

# Modèle énergétique pour la représentation d'images par ondelettes déformées

Benjamin Le Guen<sup>1,2</sup>

Stéphane Pateux<sup>1</sup>

Jacques Weiss<sup>2</sup>

<sup>1</sup> France Télécom R&D, 4, rue du Clos Courtel, 35512 Cesson-Sévigné  
{benjamin.leguen, stephane.pateux}@orange-ft.com

<sup>2</sup> Supélec-SCEE/IETR-AC, avenue de la Boulaie, 35511 Cesson-Sévigné  
jacques.weiss@supelec.fr

## Résumé

Une image comporte une structure géométrique que l'ondelette séparable classique ne peut exploiter. Ce papier décrit un nouveau schéma d'analyse-synthèse permettant d'apporter une dose d'adaptivité au noyau classique. Une modélisation globale de la structure géométrique par un maillage quadrangulaire régulier est proposée. Les positions des noeuds du maillage sont adaptées au signal via la minimisation d'une fonctionnelle que nous dérivons. A l'issue de l'analyse, l'image d'origine est représentée par une information de texture adaptée au noyau classique et par une information de géométrie. Cette représentation permet d'injecter à l'ondelette une dose de directionnalité et d'anisotropie tout en conservant sa propriété de multi-résolution. Elle est donc adaptée à une application de compression scalable. Dans ce cadre, des gains perceptuels sensibles sont observés dans les régions singulières, telles que les contours.

## Mots clefs

Ondelettes déformées, Maillage, Estimation de géométrie, Compression scalable.

## 1 Introduction

### 1.1 Limite des Ondelettes Classiques

L'ondelette est un noyau de représentation puissant au cœur de nombreuses recherches. Cependant, son extension séparable classique en 2D a fourni des résultats d'approximation reconnus comme sous-optimaux [1], bien que prometteurs. En effet, les discontinuités d'une fonction bi-dimensionnelle présentent souvent une structure géométrique que le noyau classique n'exploite pas. Dans le cas de l'image, ces singularités, ou contours, possèdent pourtant un fort poids sémantique et perceptuel. La Figure 1 schématise sur la gauche un contour et le support d'une ondelette 2D séparable classique. Le support de l'ondelette ne capte pas la régularité existant le long du contour, ce qui provoque une perte en compacité de représentation. Lors d'une approximation, cette perte se répercute visuellement par des rebonds tout autour de la singularité. Une adaptation du noyau au contour est également illustrée sur

la droite et met en avant les deux propriétés qui font défaut au noyau classique : la directionnalité et l'anisotropie. L'objectif est donc de rechercher de nouvelles bases de représentation exhibant ces deux propriétés tout en conservant celles ayant fait le succès des ondelettes classiques : échantillonnage critique, localisation (spatiale et fréquentielle), multi-résolution (voir [2]).

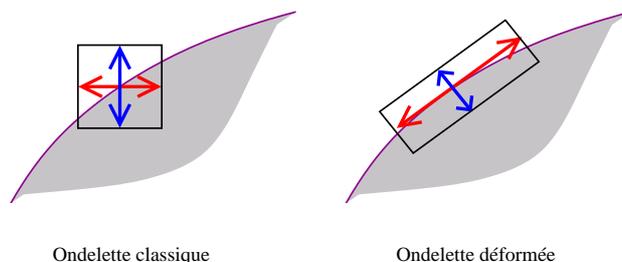


Figure 1 – A gauche, le support rectangulaire des ondelettes classiques est inadapté au contour. A droite, l'ondelette a été déformée pour s'adapter au contour.

### 1.2 Ondelettes Déformées : Art Antérieur

De nouvelles transformées s'appuyant sur une déformation de l'ondelette ont émergé au cours de la dernière décennie. Certaines reposent sur des bancs de filtres fixes analysant l'image à des échelles, positions et orientations données. Les Ridgelets [3], Curvelets [4], ou Contourlets [2] en sont les exemples les plus connus. D'autres méthodes, dites adaptatives, proposent d'estimer la structure d'une image par un modèle géométrique explicite. Les déformations à appliquer à l'ondelette sont alors dictées par l'instanciation de ce modèle à l'image étudiée, et une information supplémentaire de géométrie est nécessaire pour représenter l'image. Nos travaux se situent dans cette seconde catégorie de méthodes, dont les Bandelettes [1, 5] et les Ondelettes Directionnelles [6, 7] sont des exemples. En particulier, le modèle utilisé par les Bandelettes de 1<sup>ère</sup> génération est un quad-tree, dont chaque feuille correspond à un bloc de l'image. Une minimisation énergétique basée sur un gradient local associée à chaque bloc une fonction paramétrique captant le flux de régularité. La Figure 2 illustre

un flux de régularité type calculé par les Bandelettes sur une zone image. Une fois le modèle géométrique instancié, l'approche suivie par les Bandelettes de 1<sup>ère</sup> génération possède deux spécificités intéressantes :

- *Extraction de la géométrie* par déformation du bloc. Cette déformation est dictée par la fonction régulière calculée et réaligne les contours sur l'horizontale ou la verticale. Lorsque l'alignement des contours est optimal, la lacune en directionnalité de l'ondelette 2D classique s'annule.
- *Bandelettisation*. Ce procédé permet d'injecter au noyau une dose d'anisotropie en augmentant son échelle dans la direction de régularité. Cet allongement de l'ondelette le long du flux géométrique permet ainsi de capter sa régularité et aboutit à une meilleure décorrélation spatiale.

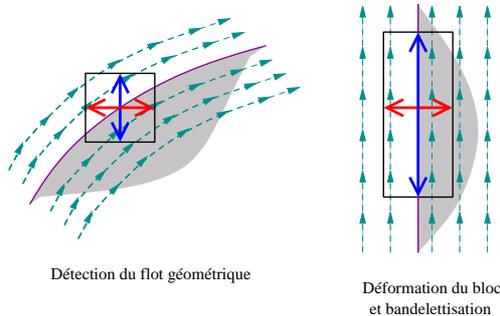


Figure 2 – Procédé de bandelettisation.

La qualité de ces deux étapes dépend directement de la qualité du modèle géométrique choisi et du mode de calcul des paramètres. Bien que performant, le quad-tree souffre d'une limitation : chaque région étant analysée de manière indépendante, les déformations des noyaux ne sont pas continues à la frontière des blocs, provoquant une perte d'orthogonalité. Par ailleurs, l'étape de bandelettisation ne permet de modifier le support de l'ondelette que dans la direction du flux, la direction orthogonale étant négligée. Enfin, utiliser un critère local pour le calcul des paramètres pose un problème de robustesse, car les données d'une image sont très bruitées.

L'étude de l'art antérieur a motivé la recherche d'un modèle géométrique souple permettant une déformation continue du noyau d'ondelette 2D. La seconde section de cet article pose les grandes lignes d'un schéma d'analyse-synthèse basé sur une modélisation de la géométrie par un maillage quadrangulaire déformable. L'étape d'analyse permet de déterminer les positions des sommets du maillage. Elle est basée sur une modélisation énergétique du problème décrite dans la troisième partie. Cette modélisation permet de ne pas devoir recourir à un critère local. Enfin, la dernière partie montre des résultats d'analyse et teste les performances en compression du schéma proposé.

## 2 Schéma d'Analyse-Synthèse

Le principe général du schéma décrit dans cette section est basé sur l'hypothèse suivante : adapter l'ondelette à l'image ou adapter l'image à l'ondelette sont deux processus similaires. Le problème peut ainsi être inversé pour se concentrer sur la définition et le calcul d'une déformation de l'image qui soit adaptée au noyau classique. En se référant à l'a priori que les contours sont les régions mal représentées par ce noyau, la déformation calculée aura idéalement la propriété d'aligner les contours sur l'horizontale ou la verticale, et de les contracter en fonction de leur régularité tangentielle et orthogonale. De façon équivalente, l'alignement apportera donc au noyau une dose de directionnalité et les contractions (ou étirements) une dose d'anisotropie (voir Figure 3).

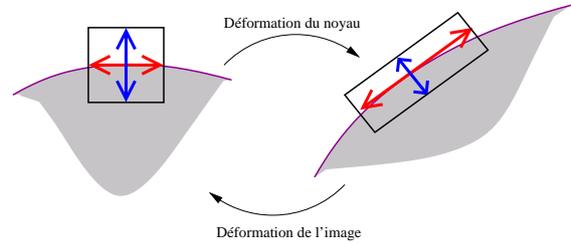


Figure 3 – Adaptation d'un contour au noyau classique.

### 2.1 Maillage comme Modèle de Déformation

Soit  $\mathcal{M}$  un maillage quadrangulaire régulier déformable comportant  $M$  sommets. Nous utilisons  $\mathcal{M}$  comme modèle géométrique de déformation. Les positions  $\{P_i = (x_i, y_i)\}_{1 \leq i \leq M}$  des sommets dans le domaine image sont les paramètres du modèle. Nous définissons alors un mapping de coordonnées global noté  $\tau_{TI}$  (Figure 4) :

$$\begin{aligned} \tau_{TI} : \mathcal{D}_T &\longrightarrow \mathcal{D}_I \\ (u, v) &\longmapsto (x, y) = \sum_i P_i \cdot \phi_i(u, v) \end{aligned}$$

où  $\mathcal{D}_I$  représente le domaine image,  $\mathcal{D}_T$  le domaine déformé aussi appelé domaine texture, et  $\phi_i(u, v)$  une fonction de forme définie dans  $\mathcal{D}_T$  (la fonction d'interpolation bilinéaire par exemple).

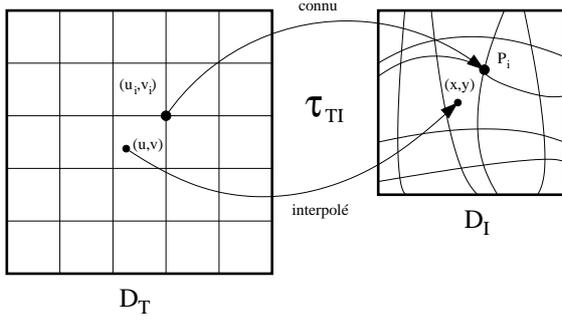


Figure 4 – Mapping de coordonnées global entre  $\mathcal{D}_T$  et  $\mathcal{D}_I$ .

La déformation dictée par  $\tau_{TI}$  revient donc à projeter  $\mathcal{M}$  sur une grille régulière uniforme fixée dans  $\mathcal{D}_T$ . Cette déformation est globale et évolue de façon continue à la frontière des mailles. Nous notons  $I$  l’image originale et  $T$  l’image obtenue par déformation dans  $\mathcal{D}_T$ .  $T$  est aussi nommée texture :

$$T(u, v) = I[\tau_{TI}(u, v)] = I\left[\sum_i P_i \cdot \phi_i(u, v)\right]$$

## 2.2 Analyse

La recherche des positions  $\{P_i\}_i$  est la problématique principale du schéma. La qualité de la décorrélation spatiale en dépend directement. Plusieurs méthodes ont été proposées pour rééchantillonner une image à l’aide d’une grille régulière adaptée [8, 9]. D’autres ont été proposées pour le remaillage de surface [10]. Cependant, l’application de ces méthodes, basées sur l’utilisation de critères locaux, montre des limites en terme de robustesse car les données d’une image se révèlent très bruitées.

Dans [11], les auteurs proposent une formulation énergétique basée sur une erreur totale d’interpolation dans le domaine texture <sup>1</sup>. Dans la lignée de ces travaux, nous introduisons en section 3 une modélisation énergétique découlant d’une formulation inverse du problème. Une fois les paramètres calculés, la texture est obtenue en extrayant de l’image originale sa structure géométrique. Cette texture est ensuite décomposée dans la base d’ondelettes séparables classiques pour laquelle les paramètres ont été optimisés.  $\mathcal{M}$  pouvant se représenter sur différents niveaux de résolution, la décomposition  $\{texture, géométrie\}$  permet en particulier de conserver la propriété de multi-résolution de l’ondelette classique.

## 2.3 Synthèse

Connaissant le mapping  $\tau_{TI}$ , il est possible de calculer le mapping inverse  $(\tau_{TI})^{-1}$ . Une méthode de calcul pour un maillage quadrangulaire est fournie dans [12] dans le cas où  $\phi_i(u, v)$  est la fonction bilinéaire. Connaissant  $(\tau_{TI})^{-1}$  et la texture  $T$ , on reconstruit l’image  $I$  :

$$I = T((\tau_{TI})^{-1}(x, y))$$

<sup>1</sup>Dans [11], le domaine texture est appelé domaine *maître*.

## 3 Modèle Énergétique d’Analyse

### 3.1 Formulation du Problème

Pour calculer les paramètres du modèle géométrique, les techniques adaptatives antérieures raisonnent dans le domaine image en utilisant des a priori, tel que l’alignement dans la direction orthogonale au gradient [1]. Nous raisonnons dans le domaine texture en proposant la formulation inverse suivante : *Quelle est la texture la mieux adaptée à une représentation par ondelettes classiques ?* Ce qui peut être reformulé de la manière suivante : *Quels sont les paramètres  $\{P_i\}_i$  qui minimisent un coût de description de la texture dans  $\mathcal{D}_T$  ?* Cette formulation permet de n’émettre aucune hypothèse sur les régions sensibles de l’image, et donc de ne pas recourir à des critères locaux. Elle impose néanmoins de définir la notion de *coût de description texture*, objet du paragraphe suivant.

### 3.2 Coût de Description Texture $E_T$

Considérons la décomposition en ondelettes de la texture sur  $J$  niveaux de résolution :

$$T(u, v) = \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}}^J \varphi_{\mathbf{k}}^J(u, v) + \sum_{j=1}^J \sum_{\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}}^j \psi_{\mathbf{k}}^j(u, v), \quad (1)$$

où  $\varphi_{\mathbf{k}}^j$  et  $\psi_{\mathbf{k}}^j$  sont les versions translatées en  $\mathbf{k} = 2^j(k_1, k_2)$  ( $(k_1, k_2) \in \mathbb{Z}^2$ ) et dilatées du facteur  $2^j$  d’une fonction d’échelle  $\varphi$  et d’une fonction d’ondelette  $\psi$ .

Nous définissons alors le *coût de description texture*  $E_T$  comme la somme pondérée des énergies hautes fréquences :

$$E_T = \sum_{j=1}^J v_j^2 \cdot E_j, \quad (2)$$

où  $E_j = \sum_{\mathbf{k}} (d_{\mathbf{k}}^j)^2$  représente l’énergie de la  $j^{\text{ème}}$  sous-bande haute fréquence et  $v_j$  un poids associé à cette sous-bande. Les poids  $v_j$  peuvent être définis en fonction d’un modèle statistique choisi pour décrire les sous-bandes, permettant ainsi une meilleure adéquation aux données. Supposons par exemple que chaque sous-bande haute fréquence  $j$  suit un modèle de répartition gaussien  $\mathcal{N}(0, \sigma_j)$  fixé. Le coût de description des  $J$  plus hautes fréquences peut alors s’exprimer de la façon suivante :

$$E_T = - \sum_{j=1}^J \sum_{\mathbf{k}} \log_2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_j^2}} \exp\left(-\frac{(d_{\mathbf{k}}^j)^2}{2\sigma_j^2}\right) \right\},$$

Soit :

$$E_T = \sum_{j=1}^J \sum_{\mathbf{k}} \frac{(d_{\mathbf{k}}^j)^2}{2\sigma_j^2} + \text{constante},$$

qui est, à une constante près, le modèle défini par l’équation (2) en posant  $v_j^2 = 1/(2\sigma_j^2)$ .

Nous proposons ici de reformuler le modèle  $E_T$ . Pour un facteur d'échelle  $2^J$  donné, nous notons  $T_J$  l'approximation de  $T$  obtenue en soustrayant au signal ses  $J$  plus hautes fréquences :

$$T_J(u, v) = \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}}^J \varphi_{\mathbf{k}}^J(u, v) \quad (3)$$

En remplaçant dans l'équation (1), nous obtenons :

$$T(u, v) - T_J(u, v) = \sum_{j=1}^J \sum_{\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}}^j \psi_{\mathbf{k}}^j(u, v).$$

Le théorème de Parseval fournit l'égalité suivante :

$$\sum_{(u,v)} (T(u, v) - T_J(u, v))^2 = \sum_{j=1}^J \sum_{\mathbf{k}} (d_{\mathbf{k}}^j)^2.$$

L'énergie texture (2) peut alors se réécrire comme suit :

$$E_T = \sum_{j=1}^J \omega_j^2 \cdot \sum_{(u,v)} (T(u, v) - T_j(u, v))^2. \quad (4)$$

On peut montrer que les poids  $\omega_j^2$  sont liés aux poids  $v_j^2$  par la relation suivante :

$$v_j^2 = \sum_{i=j}^J \omega_i^2 \Rightarrow \omega_j^2 = v_j^2 - v_{j+1}^2$$

Ainsi, le modèle n'est valable que si une contrainte de décroissance des poids à travers les sous-bandes est imposée :  $\forall j, v_j^2 > v_{j+1}^2$ . Cette contrainte est respectée par le modèle gaussien dans l'hypothèse, vérifiée en pratique, que  $\forall j, \sigma_{j+1} > \sigma_j$ .

### 3.3 Minimisation Energétique

Nous avons introduit dans le paragraphe précédent le coût de description texture  $E_T$ . Nous proposons maintenant une approche permettant de rechercher les paramètres  $\{P_i\}_i$  qui minimisent ce coût.

$E_T$  peut être réécrite en incluant à la formule le modèle géométrique :

$$E_T = \sum_{j=1}^J \omega_j^2 \cdot \sum_{(u,v)} (I(\tau_{TI}(u, v)) - T_j(u, v))^2 \quad (5)$$

La minimisation de l'énergie écrite sous cette forme est un problème sous déterminé, car à la fois la déformation  $\tau_{TI}$  et les textures  $T_j$  sont inconnues. Pour la mettre en oeuvre, nous formulons donc cette minimisation comme un problème d'optimisation sous-contrainte où le meilleur couple  $(\tau_{TI}, T)$  est recherché. Nous proposons alors un algorithme itératif : à chaque itération  $n$ ,  $\tau_{TI}$  est mis à jour en fixant  $T$  (donc chaque  $T_j$ ); puis  $T$  est mise à jour en fixant  $\tau_{TI}$ .

Après avoir fixé les textures  $T_j^{(n)}$ , la déformation est mise à jour en minimisant l'énergie suivante :

$$E_T^{(n+1)} = \sum_{j=1}^J \omega_j^2 \cdot \sum_{(u,v)} (I(\tau_{TI}^{(n+1)}(u, v)) - T_j^{(n)}(u, v))^2, \quad (6)$$

où  $\tau_{TI}^{(n+1)}$  est la nouvelle déformation.

On montre que minimiser  $E_T^{(n+1)}$  revient à minimiser l'énergie suivante :

$$\tilde{E}_T^{(n+1)} = \sum_{(u,v)} (I(\tau_{TI}^{(n+1)}(u, v)) - T_{cible}^{(n)}(u, v))^2,$$

avec

$$T_{cible}^{(n)}(u, v) = \frac{\sum_j \omega_j^2 \cdot T_j^{(n)}(u, v)}{\sum_j \omega_j^2}.$$

Cette modification apporte un gain en complexité : chaque étape de la minimisation revient désormais à minimiser une *Différence d'Image Déplacée* (DID) entre l'image originale et une texture cible courante. Par comparaison, l'équation précédente (6) exigeait de minimiser une DID entre l'image et *chaque* approximation  $T_j^{(n)}$  à chaque itération.

Connaissant  $\tau_{TI}^{(n+1)}$ , les textures  $T_j^{(n+1)}$  sont déterminées en calculant la texture  $T^{(n+1)} = I(\tau_{TI}^{(n+1)})$ .

Notons enfin que l'algorithme est initialisé en posant  $T^{(0)} = I$  et  $\tau_{TI}^{(0)} = Id$ .

La dernière section montre les résultats obtenus à l'issue de l'analyse puis les résultats obtenus par le schéma global dans une application de compression.

## 4 Résultats

### 4.1 Résultats d'Analyse

Les résultats présentés ici ont été obtenus en appliquant l'algorithme d'analyse sur l'image *Lena* de dimension 256x256. L'ondelette de Daubechies 9/7 a été choisie pour représenter la texture et quatre niveaux de décomposition ont été considérés pour le calcul du coût de description ( $L = 4$ ). Une taille de maille 16x16 a été choisie pour le maillage  $\mathcal{M}$  initial. Par ailleurs, le déplacement des noeuds sur le bord du maillage a été contraint à la frontière du domaine  $\mathcal{D}_I$ .

La Figure 5 montre l'évolution des énergies  $E_j$  dans les sous-bandes hautes fréquences  $j$  de la texture au cours des itérations, ainsi que l'énergie totale. Les facteurs de multiplication  $E_j^{(n)}/E_j^{(0)}$  sont représentés. On observe un déplacement de l'énergie vers les basses fréquences : l'énergie des deux sous-bandes de plus hautes fréquences diminuent sensiblement, tandis que l'énergie de la sous-bande  $j = 4$  augmente. L'énergie totale, incluant la basse fréquence, reste constante. Une représentation de l'évolution des variances donne un graphique semblable.

Ceci témoigne de l'efficacité de l'analyse et des hypothèses avancées. On peut observer, enfin, qu'une vingtaine d'itérations suffisent pour faire converger l'énergie de la sous-bande de plus haute fréquence.

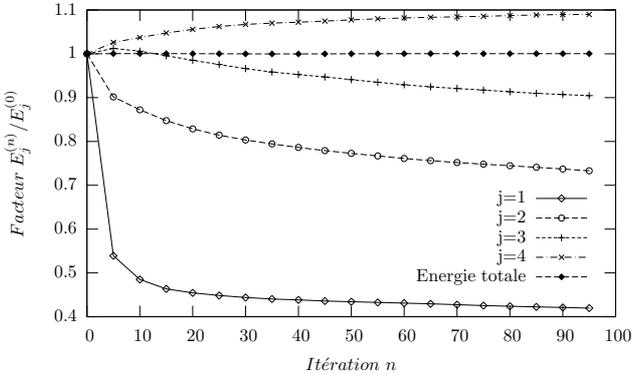


Figure 5 – Evolution des énergies dans les sous-bandes hautes fréquences au cours des itérations. Image Lena.

La Figure 6 montre le résultat visuel de l'analyse sur *Lena*. Sur la droite, l'image originale est représentée dans son domaine  $\mathcal{D}_I$ . Le maillage obtenu à l'issue de l'analyse lui est superposé. Nous observons que les mailles sont restées quadrangulaires mais se sont déplacées vers les contours. Dans les régions texturées comme les plumes, les déplacements sont négligeables, signifiant qu'aucun contour n'a été détecté.

Sur la gauche, la texture obtenue est représentée. Nous observons que dans le nouveau domaine  $\mathcal{D}_T$ , certains contours ont été alignés sur l'axe horizontal ou vertical, comme les cheveux au-dessus de l'épaule, d'autres ont été alignés et étirés comme le bas de l'épaule.

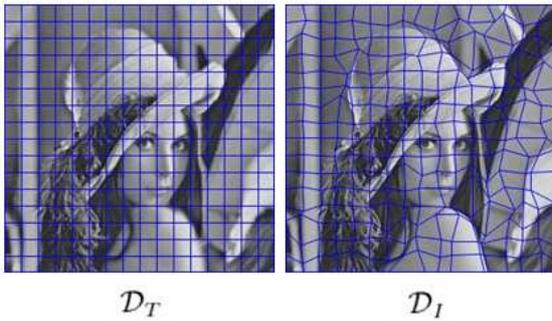


Figure 6 – Texture et maillage obtenus à l'issue de l'analyse.

## 4.2 Résultats de Compression

Dans un cadre de compression, les méthodes dites adaptatives ont en commun de devoir transmettre une information supplémentaire pour reconstruire au décodage les noyaux utilisés au codage. Cette information est ici le maillage.

L'utilisation d'un maillage régulier permet de limiter le poids de cette information dans le flux car seules les positions des sommets doivent être transmises. Une information de connectivité s'avère en effet coûteuse. Les positions sont ainsi décomposées dans la base d'ondelettes de Daubechies 9/7, puis quantifiées et codées en utilisant un codage en plans de bits et un codeur arithmétique contextuel. L'information de texture est quant à elle codée en utilisant le logiciel JPEG2000 VM8.0 avec ses options par défaut (soit une décomposition sur 5 niveaux d'ondelettes de Daubechies 9/7). Notons que les deux flux encodés sont entièrement scalables et peuvent être décodés séparément. Décoder la géométrie avec une légère perte n'a qu'un faible impact visuel. Ceci permet en outre d'octroyer plus de débit au décodage de la texture, aboutissant à une meilleure qualité visuelle subjective à bas débits.

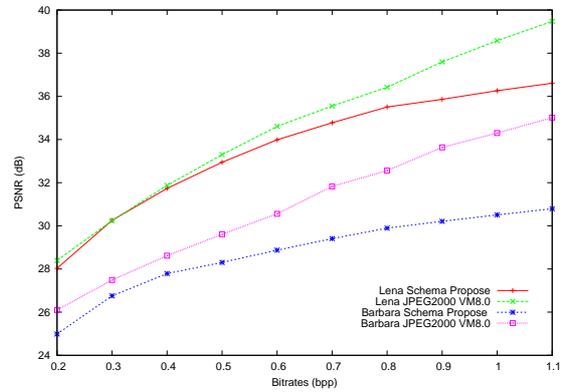


Figure 7 – Résultats de compression en termes de PSNR sur *Lena* et *Barbara*.

La Figure 7 montre le résultat du schéma de codage en terme de PSNR, pour les images *Lena* et *Barbara* 256x256. Les paramètres de la phase d'analyse sont les mêmes que précédemment, excepté que toutes les sous-bandes de haute fréquence sont considérées, soit  $L = 8$ . La géométrie est ici décodée sans perte et son coût est inclus dans les courbes. Il est proche de 0.05 bpp pour les deux images. Les courbes de PSNR sont comparées à celles obtenues avec JPEG2000 VM8.0. Tous les points des courbes ont été obtenus à partir des mêmes flux tronqués à différents débits.

Nous observons que les courbes de JPEG2000 sont au-dessus à tous les débits. A bas débits, les courbes restent proches, mais à hauts débits (autour de 1 bpp), l'écart atteint 2 dB pour *Lena* et 3 dB pour *Barbara*. La raison principale expliquant cette dégradation dans les hauts débits est le phénomène d'aliasing et/ou la perte de hautes fréquences intervenant lors des déformations directes et inverses. Ces distorsions, bien que n'ayant qu'un faible impact visuel, font chuter le PSNR. Nous pouvons cependant noter que le choix du PSNR comme mesure de qualité objective est inadapté à la méthode proposée. Nous observons en effet

qu'une légère perte lors de la transmission des positions  $\{P_i\}_i$  a un effet catastrophique sur le PSNR par rapport à une transmission sans perte. Visuellement, cette perte n'est pourtant pas détectable.

La Figure 8 présente le comparatif visuel avec JPEG2000 pour l'image *Lena* à 0.3bpp. Le premier zoom sur l'épaule, les lèvres et les cheveux montre le gain visuel apporté par le nouveau schéma. L'effet rebond autour des contours est sensiblement atténué par rapport à JPEG2000, menant à une meilleure qualité subjective générale. Le second zoom montre à la fois le gain et la limite de l'approche : les rebonds ont été réduits le long du contour formé par le chapeau, mais d'autre part, des hautes fréquences ont été perdues au niveau du ruban.

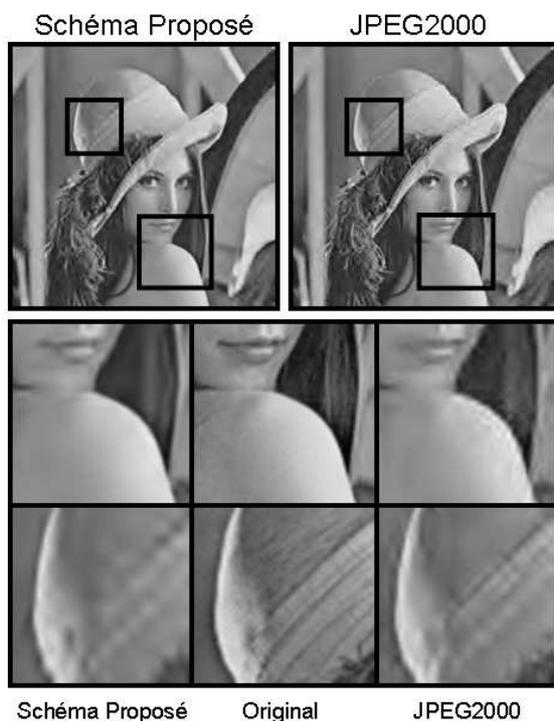


Figure 8 – Résultat de compression visuel sur *Lena* à 0.3 bpp.

## 5 Conclusion

Nous avons proposé une nouvelle méthode adaptative de déformation d'ondelettes pour la représentation d'images. Le choix d'une modélisation globale de la structure géométrique par un maillage déformable permet d'une part d'assurer la continuité des déformations et d'autre part de conserver la propriété de multi-résolution des ondelettes. Une formulation énergétique de la recherche des paramètres du modèle a été proposée et des résultats d'analyse et de compression ont été présentés.

Plusieurs orientations se dessinent pour des recherches futures. Tout d'abord, nous remarquons que la contrainte de régularité imposée au modèle géométrique limite le

degré d'adaptation dans certaines régions. Par exemple, deux contours proches peuvent être mis en concurrence lors de l'analyse, empêchant les mailles de converger librement vers l'un ou l'autre de ces contours. Il serait donc intéressant de réfléchir à un modèle plus souple permettant de mieux représenter les structures complexes. Ensuite, les distorsions provoquées par l'aller-retour entre  $\mathcal{D}_T$  et  $\mathcal{D}_I$  restent un problème ouvert. Augmenter la résolution de la texture pourrait offrir une solution simple dans les hauts débits. Enfin, l'adaptation à la vidéo des concepts introduits est un axe de recherche important motivé par les résultats obtenus pour l'image fixe.

## Références

- [1] E. Le Pennec et S. Mallat. Sparse Geometric Image Representations with Bandelets. *IEEE Transaction on Image Processing*, 14(4) :423–438, Avril 2005.
- [2] M. N. Do et M. Vetterli. The Contourlet Transform : An Efficient Directional Multiresolution Image Representation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 14(12) :2091–2106, Décembre 2005.
- [3] E. J. Candès et D. L. Donoho. Ridgelets : a key to higher-dimensional intermittency ? *Roy Soc of London Phil Tr A*, 357(1760) :2495–2509, Septembre 1999.
- [4] E. J. Candès et D. L. Donoho. *Curvelets - A Surprisingly Effective Nonadaptive Representation for Objects with Edges*. Vanderbilt University Press, Nashville, TN, 1999.
- [5] G. Peyré et S. Mallat. Discrete bandelets with geometric orthogonal filters. Dans *IEEE International Conference on Image Processing*, pages 65–68, Atlanta, GA, USA, Septembre 2006.
- [6] W. Ding, F. Wu, et S. Li. Lifting-based Wavelet Transform with Directionally Spatial Prediction. Dans *Picture Coding Symposium*, San Francisco, USA, Décembre 2004.
- [7] V. Chappelier, C. Guillemot, et S. Marinkovic. Codage d'images par ondelettes unidimensionnelles orientées. Dans *Actes de la conférence CORESA*, pages 117–120, Lille, Mai 2004.
- [8] D. Terzopoulos et M. Vasilescu. Sampling and Reconstruction with Adaptive Meshes. Dans *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition Conference*, pages 70–75, Lahaina, HI, 1991.
- [9] M. Jansen, H. Choi, S. Lavu, et R. Baraniuk. Multiscale Image Processing Using Normal Triangulated Meshes. Dans *IEEE International Conference on Image Processing*, Thessaloniki, Greece, Octobre 2001.
- [10] P. Alliez, D. Cohen-Steiner, O. Devillers, B. Lévy, et M. Desbrun. Anisotropic polygonal remeshing. *ACM Transactions on Graphics*, 22(3) :485–493, 2003.
- [11] O. Lee et Y. Wang. Non-uniform image sampling and interpolation over deformed meshes and its hierarchical extension. Dans *SPIE Visual Communications and Image Processing*, pages 389–400, Taipei, Taiwan, Mai 1995.
- [12] Y. Wang et O. Lee. Use of 2D deformable mesh structures for video compression. Part I — The synthesis problem : Mesh based function approximation and mapping. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 6(6) :636–646, Décembre 1996.