

Technique butterfly généralisée

R. Egli*

J.-P. Dussault*

Département de Mathématiques et Informatique, Université de Sherbrooke

Sherbrooke (Québec), Canada J1K 2R1

egli@dmi.usherb.ca

Résumé

Nous proposons une généralisation à la technique d'interpolation de surfaces butterfly. Il s'agit d'enrichir la méthode de modélisation de quelques paramètres afin d'augmenter significativement la puissance de modélisation.

Mots Clef

Interpolation, surface, butterfly, paramètre de tension.

1 Introduction

Les techniques de subdivision de surfaces constituent une manière de produire des objets d'apparence complexe (objets courbes, montagnes, surfaces rugueuses) à partir de très peu de données. Une technique bien connue de ce type, décrite dans l'article de Fournier, Fussell et Carpenter [2], produit des montagnes d'apparence réaliste à partir seulement d'une base triangulaire, utilisant des subdivisions et perturbations aléatoires. Un point faible de cette méthode est que le résultat final, la montagne, est totalement imprévisible; c'est également son point fort, car les montagnes dans la nature sont évidemment d'apparence imprévisible.

La technique d'interpolation butterfly [1] a été conçue pour produire des objets lisses à partir d'un maillage triangulaire, généralisant la technique dite des quatre points interpolés, aussi nommée interpolation dyadique. Dans cette technique, les nouveaux points, correspondant approximativement aux milieux des arêtes, sont calculés par une moyenne pondérée de huit voisins dans le maillage. Les auteurs ont proposé des pondérations fonctions d'un scalaire w (coefficient de tension de la surface). Pour le choix $w=1/16$, nous parlons de pondérations lisses car la surface résultante est lisse. Les auteurs ont proposé d'utiliser d'autres choix w satisfaisant tout de même à certaines conditions pour produire des

surfaces irrégulières. Avec cette technique de base, on arrive à bien contrôler le résultat final, mais l'apparence est limitée à une rugosité uniforme à tous les niveaux de subdivision.

La généralisation que nous proposons dans ce travail se base sur la technique d'interpolation butterfly avec perturbation du paramètre de base w pour chaque niveau de subdivision.

À la section 2, la technique d'interpolation butterfly est décrite. Le calcul d'intersection avec un axe est abordé à la section 3 et la généralisation de la technique d'interpolation butterfly est à la section 4. Finalement, la conclusion est à la section 5.

2 Technique d'interpolation butterfly

La technique de subdivision butterfly consiste à interpoler une surface afin de calculer une surface courbe fermée passant par les points de contrôle. Il en résulte une surface qui est C^1 lorsque la valence des points de contrôle est de 6 et plus.

La technique de subdivision butterfly s'applique sur un maillage triangulaire et consiste à remplacer chacun des triangles de contrôle du maillage par quatre nouveaux triangles de contrôle. En fait, il s'agit de calculer trois nouveaux points pour chacun des triangles du maillage et, avec ces trois sommets, de former quatre nouveaux triangles tels qu'illustrés à la figure 1. Nous nommons ces trois nouveaux points, les *points milieux* du triangle de contrôle, car même s'ils ne sont pas réellement les points milieux de chacune des arêtes du triangle, ils s'en approchent.

Plus le processus est répété, plus il y aura de triangles. En fait le nombre de triangles est quadruplé à chacune des itérations. Le processus est répété autant de fois que nécessaire pour atteindre la précision voulue de la courbe.

Nous devons maintenant déterminer comment calculer les trois points milieux pour chacun des triangles à chacune

* Cette recherche a été partiellement subventionnée par des octrois du C.R.S.N.G.

des itérations. La règle pour insérer les points milieu est une interpolation de huit points basée sur la configuration illustrée à la figure 2.

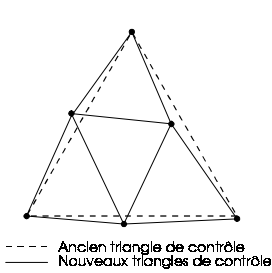


Figure 1. Substitution d'un triangle par quatre nouveaux triangles.

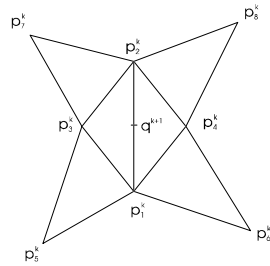


Figure 2. Points utilisés lors du calcul d'un point milieu.

Le nouveau point q^{k+1} , qui correspond au point milieu du segment (p_1^k, p_2^k) , est calculé de la façon suivante :

$$\bar{q}^{k+1} = \frac{1}{2}(\bar{p}_1^k + \bar{p}_2^k) + 2w(\bar{p}_3^k + \bar{p}_4^k) - w(\bar{p}_5^k + \bar{p}_6^k + \bar{p}_7^k + \bar{p}_8^k),$$

où \bar{p} désigne une des coordonnées d'un point p et où w varie de 0 à 1/4.

Le point milieu q^{k+1} est un point milieu du triangle formé des points p_1^k, p_2^k, p_3^k et du triangle formé des points p_1^k, p_2^k, p_4^k . L'indice k indique le niveau de subdivision du maillage original, alors les points de contrôle du maillage original sont les points p_i^0 .

En résumé, pour chacun des triangles de contrôle, nous calculons un nouveau point de contrôle par arête qui le compose et ce à chaque itération. Notez qu'il existe une version améliorée de l'interpolation butterfly [3] offrant une meilleure continuité sur la surface, entre autres, aux points de contrôle ayant une valence inférieure à 6. Nous pouvons appliquer la généralisation détaillée à la section 5 sur cette interpolation butterfly améliorée.

2.1 Exemples d'interpolation

Nous illustrons aux figures 3 et 4 un maillage original formé de 8 triangles. Seules les arêtes sont illustrées à la figure 3. Les faces des triangles sont blanches et les arêtes des triangles sont noires à la figure 4. Aux figures 5 et 6, les triangles du maillage sont subdivisés respectivement 1 et 5 fois avec un w égal à 1/16. Des coefficients de tension différents sont illustrés aux figures 7 et 8 avec les triangles subdivisés 5 fois ($w=1/64$ à la figure 7 et $w=1/8$ à la figure 8).

3 Intersection avec un axe

Pour calculer une image par tracés de rayons, il faut pouvoir déterminer s'il y a intersection d'un axe (ou d'un rayon) avec l'objet, et le cas échéant, en déterminer les points d'intersection.

La solution naïve qui consiste à subdiviser tous les triangles du maillage original jusqu'au niveau désiré et de vérifier s'il y a intersection avec un ou plusieurs un des sous-triangles. Cette solution est à écarter. En effet, en supposant que nous subdivisons n fois chacun des triangles de contrôle, il en résultera 4^n sous-triangles pour chacun d'eux. Il serait très fastidieux de vérifier pour chacun de ces nombreux sous-triangles s'il y a intersection ou non.

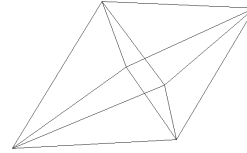


Figure 3. Maillage original.

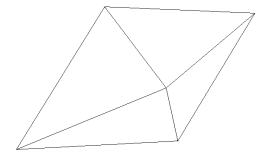


Figure 4. Maillage original (faces cachées).

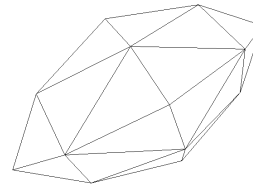


Figure 5. Subdivisé 1 fois, $w=1/16$.

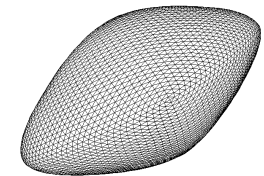


Figure 6. Subdivisé 5 fois, $w=1/16$.

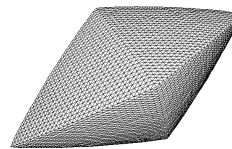


Figure 7. $w=1/64$.

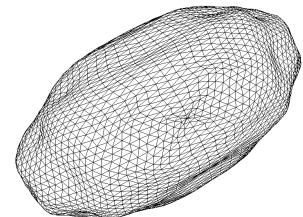


Figure 8. $w=1/8$.

Une autre solution serait de conserver pour chaque niveau du processus de subdivision une liste de triangles susceptibles d'avoir une intersection avec l'axe à une étape ultérieure du processus à l'aide de volumes englobant. Nous calculons un volume englobant pour chacun des triangles du maillage original ainsi que pour les sous-triangles calculés par le processus de subdivision. Le volume englobant associé à un triangle devra englober l'ensemble de tous les sous-triangles issue de la subdivision. Il est généralement d'une forme simple : nous avons utilisé des sphères. Lorsqu'il n'y a pas d'intersection entre l'axe et le volume englobant, alors il est inutile de calculer une intersection entre l'axe et l'ensemble de sous-triangles. Par contre s'il y a intersection entre l'axe et le volume englobant, alors il est possible qu'il y ait intersection avec un ou plusieurs sous-triangles de l'ensemble. Pour calculer une sphère qui englobe un triangle (ou un sous-triangle), on doit d'abord le subdiviser jusqu'au niveau désiré. Nous utilisons

comme centre de la sphère le point milieu des sommets de tous les sous-triangles produits au dernier niveau de subdivision et comme rayon, la distance entre le point milieu et le plus loin des sommets.

Les volumes englobant apportent une réduction logarithmique du nombre de triangles à considérer et donc, le temps de calcul devient proportionnel au nombre de subdivisions.

Des exemples de calculs d'intersection entre un axe et une surface par subdivision sont illustrés aux figures 11 et 12. Un maillage composé de 20 triangles est illustré à la figure 9. À la figure 10, aucun volume englobant n'est utilisé, alors on doit subdiviser tous les triangles de contrôle 5 fois et vérifier l'intersection des 20480 sous-triangles obtenus avec l'axe. À la figure 11, nous utilisons des volumes englobant. Dans cette situation, on vérifie l'intersection de l'axe avec un volume englobant 260 fois et l'intersection de l'axe avec un triangle comme tel, 12 fois seulement.

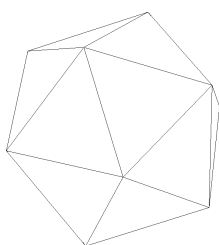


Figure 9. Maillage de 20 triangles.

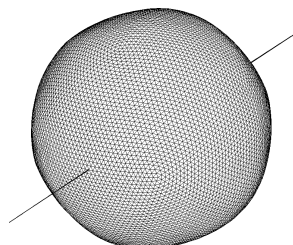


Figure 10. Intersection de la surface subdivisée 5 fois.

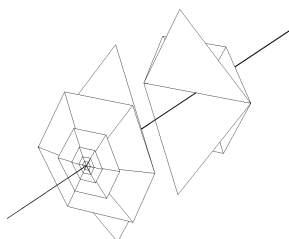


Figure 11. Intersection de la surface avec des volumes englobant.

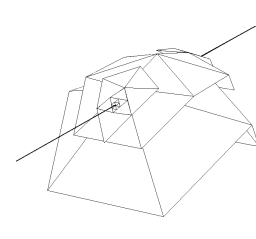


Figure 12. Comme à la figure 11, mais avec un axe différent.

4 Généralisation

Dans l'article présentant la technique d'interpolation butterfly, une certaine forme de généralisation est présentée : les coefficients de tension w peuvent varier pour chacun des sommets du maillage original. Nous proposons une autre forme de généralisation, il s'agit de faire varier le coefficient de tension w à chacun des niveaux de subdivision. Par exemple, en utilisant des coefficients de tension *rugueux* pour les premières subdivisions ($w=1/8$) et *lisses* pour les subdivisions

subséquentes ($w=1/16$), la surface résultante sera plus accidentée que le maillage de départ, mais *lisse* à petite échelle (figure 15). Au contraire, si on utilise des pondérations *lisses* pour les premières subdivisions, et des pondérations *rugueuses* pour les subdivisions ultérieures, la surface résultante ne sera pas plus accidentée que le maillage de départ mais sera *rugueuse* à petite échelle (figure 16). Aux figures 13 et 14, le coefficient de tension est le même pour tous les niveaux, soit respectivement de $1/16$ et $1/8$.

Avec notre généralisation, la surface n'aura pas seulement un coefficient de tension w , mais différents coefficients w_i pour chacun des niveaux de subdivision i . Ces différents w_i peuvent être spécifiés avec une liste de réels ou par une fonction $f(i)$.

Ainsi, en ajoutant très peu de données (évolution w en fonction du niveau de subdivision), nous augmentons significativement la variété de surfaces que nous pouvons modéliser.

5 Conclusion

Dans un contexte de transmission de modèles en trois dimensions, il est intéressant de constater qu'en ne transmettant que très peu de données supplémentaires (une liste w_i , typiquement plus petit que 10, plutôt qu'un seul w) nous obtenons beaucoup plus de variétés dans la surface à modéliser.

La généralisation de Dyn, Levin et Grogory [1] associant un w_j pour chacun des sommets j peut être combinée avec notre généralisation d'un w_i pour chacun des niveaux de subdivision i . Il suffit d'associer à chacun des sommets j du maillage de départ, une liste de coefficients de tension variant d'un niveau de subdivision à l'autre. C'est-à-dire, d'associer une liste de coefficients w_{ij} à chacun des sommets. En combinant les deux généralisations, nous obtenons encore plus de variétés sur la surface résultante.

Bibliographie

- [1] N. Dyn, D. Levin et J. Gregory, A butterfly subdivision scheme for surface interpolation with tension control, *ACM Transactions on Graphics*, 9(2), pp. 160-169, 1990.
- [2] A. Fournier, D. Fussell, et L. Carpenter, Computer rendering of stochastic models, *Communications of the ACM*, 25(6), pp. 371-384, juin 1982.
- [3] D. Zorin, P. Schröder et W. Sweldens, Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology, *Proceedings of SIGGRAPH 1996*, ACM SIGGRAPH, pp. 189-192, 1996.

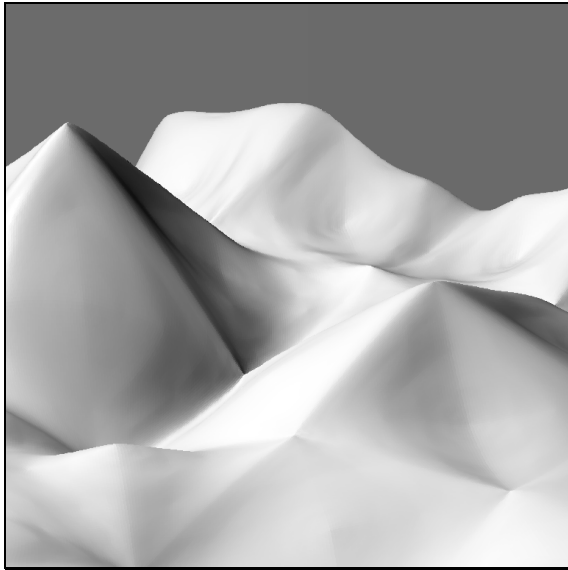


Figure 13. Pondération lisse pour tous les niveaux de subdivision.

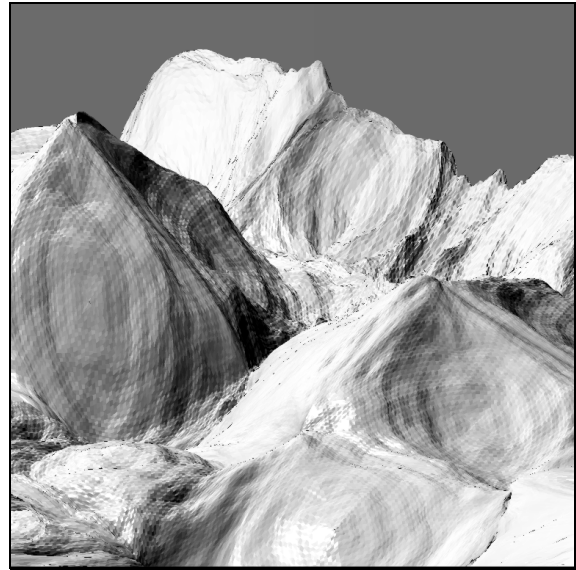


Figure 14. Pondération rugueuse pour tous les niveaux de subdivision.

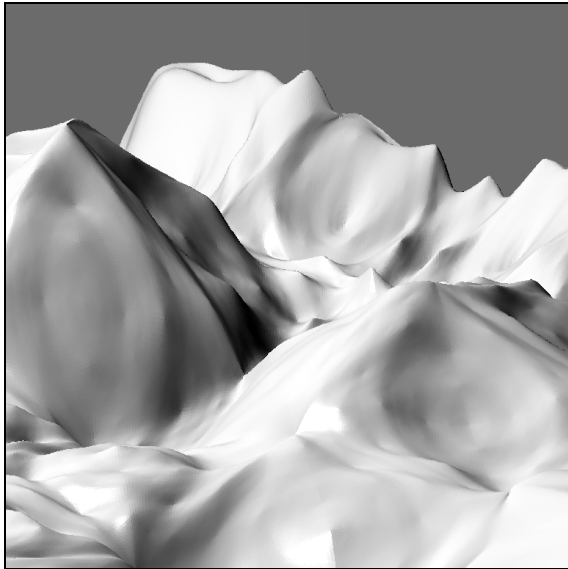


Figure 15. Pondérations rugueuses pour les premiers niveaux de subdivision, et lisses par la suite.

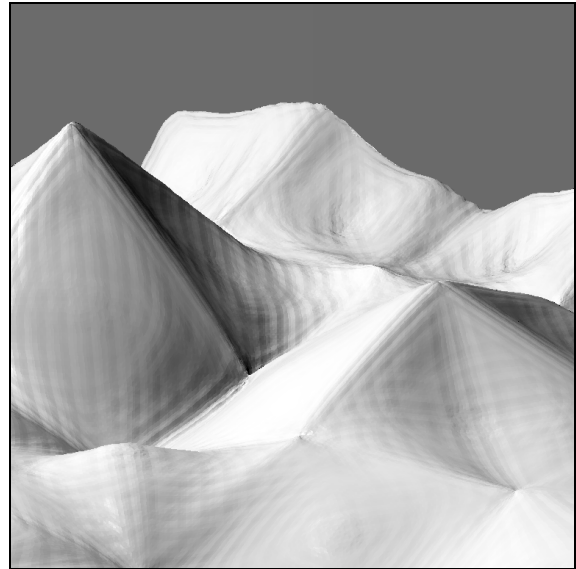


Figure 16. Pondérations lisses pour les premiers niveaux de subdivision, et rugueuses par la suite.