# Surface active pour la segmentation d'images 3D : comparaison de méthodes d'évolution

J. Mille, R. Boné, P. Makris, H. Cardot Université François Rabelais de Tours, Laboratoire Informatique (EA2101) 64 avenue Jean Portalis, 37200 Tours

{julien.mille, romuald.bone, pascal.makris, hubert.cardot}univ-tours.fr

Concours Jeune Chercheur: Oui

#### Résumé

Les modèles déformables constituent un outil général et puissant pour la segmentation d'images. Au cours des quinze dernières années, les modèles déformables 3D (ou surfaces actives) ont été largement utilisés pour déterminer les frontières de régions d'intérêt dans des images volumétriques. Ils ont été développés à partir de nombreuses représentations et algorithmes d'évolution. Nous considérons ici un type de surface active particulier, le maillage déformable, sur lequel sont appliquées deux méthodes d'évolution différentes. L'article présente le modèle de surface active et ces deux méthodes : l'algorithme glouton (greedy) et l'approche physique. Nous comparons les deux approches en terme de complexité, de rapidité d'exécution ainsi que de qualité de segmentation, évaluée grâce à une fonction de distance comparant la frontière déterminée par la surface active à une vérité terrain. Des expérimentations sont menées sur des images 3D artificielles et réelles.

#### Mots clefs

Segmentation 3D, surface active, maillage, algorithme glouton, approache physique.

#### 1 Introduction

Depuis leur introduction par Kass et al.[1], les modèles déformables tels que les contours actifs (souvent désignés sous le nom de "snakes") ont suscité un vif intérêt parmi les chercheurs et ont trouvé de nombreuses applications en vision par ordinateur, principalement en segmentation d'images. Les modèles déformables sont un outil général et puissant pour obtenir des informations géométriques concernant une région d'intérêt, i.e. les coordonnées des points appartenant aux contours de l'objet à segmenter. Développé initialement pour les images 2D, le modèle de contour actif a été étendu en 3D, donnant ainsi naissance à la surface active, afin de segmenter des objets dans des images volumétriques. A partir d'une position initiale fournie par l'utilisateur, le modèle se déforme itérativement selon un algorithme d'évolution dont le but est d'ajuster la surface aux frontières de l'objet.

Diverses représentations des surfaces actives ont été développées dans la littérature. Pour un état de l'art des modèles déformables 3D, le lecteur pourra se référer à [2] et [3]. Parmi les surfaces 3D, les maillages sont des représentations explicites discrètes. L'information stockée et manipulée est ici un ensemble de sommets interconnectés (les points appartenant à la surface). La surface est déformée par modifications des coordonnées des sommets. Deux principaux types de maillage sont souvent rencontrés : les maillages triangulaires [4] et les maillages simplexes [5]. Par opposition aux représentations explicites, les surfaces implicites, comme le modèle géométrique 3D de Kimmel [6], sont basées sur des formulations par ensembles de niveaux [7]. La surface est alors définie comme le niveau 0 d'une fonction dont le support a la même dimension que l'image (en 3D, la fonction est de type  $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ ). Un avantage souvent évoqué par rapport aux implémentations explicites est la gestion naturelle des changements de topologie. En effet, pour les maillages, des mécanismes de détection de changement de topologie doivent être mis en place [8], et ce indépendamment de la méthode d'évolution. L'inconvénient majeur des ensembles de niveaux est leur coût de calcul élevé (bien qu'il existe des optimisations telles que la méthode de la bande étroite [7]). Ceci est d'autant plus vrai lorsque la résolution augmente, car leur complexité algorithmique est directement fonction de la taille de l'image.

Dans le cas où le temps de calcul est crucial, les implémentations explicites telles que les maillages sont plus adéquats. De plus, si nous connaissons a priori la topologie globale de l'objet, il n'est pas nécessaire d'implémenter des mécanismes de changement de topologie. Parmi les différentes méthodes d'évolution appliquées aux maillages, nous nous focalisons sur deux approches. D'un coté, l'algorithme glouton ou *greedy* [9] consiste à minimiser itérativement une fonctionnelle d'énergie associée à la surface. De l'autre, l'approche physique [4] applique des forces afin d'atteindre un état d'équilibre, conformément à une loi de mouvement. Nous décrivons une implémentation de ces deux méthodes, que nous considérons comme duales, de par la relation existante entre les notions de force et d'énergie. Sur un plan

théorique, nous évaluons la complexité algorithmique et le paramétrage des deux approches. Lors d'expérimentations sur des images 3D, les deux approches sont comparées en terme de rapidité d'exécution ainsi que de qualité de segmentation. Cette dernière est évaluée grâce à une fonction de comparaison entre la frontière déterminée par la surface active et la frontière réelle fournie par segmentation experte.

#### 2 Modèle de surface active

#### 2.1 Représentation géometrique

Dans un domaine discret, une surface est représentée par un maillage, composé d'un ensemble de sommets (les données géométriques, i.e. les points appartenant à la surface) et d'un ensemble d'arêtes liant les sommets (les données topologiques). Les arêtes forment un ensemble de triangles adjacents. Par la suite, nous noterons  $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i)^T$  le  $i^{\grave{e}me}$  sommet, n le nombre total de sommets, et  $V_i$  le voisinage de  $\mathbf{p}_i$  (l'ensemble de sommets connectés à  $\mathbf{p}_i$ ). A chaque sommet, on associe également un vecteur unitaire  $\vec{\mathbf{n}}_i$ , normal à la surface au point  $\mathbf{p}_i$ . Nous calculons la normale du sommet  $\mathbf{p}_i$  comme la moyenne des normales des triangles voisins de  $\mathbf{p}_i$ :

$$\vec{\mathbf{n}}_i = \frac{\sum_{t \in T_i} \vec{\mathbf{n}}_t}{\left\| \sum_{t \in T_i} \vec{\mathbf{n}}_t \right\|} \tag{1}$$

où  $T_i$  est l'ensemble des triangles voisins de  $\mathbf{p}_i$ . La normale  $\vec{\mathbf{n}}_t$  d'un triangle est déterminée par le produit vectoriel normalisé de deux vecteurs appartenant au plan défini par le triangle.

$$\vec{\mathbf{n}}_t = s_t \frac{(\mathbf{p}_{t_2} - \mathbf{p}_{t_1}) \wedge (\mathbf{p}_{t_3} - \mathbf{p}_{t_1})}{\|(\mathbf{p}_{t_2} - \mathbf{p}_{t_1}) \wedge (\mathbf{p}_{t_3} - \mathbf{p}_{t_1})\|}$$
(2)

où  $\mathbf{p}_{t_j}$ , j=1...3 sont les sommets du triangle t ( $\mathbf{p}_i$  est obligatoirement l'un d'eux).  $s_t=\pm 1$  est le signe qui change l'orientation de  $\vec{\mathbf{n}}_t$ , pour assurer que le vecteur pointe vers l'intérieur de la surface. Orienter ainsi les normales est nécessaire pour l'implémentation du ballon (cf. section suivante).

Le maillage est construit par subdivision d'un icosaèdre, un polyèdre régulier comportant 12 sommets et 20 faces. Le principe de subdivision, décrit dans [10], consiste à casser chaque triangle en quatre triangles plus petits, en ajoutant de nouveaux sommets et arêtes. En construisant le maillage de cette façon, nous obtenons une sphère discrétisée avec une répartition égale des sommets le long de la surface. Ainsi, le maillage initial est homogène d'un point de vue géométrique et topologique.

#### 2.2 Evolution de la surface

Une surface est dite active si sa forme est modifiée selon une méthode d'évolution dont l'objectif est d'ajuster la surface aux contours de l'objet. Les méthodes d'évolution ont en commun le fait qu'elles font toutes intervenir un ou plusieurs terme(s) interne(s) pour maintenir la régularité de la surface et externe(s) pour attirer la surface vers les contours de l'objet. Ces termes sont des forces ou des énergies selon l'approche considérée. Nous présentons ici deux méthodes d'évolution, qui seront comparées par la suite.

Approche gloutonne. On associe à la surface une fonctionnelle d'énergie à minimiser (elle est généralement nonconvexe et possède de nombreux minima locaux). Introduite par Williams et Shah [9] pour les contours actifs 2D, l'approche gloutonne est un algorithme de minimisation d'énergie. Une extension 3D de l'algorithme glouton appliquée sur un maillage triangulaire a été proposée dans [11]. Afin de minimiser l'énergie totale, des optimisations locales sont effectuées successivement. L'énergie de chaque sommet  $\mathbf{p}_i$  est minimisée indépendamment de celles des autres. Pour se faire, son énergie est calculée pour chaque voxel appartenant à une fenêtre cubique centrée en  $\mathbf{p}_i$ , de largeur w. Après normalisation, le sommet est déplacé à la position qui donne l'énergie minimale. A chaque itération de l'algorithme, on note  $\mathbf{p}_i$  la position initiale du sommet i, et  $\mathbf{p}'_i$  la position testée dans la fenêtre cubique. L'énergie associée à une position testée  $\mathbf{p}'_i$  est calculée comme suit :

$$E(\mathbf{p}_{i}') = \alpha E_{cont}(\mathbf{p}_{i}') + \beta E_{curv}(\mathbf{p}_{i}') + \gamma E_{grad}(\mathbf{p}_{i}') + \delta E_{bal}(\mathbf{p}_{i}')$$
(3)

Les paramètres  $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$  pondèrent les énergies et doivent être ajustés empiriquement. Les poids  $\alpha$  et  $\beta$  sont respectivement l'élasticité et la rigidité de la surface. Plus leurs valeurs sont faibles, plus l'on autorise la surface à se distendre et se courber (dans une certaine mesure, les poids traduisent la connaissance *a priori* sur la forme de l'objet dont dispose l'utilisateur). L'énergie de continuité est une extension 3D de celle couramment rencontrée en segmentation 2D :

$$E_{cont}(\mathbf{p}_i') = \sum_{j \in V_i} \left| \overline{d^2} - \|\mathbf{p}_i' - \mathbf{p}_j\|^2 \right|$$
(4)

Minimiser cette énergie revient à réduire l'écart-type des distances, de sorte que la distance moyenne entre un sommet et ses voisins soit approximativement la même pour chaque sommet. Par conséquent, les sommets demeurent espacés de façon homogène le long de la surface.  $\overline{d}^2$  est la distance moyenne globale :

$$\overline{d^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{card(V_i)} \sum_{j \in V_i} \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|^2$$
 (5)

Etant donné un contour 2D implémentant une courbe paramétrique  $\mathcal{C}: s \mapsto (x(s), y(s))$ , la courbure est l'approximation par différences finies de  $\|\partial^2 C/\partial s^2\|$ . La courbure au sommet  $\mathbf{p}_i$  est fonction de la distance entre  $\mathbf{p}_i$  et le milieu du segment  $[\mathbf{p}_{i-1}\mathbf{p}_{i+1}]$ . Par extension à la surface, l'énergie de courbure à la position testée  $\mathbf{p}_i'$  est la distance

entre  $\mathbf{p}'_i$  et le barycentre des voisins de  $\mathbf{p}_i$ . En considérant que les voisins sont situés régulièrement autour du sommet, la minimiser a pour effet de lisser la surface.

$$E_{curv}(\mathbf{p}_i') = \left\| \mathbf{p}_i' - \frac{1}{card(V_i)} \sum_{j \in V_i} \mathbf{p}_j \right\|^2$$
 (6)

Pour exprimer l'énergie de gradient  $E_{grad}(\mathbf{p}_i')$ , nous utilisons la norme du gradient de l'image. En présence de données bruitées, l'image est lissée avec un filtre gaussien avant le calcul du gradient. Dans les équations suivantes,  $G_{\sigma}$  est un masque gaussien d'écart-type  $\sigma$  et \* est l'opérateur de convolution.  $E_{grad}(\mathbf{p}_i') = - \left\| (\nabla I * G_\sigma)(\mathbf{p}_i') \right\|$ 

$$E_{arad}(\mathbf{p}_i') = -\|(\nabla I * G_{\sigma})(\mathbf{p}_i')\| \tag{7}$$

Pour le calcul de la norme du gradient, nous effectuons une détection de contours 3D, en convoluant l'image avec l'opérateur de Zucker-Hummel [12], composé de trois masques de taille  $3 \times 3 \times 3$ . Par exemple, le masque suivant filtre l'image selon l'axe x.

$$Z_{x} = \begin{bmatrix} -k_{1} & 0 & k_{1} \\ -k_{2} & 0 & k_{2} \\ -k_{1} & 0 & k_{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -k_{2} & 0 & k_{2} \\ -k_{3} & 0 & k_{3} \\ -k_{2} & 0 & k_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -k_{1} & 0 & k_{1} \\ -k_{2} & 0 & k_{2} \\ -k_{1} & 0 & k_{1} \end{bmatrix}$$

$$k_{1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \; ; \; k_{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \; ; \; k_{3} = 1$$
 (8)

Nous ajoutons au modèle une énergie ballon  $E_{bal}(\mathbf{p}'_i)$ , dérivée de la force d'inflation proposée par Cohen [13], basée sur le vecteur normal en chaque sommet. Elle permet notamment à la surface d'être initialisée loin de l'objet.

$$E_{bal}(\mathbf{p}_i') = \|\mathbf{p}_i' - (\mathbf{p}_i + w\vec{\mathbf{n}}_i)\|^2$$
 (9)

On fait intervenir la taille de la fenêtre w pour que le vecteur pointe en dehors de la fenêtre. Les normales  $\vec{\bf n}_i$ étant orientées vers l'intérieur de la surface, nous garantissons que l'énergie ballon a le même effet sur tous les sommets. Le signe du coefficient de pondération  $\delta$  contrôle l'orientation du mouvement ballon et doit être initialisé en fonction de la position de départ de la surface par rapport à l'objet : si les sommets sont placés à l'extérieur de l'objet,  $\delta$  devra être positif pour que la surface puisse se rétracter, et inversement.

Les énergies sont normalisées avant de déterminer où le sommet doit être déplacé, de façon à ce que la contribution de chaque énergie soit approximativement la même pour chaque position testée. L'expression suivante est un exemple de normalisation appliquée sur l'énergie de conti-

$$E_{cont}(\mathbf{p}_{i}') = \frac{E_{cont}(\mathbf{p}_{i}') - \min_{k} E_{cont}(\mathbf{p}_{k}')}{\max_{k} E_{cont}(\mathbf{p}_{k}') - \min_{k} E_{cont}(\mathbf{p}_{k}')}$$
(10)

Approche physique. Basée sur des principes rencontrés en mécanique, l'approche physique [8, 5] fait intervenir la notion de forces (par opposition aux énergies rencontrées précédemment). La déformation de la surface est régie non plus par la minimisation d'une fonctionnelle d'énergie, mais par la recherche d'un état d'équilibre, conformément à une équation d'évolution. Cette méthode est également appelée dynamique, car la variable temps apparaît dans l'équation d'évolution. Chaque sommet  $\mathbf{p}_i$  évolue selon une loi de Newton, qui fait intervenir des termes inertiels du premier et second ordre (respectivement la vitesse et l'accélération du sommet) ainsi que le vecteur force appliqué au sommet

 $m\frac{d^2\mathbf{p}_i}{dt^2} + \mu \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = \vec{\mathbf{F}}(\mathbf{p}_i)$ (11)

où m et  $\mu$  sont respectivement la masse et le coefficient de viscosité (égaux pour tous les sommets). On considère la masse comme nulle, ce qui conduit ainsi à une loi Lagrangienne du mouvement. Une fois la discrétisation temporelle d'Euler appliquée ( $\Delta t$  étant le pas temporel), on obtient un schéma d'évolution défini de façon explicite :

$$\frac{\mu}{\Delta t} (\mathbf{p}_i^{(t+1)} - \mathbf{p}_i^{(t)}) = \vec{\mathbf{F}} (\mathbf{p}_i^{(t)})$$

$$\mathbf{p}_i^{(t+1)} = \mathbf{p}_i^{(t)} + \frac{\mu}{\Delta t} \vec{\mathbf{F}} (\mathbf{p}_i^{(t)}) \quad (12)$$

A chaque itération, le sommet  $p_i$  est translaté le long du vecteur  $\vec{\mathbf{F}}(\mathbf{p}_i)$ , force globale calculée à partir des forces internes et externes agissant sur  $\mathbf{p}_i$ . Comme  $\vec{\mathbf{F}}(\mathbf{p}_i)$  est déjà une somme pondérée, l'équation 12 est simplifiée : les notions de pas temporel et de viscosité sont inclues dans les poids appliqués aux forces. En conséquence, quatre poids doivent être réglés manuellement par l'utilisateur. La force globale est calculée de la façon suivante :

$$\vec{\mathbf{F}}(\mathbf{p}_i) = \alpha \vec{\mathbf{F}}_{cont}(\mathbf{p}_i) + \beta \vec{\mathbf{F}}_{curv}(\mathbf{p}_i) + \gamma \vec{\mathbf{F}}_{arad}(\mathbf{p}_i) + \delta \vec{\mathbf{F}}_{bal}(\mathbf{p}_i)$$
(13)

Les forces  $\vec{\mathbf{F}}_{cont}$ ,  $\vec{\mathbf{F}}_{curv}$ ,  $\vec{\mathbf{F}}_{grad}$  et  $\vec{\mathbf{F}}_{bal}$  sont les équivalents vectoriels des énergies décrites dans la section précédente. En effet, les notions de forces et d'énergies sont liées dans la mesure où la force est l'opposé de la dérivée spatiale de l'énergie correspondante, à une constante près. Etant donné un opérateur de dérivation par rapport à un point  $\partial f/\partial \mathbf{p} = (\partial f/\partial p_x, \partial f/\partial p_y, \partial f/\partial p_z)^T$ , la dérivée d'une distance au carré donne :

$$\frac{\partial \|\mathbf{p} - \mathbf{q}\|^2}{\partial \mathbf{p}} = 2(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \tag{14}$$

En suivant ce principe, étant donnés deux points p et q, le déplacement qu'il faut appliquer à p pour minimiser l'énergie  $\|\mathbf{p} - \mathbf{q}\|^2$  est  $\mathbf{q} - \mathbf{p}$ . Lorsque l'on cherche à déplacer un point  $\mathbf{p}$  afin de minimiser une énergie Efonction de p, la dérivée  $\partial E/\partial \mathbf{p}$  donne la direction du déplacement. Ainsi, l'approche physique peut être considérée comme une descente de gradient de la fonctionnelle d'énergie.

En ce qui concerne les forces internes, la force de continuité est similaire à celle utilisée dans [4]. Elle fait intervenir la même distance moyenne au carré  $\overline{d^2}$  utilisée dans notre algorithme glouton. La force de courbure attire le sommet vers le centre de gravité de ses voisins.

$$\vec{\mathbf{F}}_{cont}(\mathbf{p}_i) = \sum_{i \in V_i} (\overline{d^2} - \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|^2) \frac{\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j}{\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|} (15)$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{curv}(\mathbf{p}_i) = \left(\frac{1}{card(V_i)} \sum_{j \in V_i} \mathbf{p}_j\right) - \mathbf{p}_i \tag{16}$$

La force de gradient  $\vec{F}_{grad}$  est fonction de la dérivée spatiale de l'énergie de gradient  $E_{grad}$ . Elle est calculée a priori en chaque point de l'image, générant ainsi un champ vectoriel. Notons qu'un champ vectoriel plus évolué, le gradient vector flow (GVF) de Xu et al. [14] est souvent utilisé. Il est obtenu par diffusion du gradient et possède donc un champ de capture beaucoup plus large. Cependant, pour conserver l'équivalence entre les deux approches, du point de vue de capacité d'attraction de la surface, nous ne l'avons pas utilisé. Pour exprimer la force ballon, le vecteur normal à la surface défini au sommet  $\mathbf{p}_i$  est directement appliqué.

$$\vec{\mathbf{F}}_{grad}(\mathbf{p}_i) = -\nabla \|\nabla I(\mathbf{p}_i')\| \tag{17}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{bal}(\mathbf{p}_i) = \vec{\mathbf{n}}_i \tag{18}$$

A ce stade, une comparaison préliminaire des deux méthodes est possible. Il s'agit tout d'abord de deux approches duales du point de vue de la formulation des énergies et des forces (à partir de chaque énergie, une force a pu être élaborée). Si l'on exprime la complexité algorithmique en fonction de la quantité de sommets, l'approche physique est en O(n), alors que l'algorithme glouton est en O(nw). Quand au paramétrage, dans l'approche gloutonne, les poids des énergies ont une importance relative (un des poids peut être fixé et les autres ajustés), car ils interviennent dans une fonctionnelle à minimiser. Dans l'approche physique, les poids incluent la notion de pas temporel, et ont une signification absolue (s'ils sont trop élevés, la force résultante risquerait de passer outre les frontières de l'objet ou de créer un phénomène d'oscillations). De plus, l'algorithme glouton est basé sur des mouvements pas à pas, puisque les sommets sont déplacés dans des fenêtres selon un pas spatial égal au voxel (dans une certaine mesure, les coordonnées peuvent être stockées comme des valeurs entières). Ce n'est pas le cas dans l'approche physique, où la précision des déplacements n'est pas limitée.

# 3 Méthode de remaillage

Afin de maintenir une distribution homogène des sommets quelles que soient les déformations subies par la surface, un remaillage adaptatif est effectué [8]. Des sommets peuvent être créés ou supprimés de façon à conserver une distance homogène entre les sommets voisins. Le remaillage garantit que tout couple de voisins  $(\mathbf{p}(i), \mathbf{p}(j))$  satisfasse la contrainte suivante :

$$d_{min} \le \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_i\| \le d_{max} \tag{19}$$

où  $d_{min}$  et  $d_{max}$  sont deux seuils définis par l'utilisateur, vérifiant  $d_{max} \geq 2d_{min}$ . Le fait d'ajouter et de supprimer des sommets modifie la topologie locale; des contraintes

topologiques doivent donc être vérifiées. Considérons un couple de sommets voisins  $(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_i)$ . Pour que l'ajout ou la fusion de sommets soient possibles,  $\mathbf{p}_i$  et  $\mathbf{p}_j$  doivent posséder exactement deux voisins en commun :

$$N_i \cap N_i = \{a, b\} \tag{20}$$

Avant l'opération de remaillage, les sommets  $\mathbf{p}_a$  et  $\mathbf{p}_b$  sont tous deux adjacents à  $\mathbf{p}_i$  et  $\mathbf{p}_j$  (figure 1 à gauche). Ce cas de figure est le plus courant, cependant il arrive qu'au fur et à mesure des remaillages des configurations topologiques problématiques apparaissent, c'est pourquoi la condition 20 est testée systématiquement. Lorsque la condition  $\|\mathbf{p}(i) - \mathbf{p}(j)\| > d_{max}$  est vérifiée, un nouveau sommet (d'indice n+1) est créé au milieu du segment  $[\mathbf{p}_i\mathbf{p}_j]$  et connecté à  $\mathbf{p}_a$  and  $\mathbf{p}(b)$  (figure 1 au milieu). La taille du voisinage n'est pas modifiée pour  $\mathbf{p}_i$  et  $\mathbf{p}_j$ , tandis que  $\mathbf{p}_a$  et  $\mathbf{p}_b$  gagnent un voisin chacun. A l'inverse, lorsque  $\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\| < d_{min}$ ,  $\mathbf{p}_i$  est translaté au milieu du segment  $[\mathbf{p}_i\mathbf{p}_j]$ , puis  $\mathbf{p}_j$  est supprimé de l'ensemble des sommets (figure 1 à droite). Les anciens voisins de  $\mathbf{p}_j$  deviennent voisins de  $\mathbf{p}_i$ .

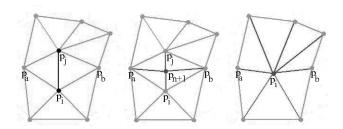


Figure 1 – Remaillage entre les sommets  $\mathbf{p}_i$  et  $\mathbf{p}_j$ 

La création de sommets permet à la surface de garder un échantillonnage suffisant lorsqu'elle accroît son volume (lorsqu'elle se dilate). A l'inverse, la fusion a pour rôle d'empêcher les sommets voisins d'être trop proches, ce qui risquerait de causer des recouvrements et des autointersections de la surface (triangles sécants). En employant l'algorithme glouton, deux voisins  $\mathbf{p}_i$  and  $\mathbf{p}_i$  risquent de se confondre à l'itération t seulement si leurs fenêtres respectives se superposent à l'itération t-1. Trivialement, deux cubes de taille w ne se superposent pas si leurs centres sont au moins distants de w voxels dans l'une des trois dimensions. En utilisant la norme infinie  $\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|_{\infty} = \max(|x_i - x_j|, |y_i - y_j|, |z_i - z_j|)$ , nous pouvons formaliser ce principe et ainsi redéfinir le critère de remaillage de l'équation 19.

$$w < \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|_{\infty} < 2w \tag{21}$$

Ainsi, le paramètre w contrôle non seulement la largeur de l'espace de recherche de l'algorithme glouton, mais aussi l'échantillonnage du maillage (la surface sera d'autant plus dense que w est petit).

#### 4 **Evaluation**

La comparaison des approches gloutonne et physique porte sur le nombre d'itérations, le temps de calcul ainsi que la qualité de la segmentation. Afin d'évaluer cette dernière, nous utilisons une fonction de comparaison entre la surface réelle (la vérité terrain fournie par l'expert) et la surface obtenue par segmentation automatique. Cette comparaison a pour objet la distance globale entre le modèle et la surface réelle. Soient S l'ensemble des voxels appartenant à la surface active finale et R l'ensemble des voxels appartenant à la surface réelle. Pour chaque voxel de la surface active, nous considérons le plus proche voxel sur la surface réelle, ce qui amène la distance de Hausdorff modifiée H, introduite dans [15].

$$\mathcal{H}(\mathcal{S}, \mathcal{R}) = \max(h(\mathcal{S}, \mathcal{R}), h(\mathcal{R}, \mathcal{S}))$$

$$h(\mathcal{S}, \mathcal{R}) = \frac{1}{card(\mathcal{S})} \sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}} \min_{\mathbf{r} \in \mathcal{R}} \|\mathbf{s} - \mathbf{r}\|$$
(22)

h étant la distance de Hausdorff orientée. Comme  ${\mathcal H}$  est calculée sur tous les voxels de la surface (et non pas seulement sur les sommets), les facettes du maillage doivent être entièrement discrétisées. On utilise pour cela un algorithme de voxélisation de triangle [16] (un exemple de voxélisation de triangle est illustré sur la figure 2).

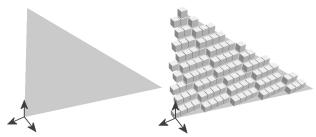


Figure 2 – Voxélisation de triangle

Nous présentons tout d'abord les résultats obtenus sur des images 3D artificielles bruitées selon une loi gaussienne : une avec 3 ellipsoïdes et une avec une forme hélicoïdale, toutes deux de résolution  $200 \times 200 \times 200$ . Un lissage gaussien a été appliqué avant de calculer le gradient et le champ vectoriel. Le poids  $\gamma$  a été fixé à 1 pour toutes les expérimentations. Dans la première image, la surface a été initialisée autour de l'objet, avec 2562 sommets, sans remaillage. Les valeurs des poids sont ( $\alpha = 0.5$ ,  $\beta = 0.3$ ,  $\delta = 0.8$ ) pour la méthode gloutonne et ( $\alpha = 0.1, \beta = 0.1$ ,  $\delta = 0.15$ ) pour la méthode physique. Pour l'image de la spirale, la surface a été initialisée à l'intérieur de l'objet, avec 12 sommets. Pour chaque approche, deux valeurs de w ont été testées, conduisant ainsi à différents échantillonnages de la surface. Nous avons utilisé le même critère de remaillage (21) dans les deux approches (w intervient dans ce critère, c'est pourquoi il apparait également dans les résultats de l'approche physique). Les jeux de paramètres sont les suivants : ( $\alpha = 0, \beta = 0.25, \delta = -0.5$ ) pour l'algorithme glouton et ( $\alpha = 0, \beta = 0.1, \delta = -0.95$ ) pour l'approche physique. Les résultats figurent dans le tableau suivant (les temps de calcul, exprimés en secondes, ont été obtenus avec une implémentation C++ sur un Pentium IV 2.8GHz).

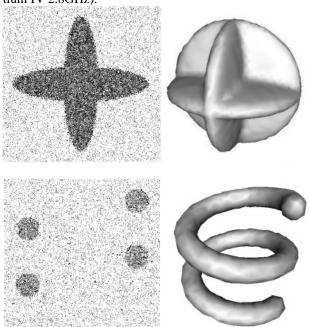


Figure 3 - Images artificielles 3D. Gauche: coupe 2D (z=100), droite: surface 3D. Haut: ellipsoïdes, bas: spirale

Ellipsoïo

			Nb. iter.	Temps	Distance
Ellipsoïdes	Glouton	w=3	61	0.73	0.530
		w=5	39	1.00	0.529
	Physique		250	1.71	0.658
Spirale	Glouton	w=3	350	1.91	0.497
		w=5	192	0.73	0.723
	Physique	w=3	440	3.47	0.931
		w=5	448	1.15	1.161

La figure 4 présente une reconstruction 3D du résultat obtenu sur une image par résonance magnétique de l'abdomen, de résolution  $512 \times 512 \times 810$ . Le maillage a été ici utilisé pour segmenter l'intérieur de l'aorte complète (aorte ascendante + crosse aortique + aorte descendante), de la paroi cardiaque jusqu'à la bifurcation illiaque. Une telle segmentation est effectuée dans la cadre du diagnostic de l'anévrisme de l'aorte abdominale. La surface a été initialisée à l'intérieur du vaisseau et dilatée lors de sa déformation. Les jeux de paramètres sont ( $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0.06, \delta = -0.1$ ) pour l'algorithme glouton et ( $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0.25, \delta = 0.3$ ) pour l'approche physique.

		Nb. iter.	Temps	Distance
Glouton	w=3	580	25.30	1.265
	w=5	330	9.65	1.278
Physique	w=3	4050	81.42	2.514
	w=5	3780	24.23	2.335

La comparaison est effectuée sur des formes correctement segmentées (les valeurs de distances correspondent à des résultats satisfaisants quelle que soit l'approche). Il faut noter que les jeux de paramètres diffèrent selon l'approche utilisée, car ils proviennent de la recherche d'un compromis entre vitesse de convergence et qualité de segmentation (avec d'autres paramètres, il est possible de réduire le nombre d'itérations, mais avec une qualité moindre à l'arrivée). L'approche gloutonne utilise significativement moins d'itérations pour converger, ce qui conduit globalement (et malgré une complexité algorithmique supérieure) à un temps de calcul inférieur. Les distances sont également inférieure avec cette méthode. Cela s'explique par le fait que l'approche physique a tendance à faire osciller les sommets autour des frontières. En effet, les sommets sont systématiquement translatés (la force n'est jamais nulle) et les coordonnées prennent des valeurs réelles quelconques. L'algorithme glouton est quant à lui plus stable de par sa nature, puisque les sommets y sont déplacés selon un mouvement pas à pas (le pas de déplacement est égal au voxel, donc à l'échantillonnage de l'image).

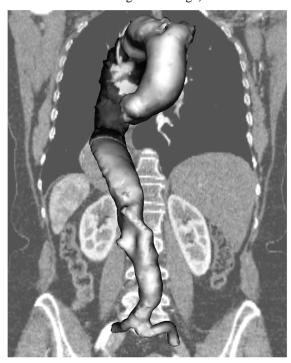


Figure 4 – Reconstruction 3D de l'aorte

# 5 Conclusion et perspectives

Dans cet article, nous avons présenté un modèle de surface active, sur lequel deux méthodes d'évolution (gloutonne et physique) ont été appliquées. Nous avons comparé les méthodes sur un plan théorique puis de façon expérimentale, sur des critères de temps de calcul et de qualité de segmentation, cette dernière étant évaluée par la distance de Hausdorff modifiée. La comparaison se révèle être en faveur de l'algorithme glouton, moins coûteux en temps de calcul et conduisant à de meilleures segmentations. Dans de futurs travaux, une méthode d'évolution hybride est envisagée : afin d'améliorer les performances, le voisinage utilisé en minimisation gloutonne pourrait être guidé et optimisé par un calcul de vecteur force.

### Références

- M. Kass, A. Witkin, et D. Terzopoulos. Snakes: active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1(4):321–331, 1987.
- [2] J. Mille, R. Boné, P. Makris, et H. Cardot. 3D segmentation using active surface: a survey and a new model. Dans 5<sup>th</sup> Int. Conf. on Visualization, Imaging & Image Processing (VIIP), pages 610–615, Benidorm, Spain, 2005.
- [3] J. Montagnat, H. Delingette, et N. Ayache. A review of deformable surfaces: topology, geometry, and deformation. *Image and Vision Computing*, 19(14):1023–1040, 2001.
- [4] J-Y. Park, T. McInerney, et D. Terzopoulos. A non-self-intersecting adaptive deformable surface for complex boundary extraction from volumetric images. *Computer & Graphics*, 25(3):421–440, June 2001.
- [5] J. Montagnat et H. Delingette. 4D deformable models with temporal constraints: application to 4D cardiac image segmentation. *Medical Image Analysis*, 9(1):87–100, 2005.
- [6] R. Kimmel. Geometric segmentation of 3D structures. Dans International Conference on Image Processing, volume 3, pages 639–642, Barcelona, Spain, 2003.
- [7] R. Malladi, J.A. Sethian, et B.C. Vemuri. Shape modeling with front propagation: a level set approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(2):158–175, 1995.
- [8] J.O. Lachaud et A. Montanvert. Deformable meshes with automated topology changes for coarse-to-fine threedimensional surface extraction. *Medical Image Analysis*, 3(2):187–207, 1999.
- [9] D.J. Williams et M. Shah. A fast algorithm for active contours and curvature estimation. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing: Image Understanding*, 55(1):14–26, 1992.
- [10] T. McInerney et D. Terzopoulos. A dynamic finite element surface model for segmentation and tracking in multidimensional medical images with application to cardiac 4D image analysis. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 19(1):69–83, 1995.
- [11] A.J. Bulpitt et N.D. Efford. An efficient 3D deformable model with a self-optimising mesh. *Image and Vision Computing*, 14(8):573–580, 1996.
- [12] S.W. Zucker et R.A. Hummel. A three-dimensional edge operator. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 3(3):324–331, 1981.
- [13] L.D. Cohen. On active contour models and balloons. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing : Image Understanding*, 53(2):211–218, 1991.
- [14] C. Xu et J.L. Prince. Snakes, shapes, and gradient vector flow. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(3):359– 369, March 1998.
- [15] M-P. Dubuisson et A.K. Jain. A modified Hausdorff distance for object matching. Dans Proceedings of 12<sup>th</sup> International Conference on Pattern Recognition (ICPR), pages 566–568, Jerusalem, Israel, 1994.
- [16] A. Kaufman. Efficient algorithms for 3D scan-conversion of parametric curves, surfaces, and volumes. *Computer Graphics*, 21(3):171–179, 1987.