

# Une méthode de restauration d'images compressées JPEG2000 basée sur les EDP

P. Bourdon

B. Augereau

C. Olivier

C. Chatellier

IRCOM-SIC, UMR-CNRS 6615, Université de Poitiers

Bât. SP2MI, Bvd M. et P. Curie, BP 30179  
86962 Futuroscope Chasseneuil Cedex - France

{bourdon, augereau, olivier, chatellier}@sic.sp2mi.univ-poitiers.fr

## Résumé

Dans cet article, nous proposons l'utilisation des Equations aux Dérivées Partielles, ou EDP, dans le but d'améliorer les résultats d'un algorithme de compression d'images. L'algorithme étudié ici est celui issu de JPEG2000, dont les principaux défauts sont les effets de distorsion qu'il peut introduire autour des discontinuités d'une image pour des bas débits. L'idée est d'utiliser les EDP pour atténuer ces effets de distorsion, tout en préservant les contours des images traitées. Il est important de signaler que l'objet de ce travail n'est pas d'entrer dans les algorithmes de compression de JPEG2000, mais d'utiliser une technique de restauration d'images, afin d'obtenir sur l'image finale un minimum de défauts visibles.

## Mots clés

Equations aux Dérivées Partielles, Filtrage Non-linéaire, Restauration d'images, JPEG2000, Couleur.

## 1 Introduction

Il est intéressant de constater que les signaux de type visuels ou auditifs sont inutilement riches, le système humain n'en percevant qu'une partie. Cette remarque est à l'origine des techniques de compression dites "avec pertes" : non seulement les informations sont compressées, mais certaines sont également supprimées, à commencer par celles considérées comme superflues. Bien qu'efficace, cette technique a cependant montré ses limites : passé un certain taux de compression, les informations supprimées sont de moins en moins superflues, au point de rendre la suppression audible ou visible à l'oreille ou l'œil humain. En images fixes, pour une compression de type JPEG, ces dégradations se traduisent par des effets de blocs et d'oscillation, ou *ringing artifacts*, autour des discontinuités. La norme JPEG2000, destinée à lui succéder, se montre plus performante pour les bas débits, et ce sans effets de blocs. Cependant, on constate toujours les effets d'oscillation précités. Nous proposons ici un post-traitement destiné à les atténuer. Notre méthode se base sur les Equations aux Dérivées Partielles (EDP) : on effectue sur l'image comprimée un filtrage anisotrope, qui a pour originalité d'utiliser

une fonction de diffusion dont les paramètres sont calculés automatiquement, quelque soit l'image ou le taux de compression choisis.

Quelques méthodes destinées elles aussi à supprimer ces *ringing artifacts* ont déjà été proposées dans la littérature. Dans [1], Yang introduit par exemple une méthode basée sur le Maximum de Vraisemblance, mais ne l'applique que sur des images en niveaux de gris. Notre méthode de lissage par EDP est capable de traiter les images en niveaux de gris comme en couleur, et présente des résultats encourageants dans un cas comme dans l'autre.

Après avoir présenté dans la première partie le principe des EDP et des diffusions isotrope et anisotrope, nous proposerons dans la deuxième partie une fonction de diffusion, ayant pour objectif leur atténuation, et dont les paramètres sont estimés automatiquement, permettant ainsi un fonctionnement totalement autonome du processus. Enfin, dans la troisième partie, nous présenterons les résultats obtenus, sur des images en niveaux de gris et en couleur.

## 2 Les EDP en restauration d'images

Nous proposons ici une approche classique du problème de la réduction de bruit en traitement d'images. Ceci va nous permettre d'introduire les notions de diffusions isotrope et anisotrope, et de s'intéresser aux conditions de stabilité d'un tel processus et au cas particulier des images couleur. Une approche variationnelle, plus élégante, mais plus longue, est proposée dans [2] ; elle permet notamment d'unifier dans un même formalisme un certain nombre d'approches des EDP en traitement d'images.

### 2.1 Diffusion isotrope

Posons notre problème comme un problème de réduction de bruit : une approche classique consiste à considérer le bruit comme un signal haute fréquence. Dans ce contexte, la méthode la plus souvent utilisée est l'opération de convolution spatiale :

$$I(x, y, t) = \int_{\Omega} G(x - \xi, y - \eta, t) I_0(\xi, \eta) d\Omega \quad (1)$$

avec :  $I(x, y, t)$  : l'image restaurée (intensité lumineuse)

$I_0(x, y, t)$  : l'image bruitée  
 $G(x, y, t)$  : un opérateur de lissage  
 $t$  : paramètre de contrôle de l'importance du lissage

Pour ce type d'opération de lissage, un exemple d'opérateur souvent utilisé est l'opérateur gaussien. Dans [3], Koenderink remarque justement qu'une opération de convolution d'une image par un opérateur gaussien peut être réécrite sous la forme d'un processus de diffusion, dont l'équation est la suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 I(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I(x, y, t)}{\partial y^2} \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \end{cases} \quad (2)$$

(2) peut être interprétée comme un processus de diffusion de l'intensité lumineuse d'un pixel  $(x, y)$  autour des pixels voisins  $(x \pm \partial x, y \pm \partial y)$ , durant un temps  $t$  ( $t \in [0, T]$ ), en relation directe avec la variance spatiale de l'opérateur gaussien. Les résultats obtenus par ce lissage, dit "isotrope", sont peu satisfaisants. Il opère en effet de manière identique dans toutes les directions, et ne possède aucune direction privilégiée, atténuant ainsi bruit et contours sans distinction. En revanche, il permet d'introduire la notion de diffusion anisotrope.

## 2.2 Diffusion anisotrope

La diffusion anisotrope, telle que Perona et Malik la présentent dans [4], permet de faire la distinction bruit/contour. Elle s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \text{div}(c(|\nabla I(x, y, t)|)\nabla I(x, y, t)) \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \end{cases} \quad (3)$$

avec :  $c(\cdot)$  : une fonction positive décroissante,  
 $\text{div}$  : l'opérateur de divergence,  
 $\nabla$  : l'opérateur gradient.

Il s'agit cette fois d'un lissage conditionnel, dont le comportement est fonction de la norme du gradient de l'image, grâce à la fonction  $c(\cdot)$ . Le principe est de diffuser fortement dans les zones à faibles gradients (zones homogènes), et faiblement dans les zones à forts gradients (contours).

## 2.3 Conditions de stabilité

Dans leur approche variationnelle du problème, Deriche et Faugeras [2] retrouvaient la formulation suivante :

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \text{div}(\Phi'(|\nabla I|) \frac{\nabla I}{|\nabla I|}) \quad (4)$$

$$= \Phi''(|\nabla I|)I_{\xi\xi} + \frac{\Phi'(|\nabla I|)}{|\nabla I|}I_{\eta\eta} \quad (5)$$

avec :  $I = I(x, y, t)$ ,  
 $\Phi(\cdot)$  : une fonction à définir,  
 $I_{\xi\xi}$  : la dérivée seconde de  $I$  dans la direction du gradient,  
 $I_{\eta\eta}$  : la dérivée seconde de  $I$  dans la direction orthogonale du gradient.

Il y a donc analogie entre (3) et (4), avec  $c(s) = \frac{\Phi'(s)}{s}$ . L'écriture sous la forme de l'EDP parabolique (5) nous permet d'étudier les conditions de stabilité du processus, qui sont les suivantes :

$$\begin{cases} \Phi''(0) > 0 \\ \lim_{|\nabla I| \rightarrow 0} \frac{\Phi'(|\nabla I|)}{|\nabla I|} = \lim_{|\nabla I| \rightarrow 0} \Phi''(|\nabla I|) = \Phi''(0) \\ \lim_{|\nabla I| \rightarrow \infty} \Phi''(|\nabla I|) = 0, \lim_{|\nabla I| \rightarrow \infty} \frac{\Phi'(|\nabla I|)}{|\nabla I|} = 0 \\ \lim_{|\nabla I| \rightarrow \infty} \frac{\Phi''(|\nabla I|)}{\frac{\Phi'(|\nabla I|)}{|\nabla I|}} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Autrement dit, pour les gradients faibles ( $|\nabla I| \rightarrow 0$ ), on opère de façon isotrope (lissage identique dans la direction du gradient et dans sa direction orthogonale), tandis qu'on privilégie une diffusion le long des directions tangentielles aux isophotes pour les gradients forts ( $|\nabla I| \rightarrow \infty$ ).

Plusieurs fonctions  $\Phi(\cdot)$  ont été proposées dans la littérature. La formulation de Deriche et Faugeras permet d'ailleurs de mettre en évidence le non-respect des conditions de stabilité de plusieurs de ces fonctions, notamment celle de Perona-Malik. On peut en effet prouver qu'au voisinage des régions de gradient élevé, le filtre continu se comporte comme une équation de la chaleur inverse, connue pour engendrer des instabilités. Dans [5], Weickert et Benhamouda parviennent à reformuler les équations dans un schéma semi-discret, et prouvent qu'elles ne sont pas instables. De plus, non seulement ce type de filtre lisse les zones à faibles variations, mais il rehausse également les contours.

## 2.4 Le cas des images couleur

Dans le cas des images couleur, on considère une image vectorielle  $\vec{I}(x, y) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ . La principale difficulté est alors de déterminer une représentation efficace des contours de l'image (un "gradient couleur"). Plusieurs approches ont été développées ; une discussion sur un gradient couleur n'étant pas le propos de ce travail, et leur présentation exhaustive nécessitant un long développement, nous dirons simplement que la norme que nous avons décidé d'utiliser est celle de Di Zenzo [6], qui se base sur la géométrie différentielle des surfaces. Elle consiste à définir un tenseur multispectral, associé à un champ vectoriel, afin de rechercher les variations locales de l'image. La plus grande valeur propre du tenseur correspond alors à la norme du gradient.

## 3 Restauration d'images compressées JPEG2000

Nous proposons ici une fonction de diffusion  $c(\cdot)$ , qui s'inspire de celle de Perona-Malik, et s'avère être relativement efficace pour la réduction des effets d'oscillation sur les contours d'images JPEG2000. Nous introduisons également une méthode d'estimation des paramètres de cette fonction, basée sur la minimisation d'une erreur quadra-

tique, de telle sorte que le processus fonctionne d'une manière totalement non-supervisée.

### 3.1 Fonction de diffusion anisotrope

Contrairement à l'équation de Perona-Malik (3), notre fonction  $c(\cdot)$  n'est pas directement fonction du gradient  $|\nabla I|$ , mais d'une version normalisée de celui-ci. Ceci a pour avantage de permettre l'utilisation d'un seuil  $\alpha$ , dont les ordres de valeurs restent constants quelque soit l'image. La fonction est la suivante :

$$c(s) = (1 + s^2).e^{-s} \quad (7)$$

avec :  $s = \alpha \cdot \frac{Max(|\nabla I|) - Min(|\nabla I|)}{Var(|\nabla I|)} \cdot |\nabla I|$

Le seuil  $\alpha$  permet de fixer un degré d'anisotropie de la fonction de diffusion. On remarque rapidement que pour  $\alpha = 0$ ,  $c(s)$  est égale à 1 quelque soit  $s$  : on retrouve alors un processus de diffusion isotrope tel qu'il est décrit dans (2).

### 3.2 Paramétrage de la fonction

Une autre différence entre le processus de Perona-Malik et celui proposé ici vient du fait qu'au lieu d'utiliser un seuil constant, nous utilisons les propriétés de diffusion inverse de notre fonction, en faisant évoluer  $\alpha$  dans le temps ( $t$ , dont l'équivalent discret est l'itération  $n$ ), d'une diffusion purement isotrope (débruitage fort) à une diffusion hautement anisotrope (débruitage et rehaussement des contours). L'implémentation algorithmique d'un tel procédé nécessite alors la détermination de deux paramètres :

- $N$ , l'équivalent discret de  $T$ , le temps de diffusion ;
  - $\alpha$ , dont les valeurs varient en fonction de l'itération  $n$ .
- On le renomme donc  $\alpha_n$ , avec  $n \in [0, N - 1]$

On recherche à présent un critère nous permettant de déterminer les paramètres  $\alpha_n$  et  $N$  optimaux. Ce critère doit être capable de juger de la qualité de l'image obtenue après traitement, en la comparant à l'image originale. De nombreuses mesures ont été proposées dans la littérature afin de juger de la qualité d'un algorithme de compression. Si les premières étaient entièrement subjectives, on se dirige vers des critères basés sur le Système Visuel Humain (SVH), permettant de juger de la qualité des images d'un point de vue psychovisuel. Le critère que nous recherchons servant uniquement à paramétrer le processus et non à juger de la qualité définitive de l'image, nous optons pour le plus simple et le plus connu : l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM). On peut alors écrire notre problème d'estimation des paramètres de diffusion comme un problème de minimisation :

$$\hat{\alpha}_n = \arg \min_{\alpha_n} \left( \frac{\sum_{x=0}^P \sum_{y=0}^Q (I(x, y, n) - I_0(x, y))^2}{P \times Q} \right) \quad (8)$$

pour  $n \in [0, N - 1]$ , avec  $P \times Q$  la taille de l'image

Les valeurs  $\alpha_n$  sont initialisées à 0 (première itération : diffusion isotrope), et évoluent avec le nombre d'itérations, ceci afin de minimiser l'EQM à chaque itération. On suppose alors  $N$  comme étant le nombre d'itérations au delà duquel l'EQM tend à stagner (les expériences montrent que  $N$  ne dépasse que rarement 20). Notons que parler ici de convergence de l'algorithme serait un abus de langage, puisque les variations de  $\alpha$  au cours des itérations n'entrent pas dans l'équation proposée par Perona et Malik, et font théoriquement de notre processus  $N$  opérations de filtrage anisotrope à une itération, et non une opération à  $N$  itérations.

La détermination des paramètres est un pré-traitement, avant transmission de l'image. Une fois estimés, ils seront placés en en-tête du fichier compressé.

## 4 Résultats expérimentaux

Nous présentons ici les résultats obtenus sur des images en niveaux de gris, puis en couleurs. Le logiciel utilisé pour la compression est JJ2000 v4.1. Les résultats sont donnés en terme de PSNR. Comme nous l'avons expliqué précédemment (§3.2), il existe des mesures de qualité bien supérieures à ce dernier, malheureusement aucune ne semble avoir fait jusqu'ici l'objet d'une application logicielle disponible publiquement.

### 4.1 Images en niveaux de gris

La Figure 1 présente les résultats obtenus sur l'image Bike (niveaux de gris,  $2048 \times 2560$ ) compressée avec un débit de 0.0625bpp.

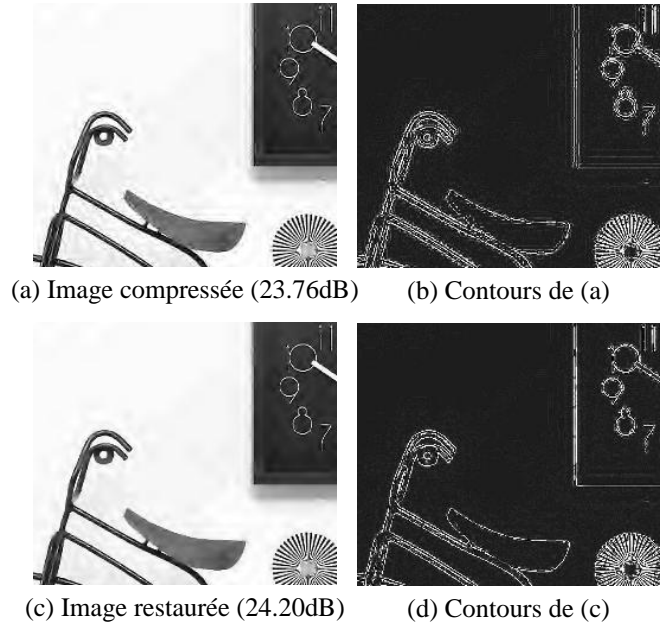


Figure 1 – Restauration de l'image Bike (zoom)

Nous pouvons remarquer une augmentation de 0.44dB en

termes de PSNR (calculé sur l'image complète  $2048 \times 2560$ ), entre l'image compressée 1.a (23.76dB) et celle restaurée par diffusion anisotrope 1.c (24.20dB). La Figure 1.d présente des contours sans oscillations, à l'opposé de la Figure 1.b, et témoigne de la disparition des *ringing artifacts* lors de la phase de restauration.

## 4.2 Images couleur

La Figure 2 présente les résultats obtenus sur l'image Lena (couleur,  $512 \times 512$ ), pour un débit de 0.25bpp.

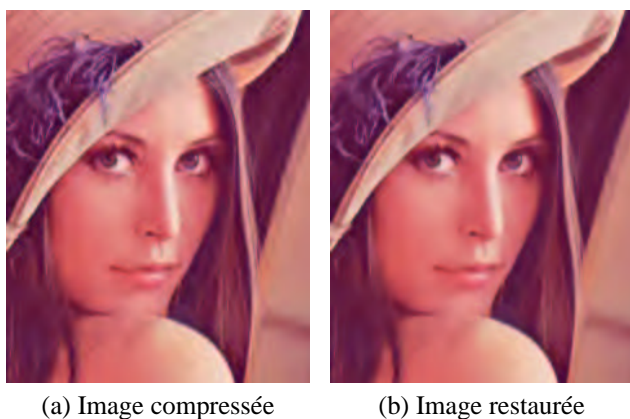


Figure 2 – Restauration de l'image Lena (zoom)

Ici encore, on remarque la réduction des effets d'oscillation, qui rend la Figure 2.b plus agréable à regarder que 2.a. De plus, le PSNR passe de 30.59dB à 30.81dB.

Le Tableau 1 présente d'autres exemples de résultats obtenus sur les images Bike ( $2048 \times 2560$ ) et Lena ( $512 \times 512$ ), en niveaux de gris (NG) et en couleur (C).

Image	Débit	PSNR Init	PSNR Final
Bike (NG)	0.0625 bpp	23.76 dB	24.20 dB
Bike (NG)	0.2500 bpp	29.58 dB	29.92 dB
Bike (NG)	0.5000 bpp	33.47 dB	33.68 dB
Bike (C)	0.0625 bpp	22.94 dB	23.33 dB
Bike (C)	0.2500 bpp	28.18 dB	28.52 dB
Bike (C)	0.5000 bpp	31.32 dB	31.55 dB
Lena (NG)	0.0625 bpp	26.63 dB	26.88 dB
Lena (NG)	0.2500 bpp	32.60 dB	32.75 dB
Lena (NG)	0.5000 bpp	35.77 dB	35.84 dB
Lena (C)	0.0625 bpp	26.07 dB	26.35 dB
Lena (C)	0.2500 bpp	30.59 dB	30.81 dB
Lena (C)	0.5000 bpp	32.84 dB	32.96 dB

Tableau 1 – Quelques exemples de résultats

## 5 Conclusion

Nous avons, dans cet article, présenté une méthode de restauration d'images par Equations aux Dérivées Partielles. Nous l'avons utilisée dans le but de réduire les effets d'oscillations, ou *ringing artifacts*, que provoque une com-

pression JPEG2000 bas débit. Les principaux avantages de notre méthode sont sa relative simplicité, son fonctionnement autonome, et sa rapidité (quelques secondes pour une itération sur une image couleur  $512 \times 512^1$ , sachant que le processus de restauration ne nécessite rarement plus d'une vingtaine d'itérations). Nous avons pu également montrer son efficacité, en niveaux de gris comme en couleur, sans pouvoir malheureusement s'attarder trop longtemps sur le problème de la restauration d'images vectorielles par EDP. Les résultats, prometteurs, ouvrent de nouvelles perspectives, en particulier pour le traitement d'images en mouvement, les dégradations visuelles des principales normes de compression video étant comparables à celles que nous avons pu traiter ici pour des images fixes.

## Références

- [1] S. Yang, Y. Hu, D. Tull, et T. Nguyen. Maximum likelihood parameter estimation for image ringing artifact removal. *IEEE Transactions On Circuits And Systems For Video Technology*, 11(8) :963–973, August 2001.
- [2] R. Deriche et O. Faugeras. Les EDP en Traitement des Images et Vision par Ordinateur. *Traitement du Signal*, 13(6), 1996.
- [3] J.J. Koenderink. The structure of images. *Biological Cybernetics*, 50(5) :363–370, 1984.
- [4] P. Perona et J. Malik. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(7) :629–639, 1990.
- [5] J. Weickert et B. Benhamouda. A semidiscrete nonlinear scale-space theory and its relation to the Perona–Malik paradox. Dans F. Solina, W. G. Kropatsch, R. Klette, et R. Bajcsy, éditeurs, *Advances in Computer Vision*, pages 1–10. Springer, Wien, 1997.
- [6] S. Di Zenzo. Note : A note on the gradient of a multi-image. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 33(1) :116–125, January 1986.

<sup>1</sup>Résultats obtenus sur un Pentium III 450Mhz 128Mo