

Algorithme de tatouage basé sur le Prolongement Analytique de la Transformée de Fourier Mellin.

O. GUEMIR

S. MHIRI

F. GHORBEL

Groupe de Recherche en Images et Formes de Tunisie

Laboratoire CRISTAL

Ecole Nationale des Sciences de l'Informatique

{Faouzi.ghorbel, slim.mhiri}@ensi.rnu.tn

omar.guemir@crystal.rnu.tn

Résumé

Dans ce travail, nous présentons une nouvelle approximation du Prolongement Analytique de la Transformée de Fourier Mellin (PATFM). Ensuite, nous proposons un algorithme de tatouage basé sur le PATFM. Cet algorithme est robuste vis-à-vis des transformations géométriques (essentiellement les rotations et les changements d'échelles) et des attaques désirant supprimer le marqueur de l'image tatouée. Enfin, une validation de la méthode d'approximation proposée sera effectuée à travers l'application de tatouage et comparée avec d'autres méthodes de la littérature.

Mots clés

Prolongement Analytique de la Transformée de Fourier Mellin, Tatouage, Transformation géométrique, Nouvelle approximation PATFM.

1 Introduction

Le tatouage est exploité dans divers médias tels que le texte, le son, l'image et le vidéo. Il a ses contraintes et ses particularités pour chaque média. Dans notre étude nous traitons la protection de droit d'exploitation d'image contre les attaques. Hartung[1] classe ces dernières en quatre catégories. La première ne modifie pas la géométrie de l'image tels que la compression *JPEG* ou le filtrage de l'image. La seconde regroupe les transformations géométriques tels que la rotation, le changement d'échelle. Elle perturbe la synchronisation du détecteur du marqueur. La troisième catégorie d'attaque consiste à introduire un deuxième marqueur par le pirate pour brouter et bloquer l'identification de celui introduit par le propriétaire. La dernière est désormais la plus sophistiquée. Elle consiste à détecter le marqueur et le supprimer. Dans ce travail nous nous intéressons plus aux deuxième et quatrième catégories.

Dans la littérature, plusieurs travaux traitent l'amélioration de la robustesse contre les transformations géométriques. Une première approche utilise les points d'intérêts dans une image [2, 3]. L'avantage de cette méthode

est sa robustesse aux distorsions locales. Mais elle présente une faiblesse au niveau du temps de traitement pour un nombre important de points. Une deuxième approche utilise un domaine d'extraction invariant par les distorsions géométriques[4]. O'Ruanaidh [5] et Lin[6] proposent l'insertion du marqueur dans le domaine de la transformée de Fourier Mellin. Cette transformée peut diverger. Pour résoudre ce problème, nous avons recours au prolongement analytique de la transformée de Fourier Mellin proposée par Ghorbel [7]. Le prolongement analytique résout ce problème au voisinage de zéro et permet ainsi une approximation numérique.

Dans un premier lieu, nous présentons la transformée de Fourier-Mellin ainsi que son prolongement analytique. Nous présentons en second lieu ses différentes approximations. Ensuite, une nouvelle approximation du PATFM est donnée. Finalement, nous exposons la solution de tatouage proposée ainsi que les résultats des tests.

2 Prolongement Analytique de la Transformée de Fourier Mellin

2.1 Transformée de Fourier Mellin

La transformée de Fourier-Mellin standard se présente comme l'association des fonctions circulaires harmoniques et de la transformée de Mellin radiale. La représentation $\{r^{-iv} e^{-ikt}\}$ du groupe G est le produit des représentations individuelles des groupes des rotations et des homothéties vectorielles. Ce qui donne à la transformée un certain nombre de propriétés qui la rendent adaptée pour l'analyse des objets à niveaux de gris soumis à l'action des rotations et des dilatations. La TFM standard d'une fonction f est définie en coordonnées polaires, lorsqu'elle existe, est donnée par :

$$M_f(k, v) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} f(r, \theta) e^{-ikt} r^{-iv} d\theta \frac{dr}{r} \quad (1)$$

L'espace des paramètres (k, v) de la TFM définit le groupe dual de \mathcal{G} : $\hat{\mathcal{G}} = \mathbf{Z} \times \mathbf{R}$.

La transformée de Fourier sur \mathcal{G} existe et est appelée transformée de Fourier-Mellin inverse de f

$$f(r, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} M_f(k, v) e^{ik\theta} r^{iv} dv \quad (2)$$

2.2 Prolongement Analytique de la Transformée de Fourier Mellin

La transformée de Fourier-Mellin d'un objet existe si sa représentation f est intégrable sur $\mathcal{R}_+ \times \mathcal{S}$, ce qui est traduit par :

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} \left| f(r, \theta) d\theta \frac{dr}{r} \right| < \infty \quad (3)$$

Les fonctions représentantes des images à niveau de gris posent un problème au voisinage de zéro, où la fonction n'est pas intégrable dans la majorité des cas. Dans la littérature, deux solutions à ce problème ont été présentées. Une première [8] consiste à annuler un disque suffisamment petit au voisinage de zéro, ce qui induit généralement à une perte considérable d'information. Une deuxième solution introduite par Ghorbel [7] consiste à modifier la fonction f en introduisant le terme r^σ pour rendre la fonction intégrable au voisinage de zéro.

$$f_\sigma(r, \theta) = r^\sigma f(r, \theta) \quad (4)$$

La transformée de cette nouvelle fonction f_σ est appelée prolongement analytique de Fourier Mellin de f et elle s'écrit :

$$M_{f_\sigma}(k, v) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} f(r, \theta) e^{-ik\theta} r^{\sigma-iv} d\theta \frac{dr}{r} \quad (5)$$

La transformée inverse de la TFM de f_σ existe. Ainsi l'inverse du PATFM de f existe et s'écrit :

$$f(r, \theta) = r^{-\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} M_{f_\sigma}(k, v) e^{ik\theta} r^{iv} dv \quad (6)$$

3 Approximation de la PATFM

Les travaux de Derrode et Ghorbel[9, 10] ont abouti à l'approximation numérique de la PATFM par trois méthodes différentes. Ces approximations diffèrent par :

- La manière avec laquelle l'image est ré-échantillonnée.
- La méthode numérique utilisée.

3.1 Approximation directe par ré-échantillonnage polaire

La Méthode directe consiste à ré-échantillonner l'image $f(x, y)$ en coordonnées polaires puis à calculer une approximation directe de l'intégrale.

Le ré-échantillonnage est réalisé à l'aide d'une grille polaire formée de N cercles concentriques à M rayons. Les pas de ré-échantillonnage sont respectivement :

$$\Delta\rho = \frac{R}{N} \text{ et } \Delta\theta = \frac{2\pi}{M}.$$

Les fonctions harmoniques circulaires de l'image sont estimées par la transformée de Fourier discrète de chaque cercle :

$$\mathcal{F}_f(r, k) = \sum_{m=0}^{M-1} f(r, \theta_m) e^{-ik\theta_m} \quad (7)$$

L'intégration sur les rayons est calculée en remplaçant l'intégrale de Mellin par une somme de Riemann. Ainsi, l'approximation de PATFM directe s'écrit :

$$\mathcal{M}_{f_\sigma}(v, k) = \frac{\Delta\rho\Delta\theta}{2\pi} \sum_{n=1}^N \mathcal{F}_f(\rho_n, k) (\rho_n)^{\sigma-iv-1} \quad (8)$$

avec $k \in [-K, K]$ et $v \in [-V, V]$.

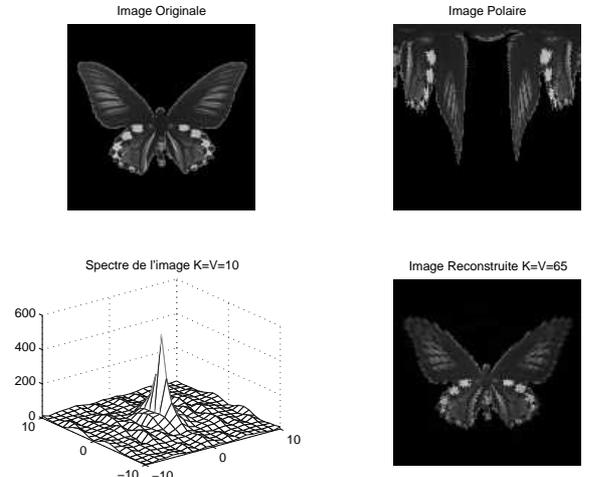


Figure 1 – Approximation du PATFM Directe.

La reconstruction de l'image $\hat{f}(p, q)$, à partir de sa représentation discrète du PATFM directe, est réalisée comme suit : Dans un premier lieu, les harmoniques circulaires sont approximées par une transformée de Fourier discrète inverse :

$$\mathcal{G}_\sigma(v, \theta_m) = \sum_{k=-K}^K M_{f_\sigma}(v, k) e^{ik\theta_m} \quad (9)$$

Dans un deuxième lieu, une approximation de l'intégrale de Mellin inverse est effectuée¹. Ainsi la transformée de Fourier-Mellin Analytique inverse en coordonnées polaire s'écrit :

$$\hat{f}(\rho_n, \theta_m) = \rho_n^\sigma \sum_{v=-V}^V \mathcal{G}_\sigma(v, \theta_m) (\rho_n)^{iv} \quad (10)$$

La dernière étape de l'algorithme consiste à reconstruire l'image en coordonnées cartésiennes, en utilisant la grille définie précédemment.

¹L'intégrale est approximée par une somme de Reimann

3.2 Approximation rapide par échantillonnage log-polaire

L'approximation rapide (PATFM-F) consiste à ré-échantillonner l'image $f(x, y)$ en coordonnées log-polaires puis estimer le PATFM par une transformée de Fourier. Cet algorithme est couramment utilisé pour l'estimation de TFM. Elle se base sur le fait que la TFM peut être écrite sous forme de la transformée de Fourier en effectuant le changement de variable $t = \ln(r)$. Ainsi le PATFM-F s'écrit :

$$M_{f_\sigma}(k, v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} f_\sigma(e^t, \theta) e^{-ik\theta} e^{(\sigma-iv)t} d\theta dt \quad (11)$$

De même la transformée inverse s'écrit :

$$f(e^t, \theta) = e^t \sigma \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} M_{f_\sigma}(k, v) e^{ik\theta} e^{ivt} dv \quad (12)$$

Similaire à l'algorithme précédent, le ré-échantillonnage est réalisé à l'aide d'une grille log-polaire formée de N cercles à M rayons. Les pas d'échantillonnage sont respectivement :

$$\Delta\rho = \frac{\ln(R_{max}) - \ln(R_{min})}{N} \text{ et } \Delta\theta = \frac{2\pi}{M}.$$

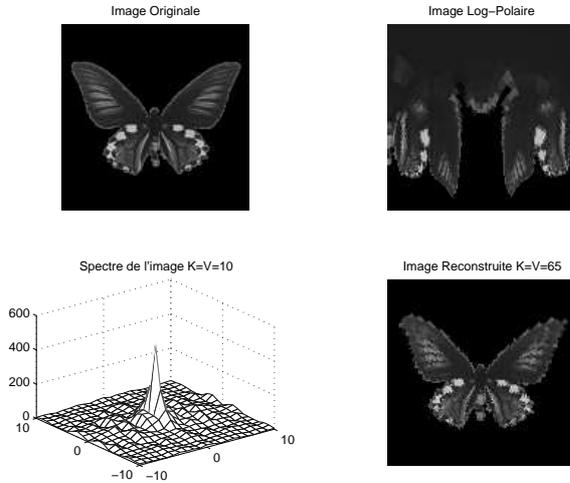


Figure 2 – Approximation du PATFM Rapide.

Ainsi, l'estimation du PATFM-F revient à l'estimation de la transformée de Fourier et s'écrit donc :

$$\mathcal{M}_{f_\sigma}(k, v) = \frac{\Delta\rho\Delta\theta}{2\pi} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} f(e^{\rho_n}, \theta_m) e^{\sigma\rho_n} e^{-(iv\rho_n + ik\theta_m)} \quad (13)$$

D'après l'équation 12, la PATFM-F inverse se calcule par une transformée de Fourier discrète bidirectionnelle. Ainsi elle s'écrit en coordonnées log-polaires :

$$\hat{f}(e^{\rho_n}, \theta_m) = e^{-\sigma\rho_n} \sum_{v=-V}^V \sum_{m=-K}^K \mathcal{M}_{f_\sigma}(k, v) e^{(iv\rho_n + ik\theta_m)} \quad (14)$$

Similaire à l'algorithme de PATFM-D inverse, la dernière étape consiste à reconstruire l'image à partir de sa présentation en coordonnées log-polaires.

3.3 Approximation cartésienne

La troisième approximation, PATFM Cartésienne, ne nécessite pas un ré-échantillonnage préalable. Elle est obtenue en réalisant le changement de variable d'intégration suivant :

$$d\theta dr = \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial r}{\partial x} & \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \frac{\partial r}{\partial y} & \frac{\partial \theta}{\partial y} \end{array} \right| dx dy = \frac{1}{(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}} dx dy \quad (15)$$

Le PATFM-C et son inverse sont donc donnés par les expressions respectives :

$$M_{f_\sigma}(k, v) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\mathbf{R}^2} f(x, y) \frac{(x^2 + y^2)^{\frac{k+\sigma-2-iv}{2}}}{(x+iy)^k} dx dy \quad (16)$$

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} M_{f_\sigma}(k, v) \frac{(x+iy)^k}{(x^2 + y^2)^{\frac{k+\sigma-iv}{2}}} dv \quad (17)$$

L'approximation de la transformée et son inverse sont obtenues en remplaçant les intégrales par des sommes². Ainsi la TFMA-C et son inverse s'écrivent :

$$M_{f_\sigma}(k, v) = \frac{1}{2\pi} \sum_{y=Y_{min}}^{Y_{max}} \sum_{x=X_{min}}^{x_{max}} f(x, y) \frac{(x^2 + y^2)^{\frac{k+\sigma-2-iv}{2}}}{(x+iy)^k} \quad (18)$$

$$f(x, y) = \sum_{v=-V}^V \sum_{m=-K}^K M_{f_\sigma}(k, v) \frac{(x+iy)^k}{(x^2 + y^2)^{\frac{k+\sigma-iv}{2}}} dv \quad (19)$$

²Les intégrales sont approximés par la méthode de trapèze

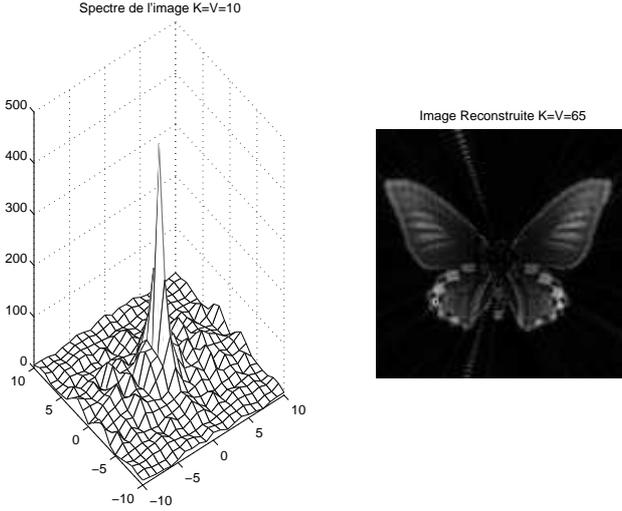


Figure 3 – Spectre du PATFM Cartésienne.

Les coordonnées sont centrées par le barycentre de l'image et X_{min} , X_{max} , Y_{min} et Y_{max} représentent le plus petit rectangle englobant l'objet.

4 Nouvelle Approximation du PATFM

Dans ce paragraphe, nous présentons une nouvelle approximation de PATFM. Elle exploite l'intégrabilité du PATFM au voisinage de zéro grâce au terme r^σ introduit par Ghorbel[7]. En exploitant le fait que les fonctions harmoniques circulaires d'une image peuvent être estimées par la transformée de Fourier discrète, l'équation (5) s'écrit alors :

$$M_{f_\sigma}(k, v) = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \int_0^{+\infty} \mathcal{F}_f(r, k) r^{\sigma-iv} \frac{dr}{r} \quad (20)$$

Nous écrivons l'intégrale(20) comme somme des intégrales sur des intervalles de la forme $[\rho_n, \rho_{n+1}]$:

$$M_{f_\sigma}(k, v) = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \sum_{n=0}^{+\infty} \int_{\rho_n}^{\rho_{n+1}} \mathcal{F}_f(r, k) r^{\sigma-iv} \frac{dr}{r} \quad (21)$$

Comme les fonctions harmoniques circulaires sont calculées à une ρ_n donnée, elles sont par conséquent constantes sur les intervalles de type $[\rho_n, \rho_{n+1}]$. L'équation (21) s'écrit alors :

$$M_{f_\sigma}(k, v) = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \sum_{n=0}^{+\infty} \mathcal{F}_f(\rho_n, k) \int_{\rho_n}^{\rho_{n+1}} r^{\sigma-iv} \frac{dr}{r} \quad (22)$$

La fonction $r^{\sigma-iv}$ est intégrable sur R_+ , en particulier sur les intervalles de type $[\rho_n, \rho_{n+1}]$. L'idée est de calculer cette intégrale au lieu de l'approximer. L'expression du PATFM s'écrit donc :

$$M_{f_\sigma}(k, v) = \frac{\Delta\theta}{2\pi(\sigma - iv)} \sum_{n=0}^{+\infty} \mathcal{F}_f(\rho_n, k) [\rho_{n+1}^{\sigma-iv} - \rho_n^{\sigma-iv}] \quad (23)$$

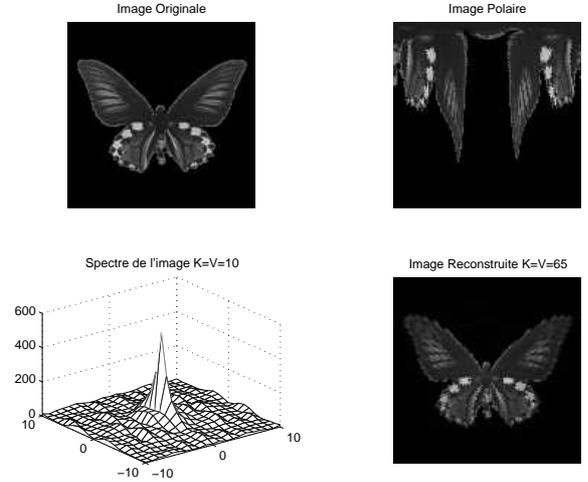


Figure 4 – Nouvelle approximation du PATFM.

Pour la reconstruction nous utilisons la même expression que celle donnée dans l'approximation directe.

5 Algorithme de tatouage basé sur Le PATFM

Cette section est consacrée à l'algorithme de tatouage. Nous y présentons son schéma. Nous montrons par suite la robustesse de cette solution vis-à-vis des transformations géométriques. Les résultats expérimentaux de la solution sont ainsi donnés.

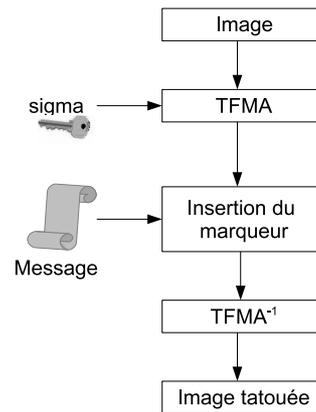


Figure 5 – Schéma d'insertion du message

5.1 Schéma de tatouage.

Dans notre solution, nous nous proposons d'insérer le marqueur dans le domaine de Fourier-Mellin. La figure 5

illustre le schéma de tatouage que nous proposons. La génération de l'image tatouée passe par trois étapes essentielles. Dans un premier temps, le PATFM de l'image est calculé en choisissant un clef bien précis (σ). Dans un second lieu, nous insérons le marqueur dans le spectre de l'image. Finalement, nous calculons l'image tatouée via la transformée inverse. L'extraction du marqueur de l'image tatouée, illustrée dans la figure 6, ne nécessite pas uniquement la connaissance préalable de l'endroit préalable d'insertion de ce premier mais aussi du paramètre σ pour calculer la PATFM qui convient au domaine d'insertion. Ce qui attribue à la solution une robustesse contre la quatrième catégorie d'attaque.

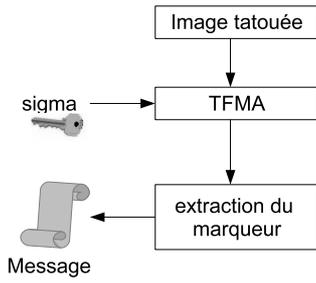


Figure 6 – Schéma d'extraction du message

5.2 Robustesse par translation.

Le calcul de la PATFM dans les quatre approximations présentées est fait par rapport au centre de gravité de l'image. Ce ci dit, toute translation T de l'image change les coordonnées de ses pixels par rapport au repère de l'écran. Par contre, elles restent invariantes par rapport au centre de gravité vu qu'il n'y a aucun changement de la structure de l'image. Pour garantir la robustesse, le calcul de centre de gravité est fait sur des points d'intérêts de l'image. Ce prétraitement permet ainsi de minimiser l'effet de la translation sur le calcul de la PATFM et garantie à la solution une robustesse par rapport la la translation.

5.3 Robustesse par Rotation et changement d'échelle.

Soient $f(r, \theta)$ la représentation de l'image dans un repère polaire, $R(\phi)$ la rotation planaire, $h(\alpha)$ une homothétie de facteur alpha et g l'image résultante après application de R et h .

$$g(r, \theta) = f(\alpha r, \theta + \phi)$$

$$M_{g\sigma}(k, v) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} f_\sigma(\alpha r, \theta + \phi) e^{-ik\theta} r^{-iv} d\theta \frac{dr}{r} \quad (24)$$

$$M_{g\sigma}(k, v) = \alpha^\sigma e^{-ik\phi} M_{f_\sigma}(k, v) \quad (25)$$

$$|M_{g\sigma}(k, v)| = \alpha^\sigma |M_{f_\sigma}(k, v)| \quad (26)$$

L'équation (26) garde le facteur d'échelle. Pour éliminer ce facteur d'échelle nous divisons tous les harmoniques par l'élément $M(0, 0)$ qui est un réel non nul [7, 9]. En insérant ainsi l'information dans la norme du spectre nous garantissons son invariance par rapport à la rotation et au changement d'échelle.

5.4 Résultats

Dans cette section, nous présentons les résultats expérimentaux de l'algorithme par les différentes approximations du PATFM. La figure 7 est obtenue par $K = V = 65$ et $\sigma = 0.5$. Les figures (8, 9, 10) sont obtenues pour $K = V = 128$, $\sigma = 0.5$. Le message caché est un cercle. Le résultat de la nouvelle implémentation du PATFM donne un meilleur résultat au niveau de l'extraction du message et l'invisibilité de l'information sur l'image tatouée.

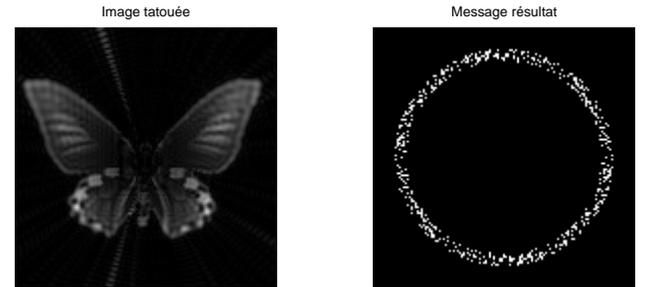


Figure 7 – Image tatouée et le message extrait après détection par la méthode cartésienne .

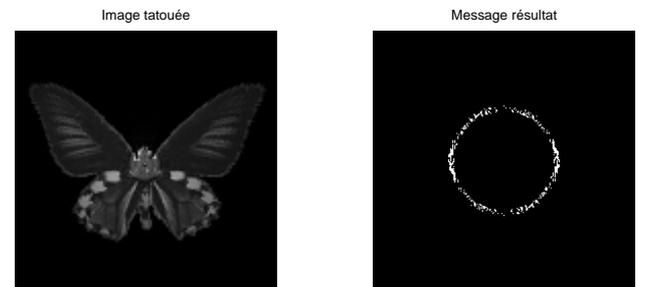


Figure 8 – Image tatouée et le message extrait après détection par la méthode directe .



Figure 9 – Image tatouée et le message extrait après détection par la méthode rapide .



Figure 10 – Image tatouée et le message extrait après détection par la nouvelle méthode.

Nous avons fait subir à l'image tatouée un changement d'échelle égale à 2 et une rotation de 30 degrés. La figure (11) représente l'image résultante après cette attaque et le message extrait.

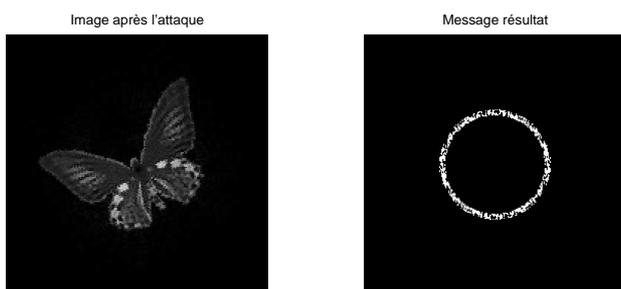


Figure 11 – Image tatouée avec $\theta = 30h = 2.0$ et le message extrait après détection par la nouvelle méthode.

6 Conclusion

Dans cette contribution, nous avons introduit une nouvelle approximation du PATFM et une solution de tatouage robuste contre les transformations géométriques. L'exploitation de la paramètre σ introduite pour la convergence de la TFM a permis de renforcer la sécurisation de l'information insérée. Il ne suffit donc pas de connaître l'emplacement

de l'insertion dans le domaine fréquentiel mais il faut aussi avoir le paramètre σ utilisé.

Références

- [1] J. K. Su F. Hartung et B. Girod. Spread spectrum watermarking : Malicious attacks and counterattacks. Dans *In Proc. SPIE Security and Watermarking of Multimedia Contents 99*, San Jose, CA, Janvier 1999.
- [2] J.-M. Chassery P. Bas. Tatouage d'images résistant aux transformations géométriques. Dans *In Dix-septième colloque GRETSI 99*, pages 271–274, Vannes, Septembre 1999.
- [3] Chassery J. M. P. Bas et B. Macq. Geometrically invariant watermarking using feature points. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 11(9), Septembre 2002.
- [4] C. Delpha M. Ossonce et P. Duhamel. Rotation and scale insensitive image watermarking. Dans *In Proc. of the Intl Conf. on Image Processing*, 2004.
- [5] J. J. K. O'Ruanaidh et T. Pun. Rotation, scale and translation invariant digital image watermarking. Dans *In Proc. IEEE ICIP*, pages 536–539, Octobre 1997.
- [6] Jeffrey A. Bloom Ingemar J. Cox Matt L. Miller Ching-Yung Lin, Min Wu et Yui Man Lui. Rotation, scale, and translation resilient watermarking for images. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 10(5), 2001.
- [7] JL. de Bougrenet de la Tocnaye et F. Ghorbel. Scale-rotation invariant pattern recognition applied to image data compression. *Pattern recognition letters*, 8(1) :55–58, Juillet 1988.
- [8] Z. Kiss PE. Zwicke. A new implementation of the mellin transform and its application to radar classification. *IEEE Trans. on PAMI*, 5(2) :191–199, Mars 1983.
- [9] S. DERRODE et F. GHORBEL. Robust and efficient fourier-mellin transform approximations for invariant grey-level image description and reconstruction. *Computer Vision and Image Understanding*, 83(1) :57–78, Juillet 2001.
- [10] S. DERRODE et F. GHORBEL. Shape analysis and symmetry detection in gray-level objects using the analytical fourier-mellin representation. *Signal Processing*, 84(1) :25–39, Janvier 2004.