</b> .....	<b>25</b>
5.1 Avancement du projet .....	25
5.2 Développement avenir .....	25
<b>Références</b> .....	<b>26</b>

# Liste des Figures

Figure 1:1 - Chaîne de traitement de retro-conception .....	7
Figure 1:2 - Flux de traitement pour la complétion de maillage.....	9
Figure 1:3 - Exemple de complétion issu des travaux de Liepa (3) .....	9
Figure 1:4 - Flux de traitement tel que décrit dans les travaux de Pernot (4) .....	10
Figure 1:5 - Exemple de complétion par l'approche de Schnabel (5).....	11
Figure 1:6 - Exemple de modèle complété par l'approche de Law (7).....	12
Figure 1:7 - Complétion par la méthode de Berckon (9).....	12
Figure 1:8 - Exemple de complétion par la méthode de Panchetti (10) .....	13
Figure 1:9 - Exemple de complétion pas la méthode de Pauly (11) .....	14
Figure 2:1 - Flux de traitement de la méthode proposée .....	15
Figure 2:2 - Type de surface usuelle .....	16
Figure 3:3 - Exemple de lignes de courbure et d'ombilic .....	17
Figure 3:1 - Structure de la classe "Polyhedron_3".....	19
Figure 3:2 - Cas de maillage <i>non-manifold</i> .....	20
Figure 3:3 - Représentation des différentes entités utilisées aux cours de la procédure de calcul des quantités différentielles.....	22
Figure 3:4 - Exemple de résultats de calcul de directions principales tel que présenté dans les travaux de Cazals (12).....	22
Figure 3:5 - Exemple de construction de <i>ridges</i> à partir des quantités différentielles calculées précédemment .....	23
Figure 4:1 - Exemple de <i>ridges</i> calculés et affichés sur MEPP.....	24

## Liste des Equations

Equation 3:1 – Développement en série de Taylor à l'ordre $d$ d'une fonction à 2 variables .....	20
Equation 3:2 – Propriété de la série de Taylor .....	21
Equation 3:3 – Forme de Monge .....	21
Equation 3:3 – Quantité issue du réagencement du développement limité de $k_1$ à l'ordre 2 .....	23
Equation 3:4 – Quantité issue du réagencement du développement limité de $k_2$ à l'ordre 2 .....	23

# Chapitre 1 Introduction

Avec l'évolution constante de la puissance de calcul des ordinateurs, l'affichage d'objets 3D en temps réel devient une chose de plus en plus courante. De nos jours, même nos téléphones sont capables de servir d'outil de visualisation de modèles 3D. Dans ce contexte, on assiste à une démocratisation de l'utilisation de la maquette numérique dans bon nombre de secteurs d'activités.

De fait, la démarche de rétro-conception de maquette numérique est aujourd'hui un sujet de recherche majeur. Cette démarche consiste à faire l'exacte inverse des pratiques de CFAO<sup>1</sup> dans lesquelles on fabrique des objets à partir de modèles 3D conçus par ordinateur. En rétro-conception, l'idée est de reconstruire un modèle 3D à partir d'objets existants.

Le mode opératoire le plus courant, tel que décrit dans (1), se présente comme suit (Figure 1:1). Un grand nombre de points est mesuré sur la surface de l'objet. Cela peut être effectué via différentes technologies. Par exemple, cela peut être fait par palpage, par scan laser ou encore par reconstruction 3D à partir d'images. Des algorithmes de maillage surfacique sont ensuite appliqués pour obtenir un modèle polygonal. Ce modèle peut alors être utilisé à des fins de visualisation moyennant des méthodes de rendu, ou bien être converti en modèle analytique pour des utilisations en CAO<sup>2</sup>.

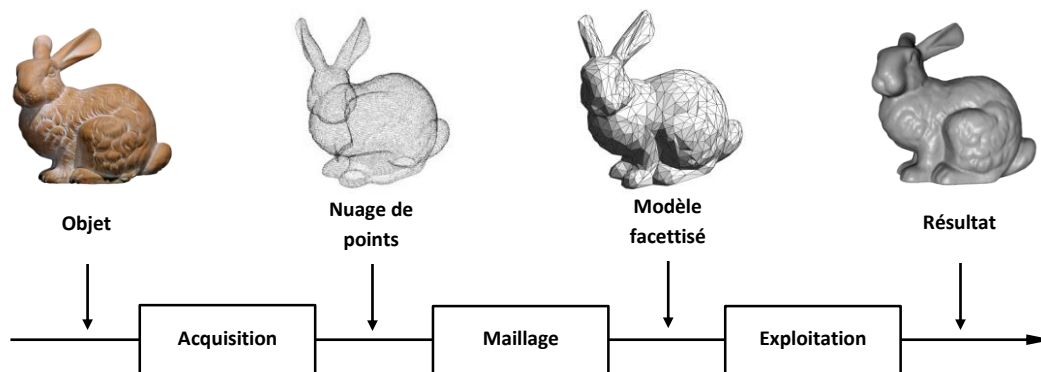


Figure 1:1 - Chaîne de traitement de retro-conception

## 1.1 Contexte & problématiques scientifiques

À cause des limites des techniques d'acquisitions, les modèles numérisés présentent la plupart du temps un certain nombre d'erreurs géométriques. Certaines sont extrêmement localisées et peuvent être traitées de façon locale telles que des erreurs de raccord entre polygones, des arêtes *non-manifold*<sup>3</sup> ou bien des trous dont la taille est du même ordre de grandeur que les polygones. D'autres erreurs en revanche nécessitent des traitements plus macroscopiques tels que les trous d'une taille significativement supérieure aux dimensions des polygones. Ces différentes erreurs sont détaillées dans (2).

Dans la suite de ce rapport nous allons nous intéresser plus particulièrement aux trous de grandes dimensions. Ils peuvent être présents pour différentes raisons, dépendantes ou non du mode d'acquisition, comme décrit dans la suite.

<sup>1</sup> Conception et Fabrication Assistée par Ordinateur

<sup>2</sup> Conception Assistée par Ordinateur

<sup>3</sup> Arête partagée par plus de 2 triangles (ou n'importe quelle autre forme de polygone)

La plupart du temps sur les modèles scannés par des technologies laser, ils sont causés par des phénomènes d'obstruction (une partie du modèle est cachée par une autre) ou de réflexion (le laser rencontre une surface qui réfléchit la lumière de façon majoritairement spéculaire). Ils sont présents dans de nombreux domaines d'application :

- Dans le contexte de l'imagerie médicale, l'acquisition IRM ou Scanner est réalisée seulement sur une partie d'un organe (la zone d'intérêt pour le diagnostic) pour limiter le temps d'acquisition et l'exposition à l'irradiation. Le modèle géométrique construit par la suite ne représente pas un organe complet, ce qui peut poser problème pour des opérations telles que la simulation et la visualisation.
- Dans le cadre de la retro-conception du patrimoine architectural, le relevé laser couvre seulement les zones visibles pour la machine d'acquisition. Les maquettes numériques reconstruites basées sur le relevé laser contiennent des trous qui devraient être les zones invisibles.
- Pour faire de la simulation de comportement de pièces mécaniques, un maillage volumique est nécessaire pour les études par éléments finis. Cependant les géométries de ces pièces ne permettent pas toujours une acquisition complète de leurs surfaces, notamment lorsque celles-ci comportent des cavités complexes tel que des taraudages.

L'objectif peut également être de reconstituer la forme originelle d'un objet qui aurait été partiellement détruit ou endommagé. Cette pratique est également courante dans différents corps de métier :

- Dans le domaine médical ce genre de pratique est utilisé pour la conception de prothèses sur mesure. Pour la reconstruction d'os crânien il est intéressant d'utiliser des prothèses en titane car plus léger et biocompatibles que leurs homologues en polymère. Ceci étant, elles doivent être fabriquées avant implant. L'approche numérique permet alors de concevoir cette prothèse crânienne sans avoir besoin d'intervention chirurgicale préalable en ayant recouru à des méthodes de complétion sur un maillage construit à partir de radios.
- Dans le domaine industriel cela est utilisé pour la réparation de pièces mécaniques massives. Lors d'une cassure sur une aube de turbine de centrale thermique, il est souvent beaucoup plus rentable de réparer l'aube que de changer la turbine. Il faut alors recréer la partie qui a été perdue pour venir la souder sur la turbine. La complétion de modèle numérique permet alors de concevoir précisément la pièce à venir souder ce qui représente un gain de temps considérable par rapport à une approche d'ajustement traditionnel.

Dans le cas des problèmes d'acquisition comme dans le cas de la reconstitution de parties manquantes, il est nécessaire d'implémenter des méthodes de complétion de maillage pour recréer les parties manquantes des modèles numérisés.

## 1.2 Etat de l'art

Il existe un grand nombre de travaux sur la complétion de maillage utilisant différentes méthodes et s'appliquant à différents types de modèle ou corps de métier. Il est néanmoins possible d'en extraire un schéma de flux de traitement global (voir Figure 1:2). L'idée maîtresse de la reconstruction de modèle 3D repose sur l'extraction d'élément sémantique lié au modèle. Cette sémantique peut être extraite de différentes sources :

- Depuis le nuage de point
- Depuis le maillage
- Depuis des photographies de l'objet
- Depuis d'autres mesures effectuées sur l'objet
- Depuis d'autres modèles similaires
- Depuis des fichiers CAO

Ces éléments sont alors utilisés pour trouver les endroits comportant des trous et pour estimer la géométrie que devrait avoir le modèle à ces endroits et ainsi reconstruire les parties manquantes.



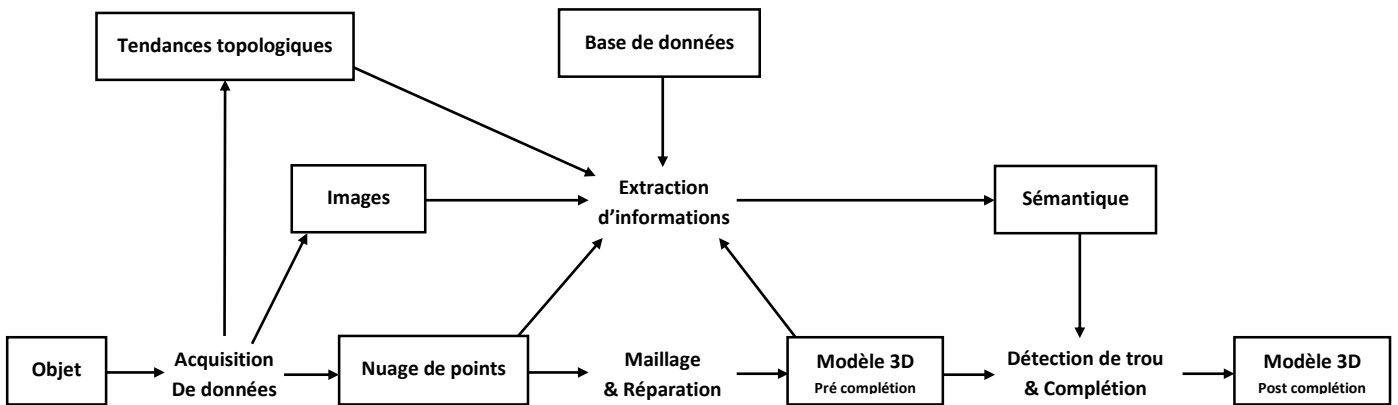


Figure 1:2 - Flux de traitement pour la complétion de maillage

Les méthodes utilisées varient selon les informations dont on peut disposer, ainsi qu'avec la dimension des trous comparativement à la complexité de la géométrie manquante. C'est ce que nous allons voir de manière détaillée dans la suite de cette section.

### 1.2.1 Complétion topologique

Lorsque la dimension des trous est relativement faible au regard de la dimension caractéristique des formes qui ont été effacées, il est possible de compléter le modèle en utilisant simplement les informations topologiques des bords du trou.

L'article de Liepa (3) nous donne un excellent exemple de ce genre d'approche. Elle s'applique aux maillages triangulaires, orientés, manifold et connectés. Dans un premier temps, le trou est comblé grossièrement (Figure 1:3 (b)). Le *patch* est ensuite redécoupé de façon à avoir un maillage proche d'une triangulation de Delaunay et une taille de maille proche de celle du modèle d'origine. Enfin, la surface est lissée pour qu'elle concorde avec la topologie du modèle (Figure 1:3 (c)).

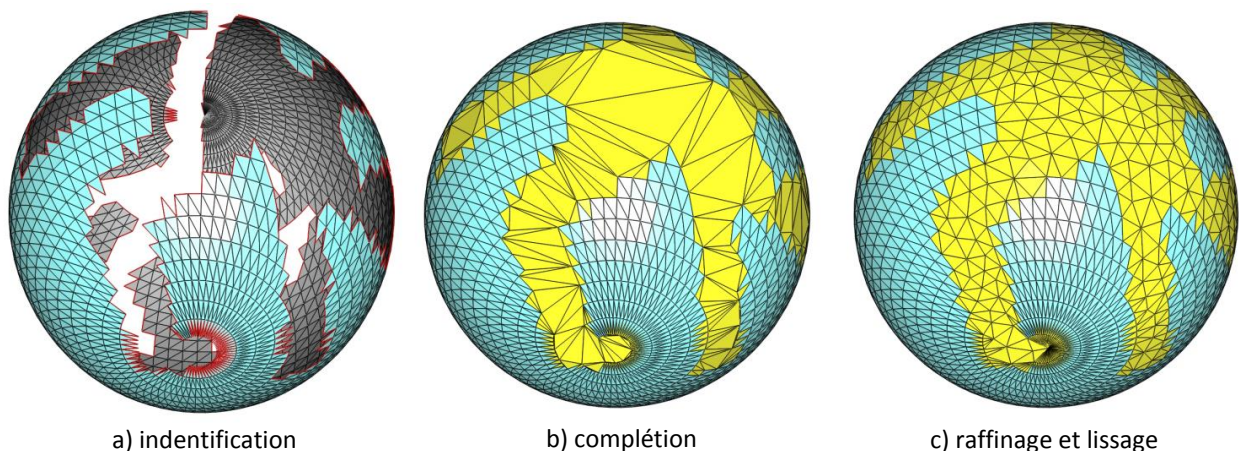


Figure 1:3 - Exemple de complétion issu des travaux de Liepa (3)

Cette approche est un standard dans la complétion de maillage. Son implémentation est simple et efficace pour bon nombre de problèmes de remplissage de trou.

Les travaux de Pernot (4) présentent une approche différente sur plusieurs points. Elle s'applique également aux maillages triangulaires, orientés, manifold et connectés. Pour éviter d'avoir à traiter les problèmes liés au crénelage, les triangles possédant 2 arêtes non connectées à d'autres triangles sont supprimés (Figure 1:4 (b)). Un *patch* possédant le même nombre d'arêtes de bord que le trou est créé et appliquée pour combler celui-ci (Figure 1:4 (c)). Chaque arête est ensuite modélisée comme un ressort de longueur à vide nulle (c'est-à-dire que, sans force appliquée à ses extrémités, sa longueur est nulle) et des forces sont appliquées sur chaque sommet pour compenser celles de ses ressorts (Figure 1:4 (d)). La forme du *patch* est enfin ajustée de façon à obtenir la configuration dans laquelle les efforts sont les plus faibles possibles tout en conservant le maillage d'origine inchangé (Figure 1:4 (e)).

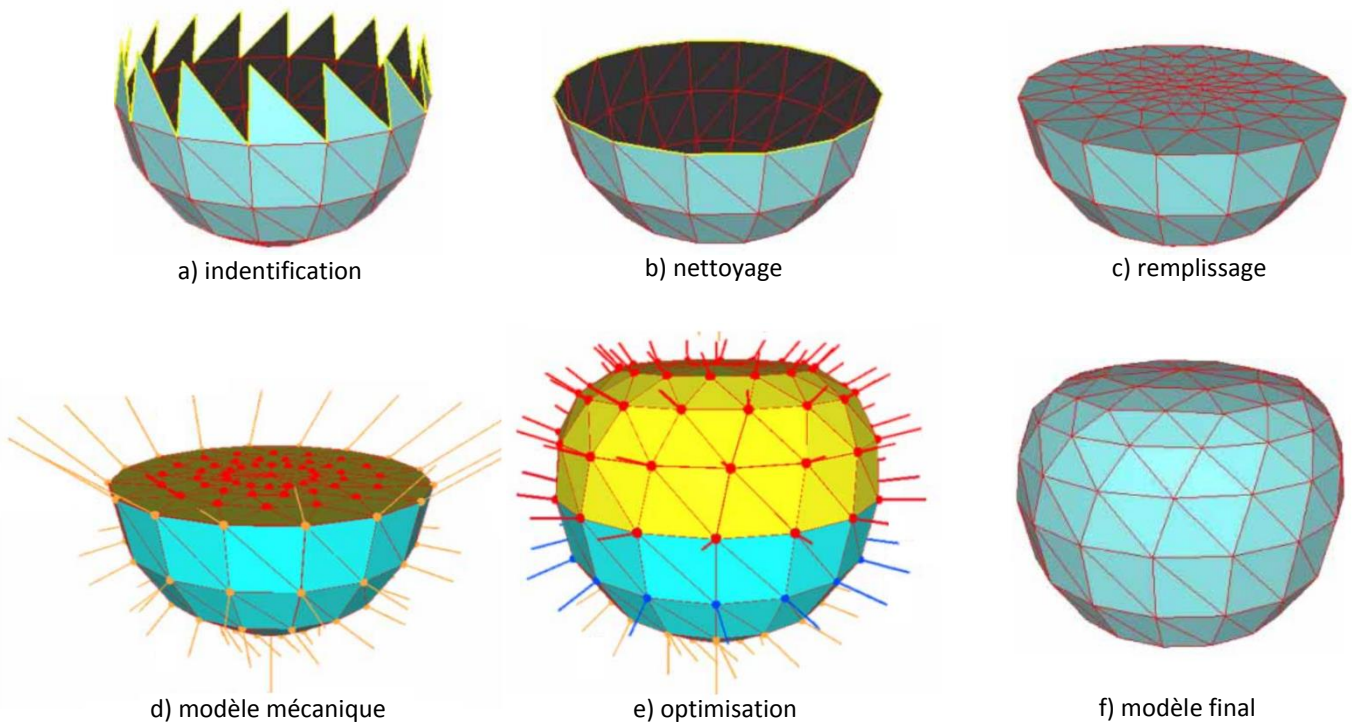


Figure 1:4 - Flux de traitement tel que décrit dans les travaux de Pernot (4)

Cette approche, largement inspirée des calculs mécaniques par éléments finis, à l'avantage de bénéficier de tous les travaux qui ont été effectués dans ce domaine ; ce qui peut donner une bonne vitesse de traitement. De plus, il est possible d'ajouter aisément des champs de contraintes pour déformer le maillage selon certaines directions afin de donner la forme voulue au *patch*.

Ces 2 méthodes (3) et (4) ont pour avantage de pouvoir être appliquées sur n'importe quel maillage non structuré. Elles échouent cependant à reconstruire de façon précise des modèles présentant des arêtes vives. Il n'est pas non plus possible de reconstruire des motifs complexes qui auraient été perdus lors de l'acquisition.

## 1.2.2 Complétion géométrique

Dans le cas de modèles d'objets manufacturés, il peut être intéressant de chercher quelles étaient les primitives géométriques qui ont donné lieu aux formes observées pour obtenir une reconstruction plus précise.

C'est ce que nous propose Schnabel (5) dans son approche qui consiste dans un premier temps à extraire les primitives géométriques du nuage de points (plans, cylindres etc.) (Figure 1:5 (b)). Ces éléments sont ensuite utilisés pour compléter les trous en prolongeant les différentes surfaces et en reconstruisant les arêtes et sommets du modèle en estimant les intersections les plus probables (Figure 1:5 (c)).

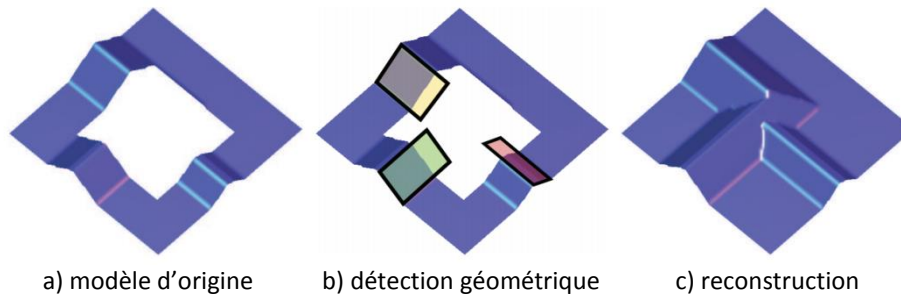


Figure 1:5 - Exemple de complétion par l'approche de Schnabel (5)

Cette approche montre d'excellents résultats sur la reconstruction d'objets issus de la main de l'homme car ils présentent souvent de nombreuses surfaces tirées de formes géométriques simples. Lorsqu'il n'est pas possible d'identifier des primitives géométriques, il sera nécessaire de faire appel à une autre méthode de reconstruction.

## 1.2.3 Complétion par symétrie

Le concept de symétrie au sens mathématique du terme fait référence à un ensemble de transformations présentant certaines caractéristiques telles que l'invariance de forme. Parmi les plus connues, on retrouve notamment la réflexion, la symétrie axiale, la symétrie centrale ou la symétrie de révolution. Une définition plus approfondie de cette notion nous est donnée dans (6).

Cette notion de symétrie se retrouve dans de nombreux objets qu'ils soient d'origine naturelle ou non, et à toutes les échelles. Détecter la présence de telles transformations sur un modèle 3D permet de reconstruire la partie manquante d'un modèle en s'appuyant sur les parties avec lesquelles elle est symétrique.

L'article de Law (7) présente par exemple une méthode pour reconstruire un modèle complet à partir d'un scan d'un seul point de vue en recherchant une symétrie bilatérale, une répétition circulaire ou encore un axe de révolution. Leur approche présuppose que le type de symétrie est connu et se contente de rechercher la position des éléments caractéristiques par un algorithme d'optimisation. Cette approche apporte de très bons résultats sur les objets présentant ces caractéristiques de symétrie (Figure 6) bien qu'elle soit relativement lente. Elle ne permet pas non plus de travailler avec des symétries partielles et requiert une intervention humaine.



Figure 1:6 - Exemple de modèle complété par l'approche de Law (7)

Des outils de détection automatique de symétries existent néanmoins : l'article de Mitra (8) présente une méthode de détection automatique des symétries partielles par échantillonnage qui donne des résultats très corrects en un temps relativement faible.

#### 1.2.4 Complétion par motif

Certains modèles présentent une certaine texture indépendante de la forme globale. Il peut alors être intéressant de conserver cet aspect lors de la complétion de trou pour éviter une rupture brutale de ce motif.

Berckon (9) nous donne une méthode pour étendre un motif le long d'une surface directrice. Dans un premier temps le motif est séparé de la courbure et cette dernière est utilisée pour construire un *patch* adoptant la forme globale de l'objet (Figure 1:7 (b)). Le motif est alors utilisé comme source pour propager la texture sommet par sommet dans le *patch* (Figure 1:7 (c)).

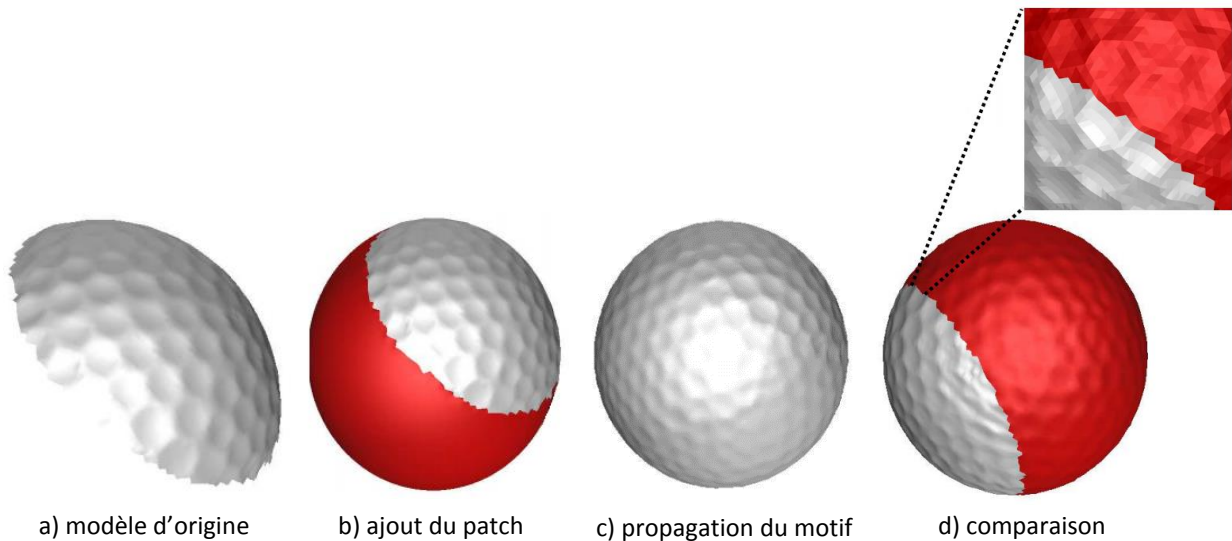


Figure 1:7 - Complétion par la méthode de Berckon (9)

Sur des modèles où une texture de surface se distingue bien de la forme globale, cette méthode permet de restaurer cet aspect sur les parties manquantes du modèle. Cependant, quand la distinction entre forme et motif devient moins évidente, la qualité de la reconstruction chute.

## 1.2.5 Complétion par image

Lorsque l'on dispose d'images de l'objet que l'on veut compléter, il est intéressant de s'en servir pour combler les vides laissés par les méthodes d'acquisition 3D.

Panchetti (10) nous montre qu'il est possible d'utiliser des photos de l'objet (Figure 1:8 (a<sub>1</sub>)) que l'on souhaite modéliser pour combler les lacunes du modèle acquis par scan laser (Figure 1:8 (a<sub>2</sub>)). Dans un premier temps, les trous sont séparés en 2 catégories (Figure 1:8 (b)). D'un côté ceux dont la taille caractéristique est proche de celle du polygone (droite) et de l'autre ceux dont la taille est significativement plus grande et aux formes plus complexes (gauche). Les trous sont ensuite complétés par des *patches* simples tels que ceux présenté dans 1.2.1 (Figure 1:8 (c)). L'image et le modèle sont ensuite mis en correspondance (Figure 1:8 (d)), puis les variations de luminosité sur l'image sont utilisées pour en déduire la variation de courbure à donner aux *patches* qui ont été appliqué aux trous jugés complexes (Figure 1:8 (e)). Combiné à la topologie des bords du trou, on obtient un moyen de reconstruire des détails absents du modèle incomplet (Figure 1:8 (f)).

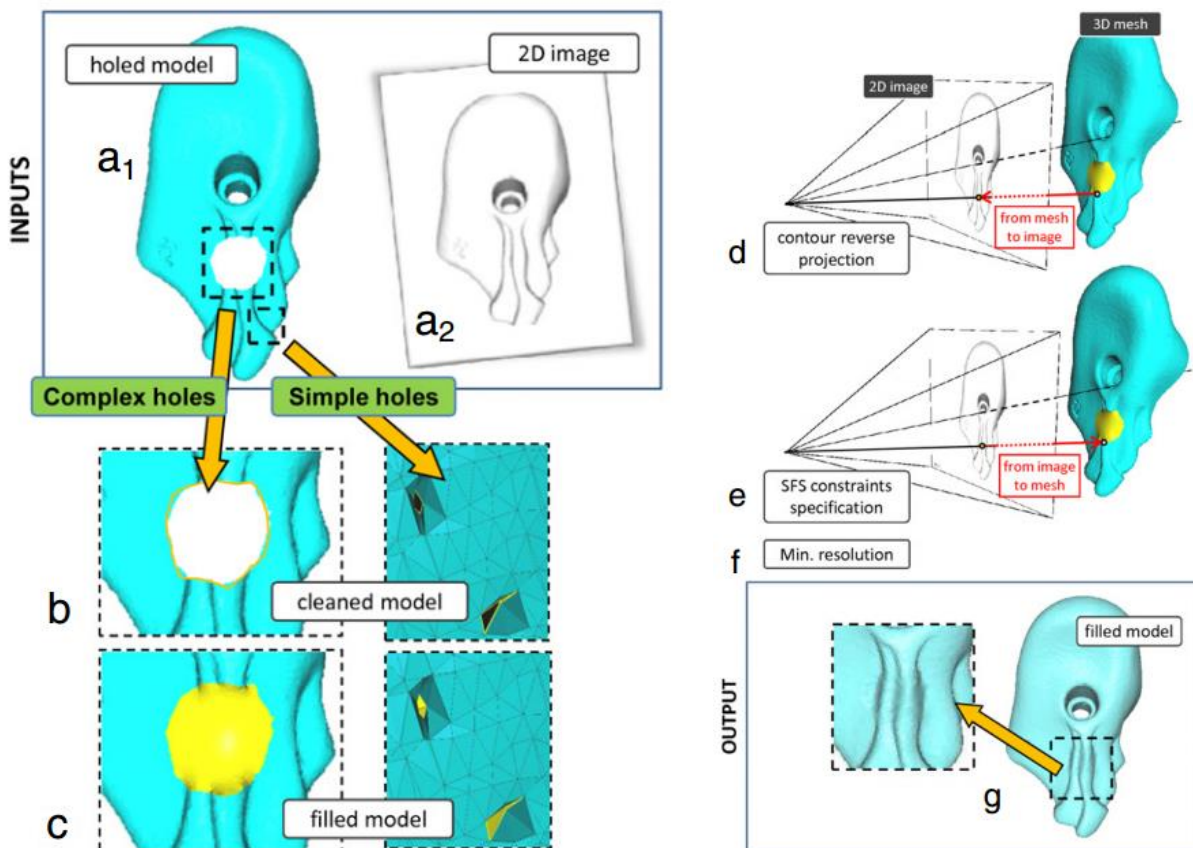


Figure 1:8 - Exemple de complétion par la méthode de Panchetti (10)

Cela est efficace pour des modèles de couleurs unies, et comportant des courbures relativement faibles par rapport à la résolution de l'image et qui font face à l'appareil photo. Sorti de ce cadre, la qualité de la reconstruction chute rapidement. La forme à reconstruire doit également présenter un raccord avec le bord du trou, sans quoi il ne sera pas possible de différencier les bosses des creux.

## 1.2.6 Complétion par modèle auxiliaire

L'article de Pauly (11) nous présente une méthode de reconstruction de modèles 3D fondée sur la déformation et le mélange d'autres modèles contenus dans une base de données. Le processus opère de la façon suivante :

- identifier les modèles potentiellement similaires (Figure 1:9 (c))
- les déformer pour qu'ils s'approchent le plus possible du modèle endommagé (Figure 1:9 (d))
- identifier lequel des modèles déformés convient le mieux pour les différentes parties de notre modèle endommagé (Figure 1:9 (e))
- fusionner ces différentes parties pour reconstruire l'objet final (Figure 1:9 (f))

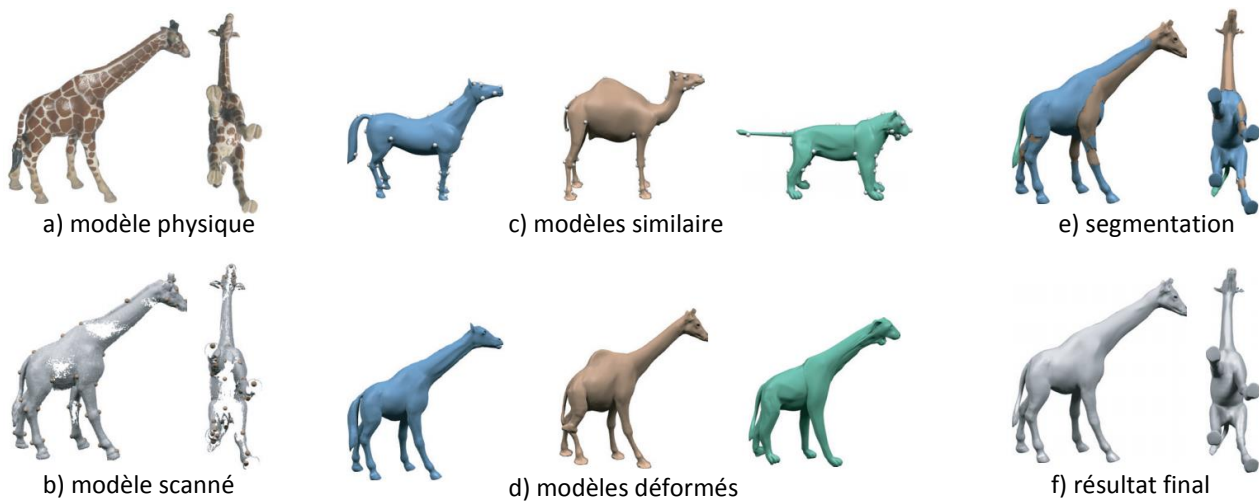


Figure 1:9 - Exemple de complétion par la méthode de Pauly (11)

Cette méthode est relativement rapide et permet de reconstruire des détails qui auraient été totalement détruits, pour peu que l'on possède un modèle possédant les mêmes spécificités dans notre base de données. Cependant, en l'absence de modèle similaire dans la base, la reconstruction d'objets techniques complexes s'avère être inefficace.

On peut voir qu'il n'existe pas de méthode meilleure qu'une autre dans l'absolu. Il n'y a que des méthodes plus adaptées à la résolution d'un problème que d'autres. La conception d'un outil de reconstruction autonome capable de gérer un vaste panel de modèles 3D devra combiner ces différents outils et savoir quand il est adéquat d'utiliser un algorithme plutôt qu'un autre. Certains algorithmes peuvent également être combinés soit pour se conforter l'un l'autre, soit l'un à la suite de l'autre pour donner des résultats complexes qu'aucune des méthodes prises individuellement ne serait capable d'accomplir.

## Chapitre 2 Approche envisagée

Un objet 3D souvent défini par un grand nombre de polygones peut, la plupart du temps, être ramené à quelques éléments caractéristiques sans pour autant perdre énormément d'informations sur sa géométrie. Un cube peut par exemple être reconstruit à partir de la position de ses seuls sommets. 8 points suffisent donc à définir un objet potentiellement préalablement défini par des milliers de polygones.

La généralisation d'une telle méthode nécessite bien sûr un peu plus d'informations. Les 8 points pris pour exemple préalablement peuvent tout aussi bien être interprétés comme des points à la surface d'une sphère. Il faudrait dans un tel cas également conserver les positions des droites définissant les arêtes vives, voire les positions des plans définissant les faces pour être sûr de retrouver la forme de l'objet original.

L'avantage d'une telle simplification est qu'une fois le modèle simplifié construit, l'analyse de sa sémantique en est d'autant plus simple et focalisée sur les éléments importants. Effectuer de la détection de symétrie est, par exemple, une chose nettement plus aisée sur quelques éléments rendant compte de la forme globale de l'objet que sur plusieurs milliers de polygones.

La méthode proposée dans nos travaux repose donc sur ce principe. Partant d'un maillage comportant des trous (Figure 2:1 (a)), on utilise des méthodes d'analyse géométrique pour créer un modèle simplifié construit sur les différents éléments géométriques pouvant caractériser l'objet (Figure 2:1 (b)). Ces éléments peuvent être les sommets, les arêtes vives, les surfaces planes ou pouvant correspondre à des géométries simples comme des quadriques, ou encore les lignes de courbure extréma. Ce modèle simplifié peut ensuite être analysé pour détecter des éléments sémantiques tels que des symétries ou autre type de motifs remarquables (Figure 2:1 (c)). Ces éléments vont permettre de compléter si nécessaire le modèle simplifié aux endroits où le maillage était endommagé (Figure 2:1 (d)). Enfin, le modèle est réparé par des *patches* guidés par le modèle simplifié pour combler fidèlement les parties manquantes (Figure 2:1 (e)).

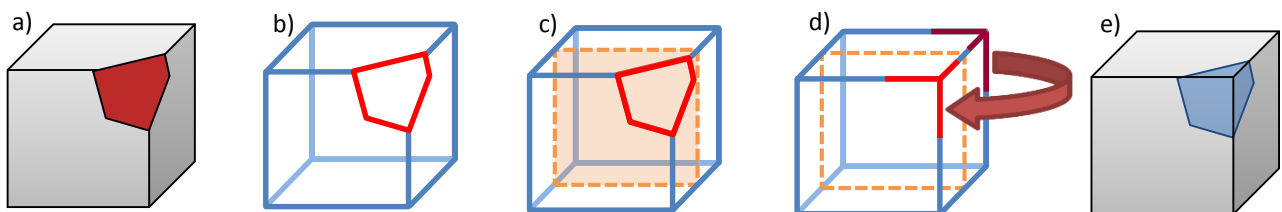


Figure 2:1 - Flux de traitement de la méthode proposée

Le flux de traitement ainsi décrit présente plusieurs avantages :

- Il est évolutif. Il est possible d'ajouter de nouveaux algorithmes pour détecter de nouveaux éléments ou bien pour renforcer les anciens. Cela offre également d'innombrables possibilités de croisement. Cela permet de l'exploiter dans un grand nombre de domaines.
- Il est rapide. Là où détecter une symétrie sur un modèle comportant des milliers de points pourrait prendre un temps considérable, le fait de travailler sur une représentation épurée permet de focaliser cette recherche sur les points importants du modèle. De plus, si plusieurs algorithmes de détection sémantique nécessitent les mêmes analyses géométriques, cette approche permet de mutualiser ce travail.

Une telle approche pouvant exploiter énormément d'algorithmes et de méthodes différentes, il a été choisi d'implémenter dans un premier temps une détection des lignes de courbure extrémales combinée à une détection de symétrie centrale, orthogonale par

rapport à une droite ou un plan. Ces types de symétries étant des notions généralement bien comprises, elles ne seront donc pas redéfinies ici. Néanmoins une définition précise de ces concepts peut être trouvée dans (6). La notion de courbure, souvent appréhendée avec moins d'aisance, mérite d'être introduite ici.

La courbure d'une courbe plane en un point est définie en géométrie comme étant l'inverse du rayon de courbure qui représente le rayon du cercle tangent à cette courbe au point considéré. Cette courbure peut aussi être définie comme la norme de l'accélération d'un mobile parcourant la courbe à une vitesse de 1.

Dans le cas d'une surface définie dans l'espace, la courbure en un point n'est plus une valeur unique. Un plan passant par la normale au point considéré doit être choisi. L'intersection de ce plan avec la surface forme alors une courbe plane sur laquelle il est possible de calculer la courbure.

Il existe donc autant de courbures qu'il est possible de définir de plans respectant ces critères. Il est donc possible de définir l'ensemble des courbures en ce point en faisant décrire à ce plan une rotation autour de la normale au point considéré. Il en résulte une fonction  $\pi$  périodique passant par un minimum global appelé courbure principale minimale, ainsi que par un maximum global appelé courbure principale maximale.

Ces courbures principales maximales et minimales sont donc associées à des plans qui peuvent être définis par une direction sur le plan tangent à la surface au point considéré. Ces directions sont appelées directions principales. Il est établi que la direction principale maximale et la direction principale minimale sont orthogonales. Elles forment donc avec la normale à la surface au point considéré un repère orthonormé appelé "repère de Monge".

Les courbures principales ainsi définies permettent de classer les points d'une surface selon leurs signes :

- Si les 2 courbures principales sont de même signe, le point est dit elliptique (Figure 2:2 (a))
- Si les 2 courbures principales sont de signe opposé, le point est dit hyperbolique (Figure 2:2 (b))
- Si l'une des 2 courbures est nulle, le point est dit parabolique (Figure 2:2 (c))

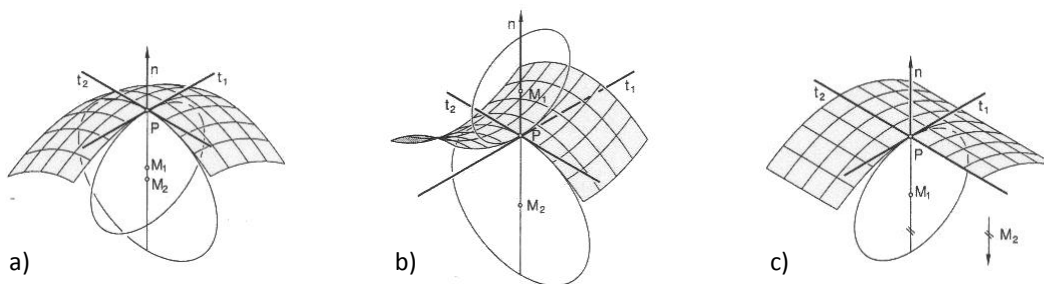


Figure 2:2 - Type de surface usuelle

Il existe un cas particulier où les courbures principales maximale et minimale sont égales. Dans ce cas, la courbure en ce point est égale dans toutes les directions et il n'est pas possible de définir le repère de Monge. Le point est alors appelé un ombilic.

Ce cadre défini, il est maintenant possible d'introduire les lignes de courbure. Ce sont des courbes appartenant à la surface qui sont tangentes en tous points aux directions principales. Il en existe une infinité et chaque point non ombilic est traversé par 2 lignes de courbure. Une tangente à la direction principale maximale et l'autre tangente à la direction principale minimale, comme le montre la Figure 2:3.



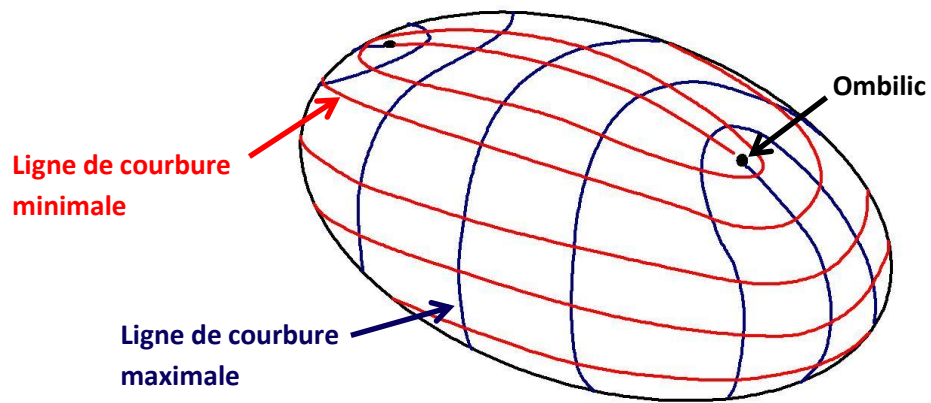


Figure 2:3 - Exemple de lignes de courbure et d'ombilic

Les lignes de courbure extrêmes (ou *ridges*) sont donc les lignes le long desquelles les courbures principales sont extrêmes localement. Elles s'apparentent grandement aux lignes de crête ou de *talweg*<sup>4</sup> utilisé en topographie, à ceci près que ces dernières sont définies par rapport à un repère global contrairement aux *ridges* qui sont définis par la seule forme de la surface étudiée.

Le démonstrateur sera décomposé en 4 parties :

- Le calcul des *ridges*
- La détection de symétrie
- La réparation des *ridges*
- La complétion de maillage

L'utilisation de *ridges* comme modèle simplifié présente l'avantage de s'appliquer à presque n'importe quel modèle. Là où une détection d'arêtes vives ne présente son intérêt que sur des modèles anguleux tels que des pièces mécaniques, une telle approche permet de rendre compte des formes d'objets organiques. Cela permet de couvrir la thématique médicale qui est l'un des enjeux majeur de ce domaine de recherche.

---

<sup>4</sup> Ligne qui rejoint les points les plus bas d'une vallée



# Chapitre 3 Implémentation

L'implémentation du *Workflow* décrit dans le Chapitre 2 a été faite sur la plateforme MEPP. MEPP, un *framework*<sup>5</sup> conçu par LIRIS<sup>6</sup> et le CNRS<sup>7</sup> pour l'implémentation et le test de processus de traitement de maillage. Il est basé sur la librairie CGAL<sup>8</sup>, une librairie *open source* de calcul géométrique codé en C++. Cette librairie procure entre autre une classe nommée "Polyhedron\_3" qui permet une structuration des maillages 3D facilitant le traitement de ceux-ci. Cette structure se présente de la façon suivante :

- Chaque arête (*edge*) se décompose en 2 demi-arêtes orientées dans des sens opposés (*halfedge*). Chaque demi-arête possède donc une jumelle d'orientation opposée (*opposite halfedge*).
- Les extrémités d'une demi-arête sont des sommets (*vertex*). Celui vers lequel la demi arête pointe est appelé sommet incident (*incident vertex*).
- Une demi-arête est précédée d'une autre demi-arête (*previous halfedge*). Elle est également suivie d'une autre demi-arête (*next halfedge*).
- Une succession de demi-arêtes forme une boucle décrivant les bords d'une facette (*facet*) ou d'un trou (*hole*).

Ces différents éléments sont mis en évidence par la Figure 3:1.

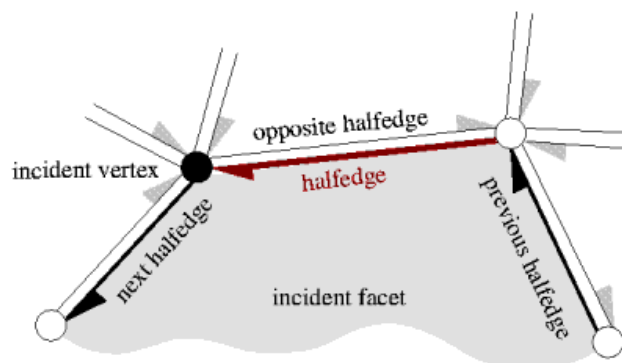


Figure 3:1 - Structure de la classe "Polyhedron\_3"

Une telle structure simplifie grandement la façon dont on va parcourir le maillage. Il est par exemple possible de balayer toutes les arêtes reliées à un sommet ou bien toutes les facettes reliées à une autre facette.

Cela implique également qu'un maillage géré par une telle structure ne pourra jamais être *non-manifold*. Un maillage est dit *manifold* si les conditions suivantes sont respectées :

- Pour chaque sommet, ses voisins doivent pouvoir être ordonnés circulairement (un contre-exemple est donné par la Figure 3:2 (a)).
- Aucun des sommets n'est rattaché à plus d'un trou (un contre-exemple est donné par la Figure 3:2 (b)).
- Aucune des arêtes ne possède plus de 2 faces adjacentes (un contre-exemple est donné par la Figure 3:2 (c)).

<sup>5</sup> Ensemble de composant logiciel structuré servant d'architecture de base à la création d'autres logiciels

<sup>6</sup> Laboratoire d'InfoRmatique en Image et Systèmes d'information

<sup>7</sup> Centre National de la Recherche Scientifique

<sup>8</sup> Computational Geometry Algorithms Library

Cela présente l'avantage de ne jamais avoir à se préoccuper de tels cas de figures lors de l'implémentation d'un algorithme de traitement de maillage. Tester des traitements sur ce type de maillage sera cependant impossible.

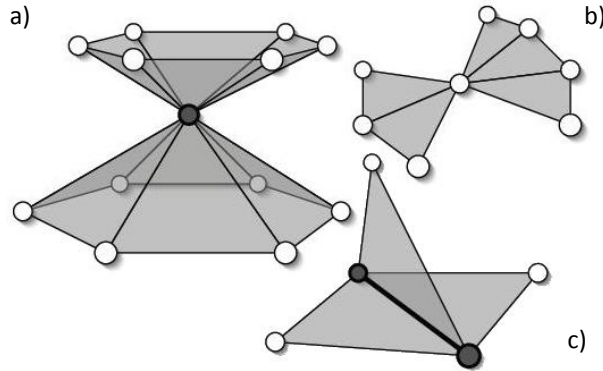


Figure 3:2 - Cas de maillage *non-manifold*

MEPP repose également sur Qt, un framework C++ conçu pour faciliter la création d'interfaces homme-machine compatible avec la plupart des systèmes d'exploitation. Cela permet à MEPP d'être multiplateforme tout en proposant aux développeurs un moyen simple de créer des interfaces pour leurs modules au moyen d'un langage appelé QML.

La structure de MEPP est pensée de façon à ce que chaque développeur puisse développer son propre module de traitement tout en étant capable d'exploiter les modules déjà existant. Cela permet aux personnes qui souhaitent créer un nouveau module de bénéficier de toutes les fonctionnalités déjà implémentées par leurs précurseurs.

### 3.1 Calcul des quantités différentielles

Si des notions telles que les courbures et directions principales sont bien définies sur des surfaces au sens mathématique du terme, elles ne le sont en revanche pas pour les maillages qui sont des surfaces échantillonnées. Il est par exemple impossible d'effectuer des calculs de dérivées sur un maillage.

Cazals (12) apporte une solution à ce problème en proposant de prendre un échantillon de point autour du point où l'on souhaite connaître les courbures principales, puis en définissant une surface polynomiale approximant cet échantillon au mieux de la même manière qu'on effectuerait une régression polynomiale en dimension 2. Cette approximation polynomiale peut alors être utilisée pour les calculs.

Dans sa méthode, Cazals (12) utilise la série de Taylor pour approximer la surface à l'ordre  $d$  (Equation 3:1).

$$z(x, y) \sim \sum_{k=0}^d \sum_{i=0}^k \frac{A_{k-i,i} x^{k-i} y^i}{i! (k-i)!} \quad \text{avec } A_{k-i,i} \in \mathbb{R}$$

Equation 3:1 – Développement en série de Taylor à l'ordre  $d$  d'une fonction à 2 variables

L'intérêt de cette écriture réside dans le fait que les coefficients  $A_{k-i,i}$  sont les valeurs des dérivées d'ordre  $k$  au point où est fait l'approximation (Equation 3:2).

$$\begin{aligned}
 A_{2,0} &= \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x^2} \\
 A_{2,1} &= \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x \partial y} \quad \text{pour } (x, y) = (0, 0) \\
 A_{2,2} &= \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial y^2}
 \end{aligned}$$

Equation 3:2 – Propriété de la série de Taylor

Lorsque l'on se place dans le repère de Monge, les termes d'ordre 0 et 1 s'annulent car on se trouve à l'origine du repère ainsi que sur le plan tangent à la surface. La dérivée croisée d'ordre 2 disparaît également étant donné que les axes du repère sont les directions principales. Si on exprime cette quantité à l'ordre 4 on obtient la forme de Monge (l'Equation 3:3).

$$z(x, y) \sim \frac{1}{2}(k_1 x^2 + k_2 y^2) + \frac{1}{6}(b_0 x^3 + 3b_1 x^2 y + 3b_2 x y^2 + b_3 y^3) + \frac{1}{24}(c_0 x^4 + 4c_1 x^3 y + 6c_2 x^2 y^2 + 4c_3 x y^3 + c_4 y^4)$$

avec  $k_1, k_2, b_0, b_1, b_2, b_3, c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 \in \mathbb{R}$  et  $k_1 \geq k_2$

Equation 3:3 – Forme de Monge

Sous cette forme on identifie  $k_1$  et  $k_2$  qui sont respectivement les courbures principales maximale et minimale. Les termes b sont les différentes valeurs des dérivés d'ordre 3 au point considéré, et les termes c représentent celles d'ordre 4. Ils seront utiles au moment du calcul des *ridges*. Ces différents coefficients sont appelés "quantités différentielles".

L'algorithme utilisant ce procédé tel qu'il a été implémenté dans CGAL opère de la façon suivante:

- Dans un premier temps un *patch* est découpé autour du point étudié (noté  $p$  sur la Figure 3:3). Celui-ci doit comporter au minimum  $(n + 1)(n + 2)/2$  points,  $n$  étant le degré du polynôme approximant la surface. Ces points constituent l'échantillon (Figure 3:3 (2)).
- Une ACP<sup>9</sup> est ensuite effectuée sur l'échantillon de points. L'ACP permet de trouver le repère dont les axes sont dirigés de telle façon que la variance des éléments soit maximale. Les 2 premiers axes du repère ainsi trouvés seront donc dirigés dans les directions où les points sont les plus espacés. Si l'objet est suffisamment bien échantillonné et qu'il ne présente pas de forme extrêmement pointue, le *patch* devrait avoir une forme relativement plate ce qui implique que le dernier axe retourné par l'ACP devrait être dirigé selon la normale à la surface. Un nouveau repère de travail est ainsi défini (Figure 3:3 (3)).
- Ce repère est utilisé comme base pour rechercher la surface polynomiale qui approxime le mieux l'échantillon au sens des moindres carrés (Figure 3:3 (4)).
- Enfin, le repère de Monge est défini en cherchant le changement de base qui annule les termes d'ordre 0, 1 et le terme mixte d'ordre 2. Cela revient à chercher la base pour laquelle  $A_{0,0}$ ,  $A_{1,0}$ ,  $A_{1,1}$  et  $A_{2,1}$  sont nuls.
- Une fois la surface polynomiale exprimée dans cette base, il ne reste qu'à identifier les différents coefficients comme expliqué plus haut.

<sup>9</sup> Analyse en Composante Principale

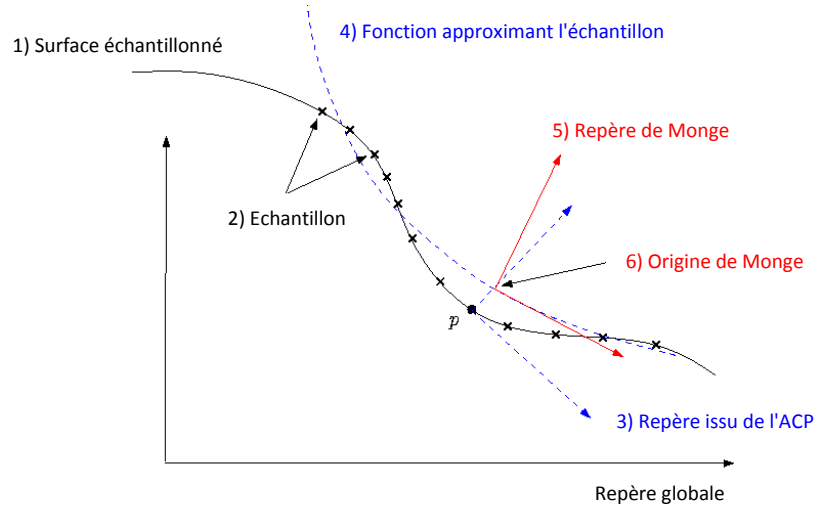


Figure 3:3 - Représentation des différentes entités utilisées aux cours de la procédure de calcul des quantités différentielles

La taille du *patch* peut varier selon les résultats désirés. Un *patch* comportant un grand nombre de point fournira des quantités différentielles plus continues et moins sensibles à la forme du maillage et au bruit. Cela étant, si les dimensions du *patch* dépassent les dimensions caractéristiques des motifs étudiés, les formes de ces derniers ne seront pas analysées de façons correcte. La Figure 3:4 est un exemple des résultats qu'il est possible d'obtenir grâce à cette méthode. Elle représente les directions maximales calculées en chaque sommet du maillage et les dimensions des lignes les représentant sont pondérées par la courbure principale minimale.



Figure 3:4 - Exemple de résultats de calcul de directions principales tel que présenté dans les travaux de Cazals (12)

Cet algorithme est relativement rapide et donne des résultats corrects dès lors que la surface étudiée est suffisamment échantillonnée. L'algorithme étant déjà implémenté dans CGAL, il n'était nécessaire de le recoder en intégralité. Ceci étant, son adaptation sur MEPP ne s'est pas faite sans peine.

### 3.2 Calcul de *ridges*

Les *ridges* sont les lignes de courbure pour lequel la valeur de la courbure aux points traversés est extrémale. On les trouve sur les arêtes vives du modèle ou bien au centre de chaque forme convexe/concave observable.

L'algorithme utilisé est l'implémentation dans CGAL des travaux de Cazals (13) et d'Ohtake (14). Il utilise comme entrée le maillage, les courbures et directions principales calculées en chaque point, les termes  $b_0$  et  $b_3$  qui représentent les dérivées directionnelles de  $k_1$  et  $k_2$  suivant leur direction propre, ainsi que les quantités  $P_1$  et  $P_2$  qui sont définies à partir des quantités d'ordre 4 (voir Equations 3:3 et 3:4).

$$P_1 = 3b_1^2 + (k_1 - k_2)(c_0 - 3k_1^3)$$

Equation 3:4 – Quantité issue du réagencement du développement limité de  $k_1$  à l'ordre 2

$$P_2 = 3b_2^2 + (k_2 - k_1)(c_4 - 3k_2^3)$$

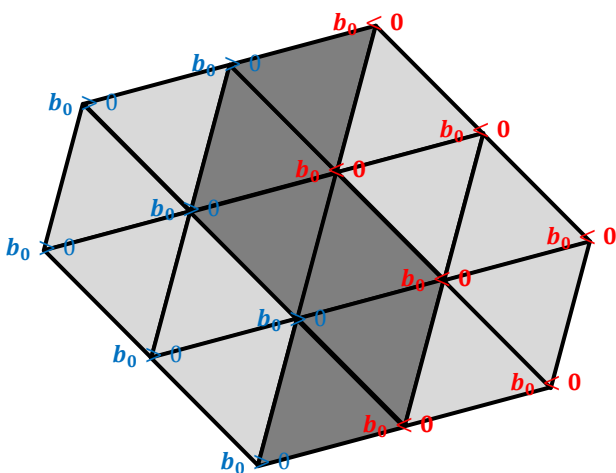
Equation 3:5 – Quantité issue du réagencement du développement limité de  $k_2$  à l'ordre 2

Pour chaque triangle, L'algorithme consulte les quantités  $b_0$  et  $b_3$  de chacun des 3 sommets. Si le signe d'une de ces 2 quantités n'est pas le même pour chacun des 3 sommets, cela revient à dire que cette quantité s'annule dans ce triangle, et donc une des 2 courbures principales passe par un extremum local ce qui est la définition d'un *ridge* (voir Figure 3:5 (a)).

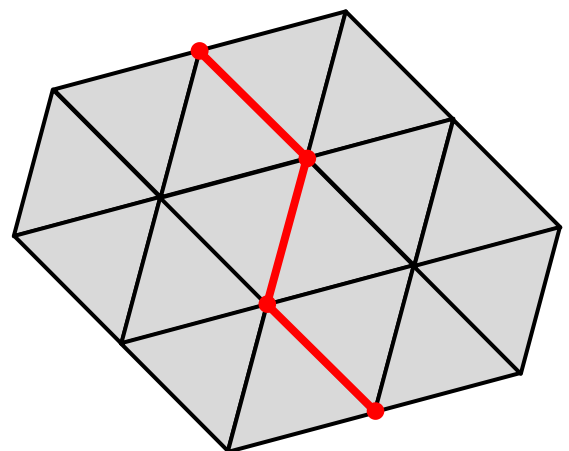
Si  $b_0$  s'annule on est en présence d'un ridge max et si  $b_3$  s'annule c'est un ridge min. Dans le cas où les 2 changent de signe simultanément, le point est un ombilic.

Les *ridges* sont ensuite construits sur le maillage. Ils sont représentés par des lignes polygonales passant par les sommets des triangles pour lesquels le signe de  $b_0$  ou de  $b_3$  est différent des 2 autres voir Figure 3:5 (b)). Seul sont connectés les sommets reliés par une arête du maillage et de même type. Les types étant définis de la façon suivante :

- $b_0 = 0$  et  $P_1 < 0$  et  $|k_1| > |k_2|$  : ridge max crête
- $b_0 = 0$  et  $P_1 < 0$  et  $|k_1| < |k_2|$  : ridge max elliptique
- $b_0 = 0$  et  $P_1 > 0$  : ridge max hyperbolique
- $b_3 = 0$  et  $P_2 < 0$  et  $|k_2| > |k_1|$  : ridge max crête
- $b_3 = 0$  et  $P_2 < 0$  et  $|k_2| < |k_1|$  : ridge max elliptique
- $b_3 = 0$  et  $P_2 > 0$  : ridge max hyperbolique



a) Détections des triangles porteur de *ridges* grâce aux variations de signe des quantités d'ordre 3



b) Construction de *ridges* par connexion des sommets possédant des signes opposés

Figure 3:5 - Exemple de construction de *ridges* à partir des quantités différentielles calculées précédemment

## Chapitre 4 Résultats

L'implémentation de la détection de *ridge* permet de rendre compte de la pertinence d'un tel choix. L'affichage des lignes obtenues par la méthode de calcul de *ridges* décrite précédemment nous montre que ces entités sont capables de rendre compte des formes anguleuses comme des formes arrondies (voir Figure 4:1).

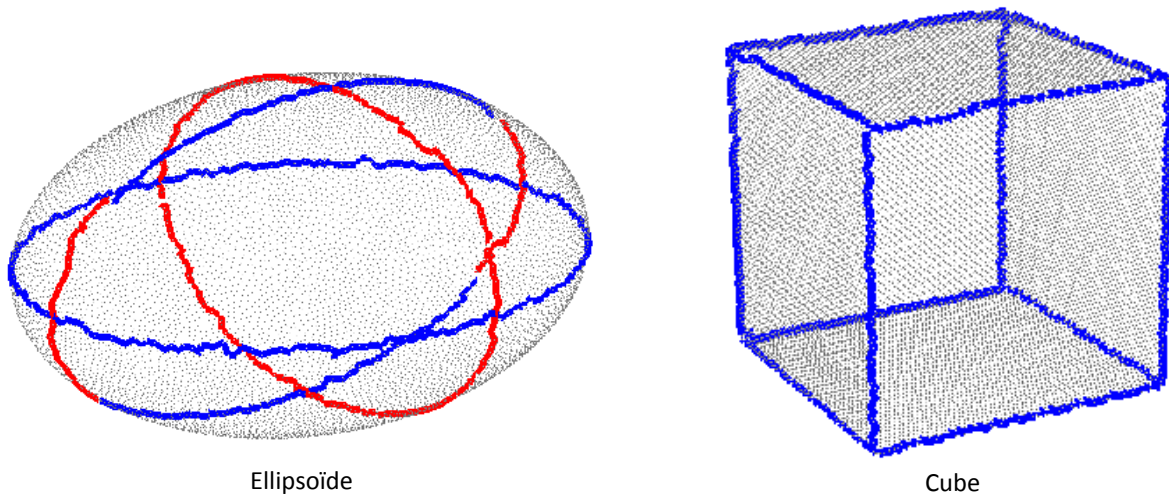


Figure 4:1 - Exemple de *ridges* calculés et affichés sur MEPP

Cette méthode possède néanmoins certains problèmes :

- Les lignes obtenues sont la plupart du temps crénelées du fait que les lignes polygonales construites suivent les arêtes du maillage. Ce phénomène peut être limité en utilisant des techniques de lissage comme l'utilisation de B-splines pour approximer les points des polygones existantes.
- Lorsque les formes étudiées sont de dimensions inférieures à la taille du *patch* formé par l'échantillon utilisé pour calculer les quantités différentielles, certains *ridges* peuvent être déformés ou bien ne pas être détectés. Cela peut être résolu en diminuant la taille du *patch* ou en raffinant virtuellement le maillage. Cela entraîne cependant une plus forte influence du maillage sur la forme des *ridges*.
- Cette implémentation ne rend pas compte des *ridges* fermés. Cela a pour effet de créer un point de rupture arbitraire au milieu du *ridge*. Cela peut être résolu en modifiant l'algorithme pour tenir compte de cette particularité.



# Chapitre 5 Conclusion

## 5.1 Avancement du projet

L'état actuel de l'implémentation permet de rendre compte de l'intérêt de l'utilisation des *ridges* comme modèle simplifié utilisable pour une détection efficace d'éléments sémantiques tels que les symétries. Et ce, quel que soit le modèle utilisé pour peu que celui-ci soit suffisamment échantillonné pour pouvoir rendre compte des formes à analyser. Cela présente un intérêt majeur pour l'analyse de la sémantique rapide d'objets non issus de formes géométrique simple.

## 5.2 Développement avenir

L'implémentation de la complétion de maillage guidé par courbes permettra de rendre compte de l'efficacité de l'utilisation des *ridges* pour la reconstruction d'objets divers. Et l'implémentation de la détection de symétrie offrira la possibilité de faire des tests sur l'efficacité de toute la chaîne de traitement. Cela permettra d'améliorer les modules déjà existants ou bien d'en ajouter de nouveaux pour traiter plus efficacement des cas spécifiques afin d'accroître l'efficacité et la justesse du procédé.

## Références

1. *Advances in the Field of Reverse Engineering*. **Bradley, Colin, et Bernadette Currie**. 2005, Computer-Aided Design & Applications, Vol. 2, pp. 697-706.
2. *Fixing Geometric Errors on Polygonal Models: A Survey*. **Ju, Tao**. 2008.
3. *Filling Holes in Meshes*. **Liepa, Peter**. 2003.
4. *Repairing Triangle Meshes Built from Scanned Point Cloud*. **Pernot, J-P., G. Moraru, et P. Véron**. 2007.
5. *Completion and Reconstruction with Primitive Shapes*. **Schnabel, Ruwen, Patrick Degener, et Reinhard Klein**. 2009, Computer Graphics Forum (Proc. of Eurographics), Vol. 28.
6. *Symmetry in 3D Geometry: Extraction and Applications*. **Mitra, Niloy J., Mark Pauly, Michael Wand, et Duygu Ceylan**. 2012, Computer Graphics Forum (Impact Factor: 1.64).
7. *Single Viewpoint Model Completion of Symmetric Objects for Digital Inspection*. **Law, Alvin J., et Daniel G. Aliaga**. 2011.
8. *Partial and Approximate Symmetry Detection for 3D Geometry*. **Mitra, Niloy J., Leonidas J. Guibas, et Mark Pauly**. 2006.
9. *Non-Parametric 3D Surface Completion*. **Breckon, Toby P., et Robert B. Fisher**. 2005.
10. *Towards Recovery of Complex Shapes in Meshes Using Digital Images for Reverse Engineering Applications*. **Panchetti, Minica, Jean-Philippe Pernot, et Philippe Véron**. 2010.
11. *Example-Based 3D Scan Completion*. **Pauly, Mark, Niloy J. Mitra, Joachim Giesen, Markus H. Gross, et Leonidas J. Guibas**. 2005.
12. *Estimating differential quantities using polynomial fitting of osculating jets*. **Cazals, Pouget**. 2005.
13. *Topology driven algorithms for ridge extraction on*. **Cazals, Pouget**. 2005.
14. *Ridge-valley lines on meshes via implicit surface fitting*. **Ohtake, Belyaev, Seidel**. 2004.