

THÈSE DE DOCTORAT

---

# Synthèse d'images réalistes en milieux fortement spéculaires

---

Soutenue publiquement le 23 mai 2014  
par Guillaume BOUCHARD

N° ORDRE : NN -YYYY

*Rapporteur :*

M. Kadi BOUATOUCH  
M. Xavier GRANIER

Professeur des Universités, Université de Rennes 1  
Professeur des Universités, Institut d'Optique Graduate School

*Examineur :*

M. Daniel MENEVEAUX  
M. Cyril SOLER  
M. Stéphane ALBIN  
M. Victor OSTROMOUKHOV  
M. Jean-Claude IEHL

Professeur des Universités, Université de Poitiers  
Chargé de Recherche, INRIA Grenoble  
PhD, Valeo Lighting Systems  
Professeur des Universités, Université Lyon 1  
Maître de Conférences, Université Lyon 1



# Remerciements

M<sub>ERCI...</sub>



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Résumé</b>	<b>ix</b>
<b>Abstract</b>	<b>xi</b>
<b>Définitions et symboles</b>	<b>xiii</b>
<b>I Contexte</b>	<b>1</b>
<b>1 Synthèse d'images</b>	<b>3</b>
1.1 Applications	4
1.1.1 Réalisme et crédibilité	4
1.2 <i>Valeo Lighting Systems</i>	8
1.3 Matériaux spéculaires	9
1.4 Plan du document	13
1.5 Contributions	13
1.5.1 Régularisation	14
1.5.2 Implémentation	14
<b>2 Bases du rendu</b>	<b>17</b>
2.1 BSDF	18
2.1.1 Contraintes	18
2.1.2 Nomenclature	19
2.2 L'équation du rendu	21
2.3 Fonction de contribution	22
2.4 Classification des chemins	23
2.5 Radiométrie	23

<b>3</b>	<b>Échantillonnage</b>	<b>25</b>
3.1	Intégration numérique . . . . .	26
3.2	Stratégie d'échantillonnage . . . . .	27
3.3	Échantillonnage unidirectionnel itératif . . . . .	27
3.4	Autres stratégies . . . . .	29
3.4.1	Principe de réciprocité . . . . .	29
3.4.2	Calcul de la PDF . . . . .	29
3.5	Metropolis Light Transport . . . . .	31
3.6	Méthodes analytiques . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Efficacité des stratégies</b>	<b>35</b>
4.1	Longueur des chemins . . . . .	36
4.2	Efficacité des stratégies . . . . .	36
4.3	Combinaison de stratégies . . . . .	36
4.3.1	Longueur des sous-chemins . . . . .	39
4.3.2	Échantillonnage des BSDFs . . . . .	40
4.4	Multiple Importance Sampling . . . . .	40
<b>II</b>	<b>Régularisation</b>	<b>43</b>
<b>5</b>	<b>Régularisation</b>	<b>45</b>
5.1	Problématique . . . . .	46
5.1.1	Emplois de singularités . . . . .	47
5.1.2	Influence des singularités sur les PDFs . . . . .	50
5.1.3	Motivations . . . . .	51
5.2	Régularisation . . . . .	51
5.3	Régularisation spatiale . . . . .	52
5.4	Régularisation directionnelle . . . . .	55
5.4.1	Stratégie complète . . . . .	55
5.4.2	Consistance . . . . .	56
5.5	Régularisation directionnelle et MIS . . . . .	57
5.5.1	BSDF hybride . . . . .	57
5.5.2	Comportement de MIS . . . . .	58
5.6	Comparaison spatiale et directionnelle . . . . .	60
5.7	Singularités approximatives . . . . .	61
5.8	Conclusion . . . . .	62
<b>6</b>	<b>Résultats</b>	<b>63</b>
6.1	Échantillonnage holistique . . . . .	64
6.2	Amélioration de la convergence . . . . .	64

6.3	Pondération avec d'autres stratégies biaisées . . . . .	66
6.4	Étude de la convergence . . . . .	71
6.5	Stratégie de cache . . . . .	78
6.5.1	Empreinte mémoire . . . . .	78
6.5.2	Échantillonnage temporel et spatial . . . . .	79
<b>III</b>	<b>Implémentation</b>	<b>83</b>
<b>7</b>	<b>LuxRender</b>	<b>85</b>
7.1	Présentation du logiciel . . . . .	86
7.2	Implémentations réalisées . . . . .	86
7.3	Ordres des passes . . . . .	88
7.4	Structure de données . . . . .	90
7.5	Parallélisme . . . . .	94
7.6	<i>Multiple Importance Sampling</i> . . . . .	94
7.7	Échantillonnage de la longueur d'onde ou du temps . . . . .	98
<b>8</b>	<b>Visualisation interactive</b>	<b>101</b>
8.1	Implémentation . . . . .	102
8.2	Comparaisons . . . . .	104
8.2.1	KNIEP, HARING et MAGNOR [40] . . . . .	104
8.2.2	MCGUIRE et LUEBKE [43] . . . . .	105
8.3	Résultats . . . . .	105
8.4	Détails d'implémentation . . . . .	108
8.4.1	Accumulation des contributions . . . . .	108
8.4.2	Empreinte écran . . . . .	108
8.4.3	<i>Culling</i> . . . . .	108
8.4.4	<i>Shaders</i> . . . . .	109
<b>9</b>	<b>Calcul des pondérations de MIS</b>	<b>113</b>
9.1	Calcul récursif . . . . .	113
9.2	Libertés de la pondération . . . . .	114
9.2.1	Singularités . . . . .	114
9.3	Intégration de la régularisation dans la PDF . . . . .	115
<b>IV</b>	<b>Bilan</b>	<b>117</b>
<b>10</b>	<b>Conclusion &amp; perspectives</b>	<b>119</b>
10.1	Perspectives . . . . .	120
10.2	Conclusion personnelle . . . . .	122

<b>V</b>	<b>Annexes</b>	<b>125</b>
<b>A</b>	<b>Formulation sur les directions</b>	<b>127</b>
<b>B</b>	<b>Monte-Carlo</b>	<b>129</b>
B.1	Combinaisons d'estimateurs . . . . .	130
B.2	Mesures . . . . .	130
B.3	Variance des échantillons . . . . .	131
B.4	Biais . . . . .	131
B.5	MSE . . . . .	131
B.6	<i>Importance Sampling</i> . . . . .	132
B.7	Génération d'échantillons . . . . .	133
B.8	Exemple . . . . .	133
<b>C</b>	<b>Résultats de MIS</b>	<b>135</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>141</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>146</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>148</b>

# Résumé

LA synthèse d'images est un outil utilisé dans de nombreuses industries, comme celle de l'art, des jeux vidéos, du cinéma ou de l'ingénierie. Tout particulièrement, les simulations lumineuses de qualité au réalisme avancé sont un outil de prototypage puissant et l'étude d'un modèle virtuel permet de prendre des décisions pertinentes dans le processus de conception d'un produit.

Cependant, la simulation est un processus coûteux pouvant nécessiter de nombreuses heures de calcul en fonction de la complexité des scènes.

Dans cette thèse, nous nous intéressons à la complexité liée à la présence de matériaux spéculaires – les miroirs et les surfaces transparentes. Dans un contexte d'intégration numérique de Monte-Carlo, ces matériaux sont source de variance et ainsi augmentent les temps de calcul nécessaires à obtenir une image de qualité impliquant des phénomènes complexes comme les caustiques liées à la focalisation de la lumière, et les reflets.

Après avoir mis en évidence les problématiques et contraintes caractéristiques des matériaux spéculaires, nous proposons un relâchement de ces contraintes au prix de l'introduction de biais – d'erreur – dans le calcul final. Nous proposons une heuristique permettant de pondérer une simulation non biaisée, mais peu efficace, et une simulation biaisée et plus efficace afin d'obtenir le meilleur compromis possible.

Nos travaux étudient l'introduction de biais par régularisation, proposent des algorithmes efficaces de pondération et une méthode de visualisation interactive sur GPU.

Pour finir, nos travaux ont permis l'amélioration du logiciel LuxRender, profitant ainsi à une grande communauté d'industriels et d'artistes.



# Abstract

IMAGE synthesis using computers is a tool used in many industries, from art, video games, cinema to engineering. Especially, efficient light simulations with advanced realism are an efficient tool for prototyping when the study of a virtual mock-up leads to more efficient industrial choices during the conception process.

However, image rendering is a costly process which usually needs many hours of computation depending on the complexity of the involved scenes.

In this thesis, we focus on the complexity inherited from the usage of specular materials, such as mirrors and transparent surfaces. In a Monte Carlo process, these materials are an important source of variance, or noise, and increase the rendering time needed to obtain an image representing complex phenomena such as caustics and reflexions.

We first show the constraints involved by specular materials and propose to relax them, using regularization. We introduce a weighting heuristic allowing efficient trade-off between the biased regularization and the rendering efficiency.

We study the evolution of the bias introduced by regularization, we propose efficient global illuminations algorithms and GPU implementations.

Finally, our work was used inside LuxRender, a community developed rendering engine. This allows our work to be spread among and used by a large community of industrials and artists.



# Définitions et symboles

## Opérateurs mathématiques

Opérateur	Légende
$\int dx$	Intégration selon x
$a \cdot b$	produit scalaire entre $a$ et $b$
$ a $	Valeur absolue de $a$
$\ a\ $	Norme 2 (distance) de $a$
$\propto$	Proportionnelle à
$\prod$	Produit
$\sum$	Somme
$\lim_{x \rightarrow 0}$	Limite

## Acronymes

Acronyme	Définition
PDF	<i>Probability Density Function</i> : densité de probabilité
BSDF	<i>Bidirectional Scattering Distribution Function</i>
BDPT	<i>BiDirectional Path Tracing</i>
MIS	<i>Multiple Importance Sampling</i>
CPU	Processeur
GPU	Processeur graphique
PM	<i>Photon Mapping</i>
PPM	<i>Progressive PM</i>
SPPM	<i>Stochastic PPM</i>
VCM	<i>Vertex Connection and Merging</i>
MLT	<i>Metropolis Light Transport</i>
PSSMLT	<i>Primary Sample Space MLT</i>

## Symboles

Symbole	Légende
$\mathbf{p}_i$	Position du point $i$
$\mathbf{n}_i$	Normal au point $i$
$\mathbf{i}_i$	Rayon incident au point $i$
$\mathbf{s}_i$	Rayon sortant au point $i$
$f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i)$	BSDF, énergie transmise au point $i$ entre les directions $\mathbf{i}$ et $\mathbf{s}$
$\Omega$	Domaine d'intégration générique
$R(\mathbf{i})$	Reflection de $\mathbf{i}$ par rapport à $\mathbf{n}$
$\delta$	Fonction delta de Dirac
$\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_k]$	Chemin de $k$ points
$\Omega_{\bar{\mathbf{x}}}$	Domaine d'intégration des chemins
$\odot$	Pixel de l'image
$I(\odot)$	Énergie en un pixel
$F(\bar{\mathbf{x}})$	Contribution d'un chemin $\bar{\mathbf{x}}$
$L_e(\mathbf{p}_0, \mathbf{s}_0)$	Énergie émise par une source
$W(\mathbf{p}_k, \mathbf{i}_k)$	Sensibilité du capteur
$H(\odot, \mathbf{p}_k)$	Filtrage
$G(\mathbf{p}_i \leftrightarrow \mathbf{p}_{i+1})$	Terme géométrique
$V(\mathbf{p}_i \leftrightarrow \mathbf{p}_{i+1})$	Critère de visibilité
$LDS  * E$	Classification des chemins (section 2.4 page 23)
$\xi_i$	Vecteur de nombres aléatoires $\in [0..1[$
$\xi_i$	Éléments du vecteur $\xi$
$N$	Nombre d'échantillons de Monte-Carlo
$S$	Stratégie d'échantillonnage
$P(\mathbf{p}_{i+1}   (\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i))$	PDF de générer le point $\mathbf{p}_{i+1}$ connaissant $\mathbf{p}_i$ et $\mathbf{i}_i$
$S_{l,e}$	Stratégie bidirectionnelle de $l$ points depuis la source et $e$ points depuis la caméra
$P_{S_{l,e}}(\bar{\mathbf{x}}_i)$	PDF de générer l'échantillon $\bar{\mathbf{x}}_i$ en utilisant la stratégie $S_{l,e}$
$w_{S_{l,e}}(x)$	Pondération associée à une stratégie $S_{l,e}$
$\alpha$	Coefficient de pondération de MIS
$\tilde{\delta}_h$	Régularisation directionnelle de support conique de demi-angle d'ouverture $h$
$\tilde{\delta}_d$	Régularisation spatiale de support sphérique de rayon $d$
$V'$	Critère de proximité
$f'$	BSDF étendue
$f_s$	BSDF spatiale
$\beta$	Coefficient de réduction de support

# Première partie

## Contexte



# Chapitre 1

## Synthèse d'images

“*Que la lumière soit, et la lumière fut.*”

— “*la Genèse*”

### Sommaire

---

<b>1.1 Applications</b> . . . . .	<b>4</b>
1.1.1 Réalisme et crédibilité . . . . .	4
<b>1.2 Valeo Lighting Systems</b> . . . . .	<b>8</b>
<b>1.3 Matériaux spéculaires</b> . . . . .	<b>9</b>
<b>1.4 Plan du document</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>1.5 Contributions</b> . . . . .	<b>13</b>
1.5.1 Régularisation . . . . .	14
1.5.2 Implémentation . . . . .	14

---

L'UN de nos multiples sens<sup>1</sup> est notre capacité à observer la présence de lumière par le biais de notre système visuel<sup>2</sup>.

Cette énergie lumineuse est émise sous forme de photons par une source comme le soleil. Chaque photon est ensuite propagé dans l'espace où il peut subir de nombreuses interactions avec les surfaces, les volumes, *etc.* Une infime fraction de ceux-ci finissent leurs parcours sur un capteur, comme un cône ou un bâtonnet d'un de nos yeux ou le film d'un appareil photo, et contribuent à former une image.

---

<sup>1</sup>Il est couramment accepté que nous avons cinq sens primaires, associés à des sens “secondaires”, comme l'équilibre, la proprioception, le mouvement, *etc.*

<sup>2</sup>Nous pouvons aussi sentir la radiation thermique associée grâce aux capteurs de température situés dans notre peau.

La *synthèse d'images* consiste à comprendre et reproduire les phénomènes produits le long de ces chemins par le biais d'un ordinateur afin de générer des images à partir de scènes virtuelles – souvent modélisées à base de triangles. Une image est une matrice rectangulaire composée de pixels, chacun stockant une information de couleur. Un exemple de synthèse est représenté en figure 1.1 page suivante.

## 1.1 Applications

Les applications sont variées, de la création purement artistique à l'ingénierie, et correspondent à un contexte et des contraintes différentes concernant la qualité, ou réalisme, et le temps de mise en œuvre.

Ainsi, il existe des images de synthèse n'ayant aucune prétention de réalisme, comme pour le dessin animé. À l'inverse, le réalisme est un critère important dans des domaines comme les jeux vidéos ou le cinéma où le joueur/spectateur doit se sentir immergé et être convaincu par l'image visualisée. Cependant, pousser le réalisme au maximum n'est pas une priorité pour ces industries qui peuvent se contenter d'une image convaincante, comme illustré en figure 1.2 page 6.

Très souvent, le temps de calcul est une des contraintes les plus importantes, dictant ainsi le niveau de qualité pouvant être obtenu pour un budget fixé.

Un jeu vidéo, dont les images sont calculées pendant l'exécution du jeu, doit pouvoir tourner à plus de 30 images par secondes. Ainsi chaque image doit pouvoir être générée en moins de  $30ms^3$ . Dans le milieu du cinéma, un film de 2 heures en stéréoscopie contient 345600 images. Un temps de rendu d'une minute par image représente 240 jours de rendu.

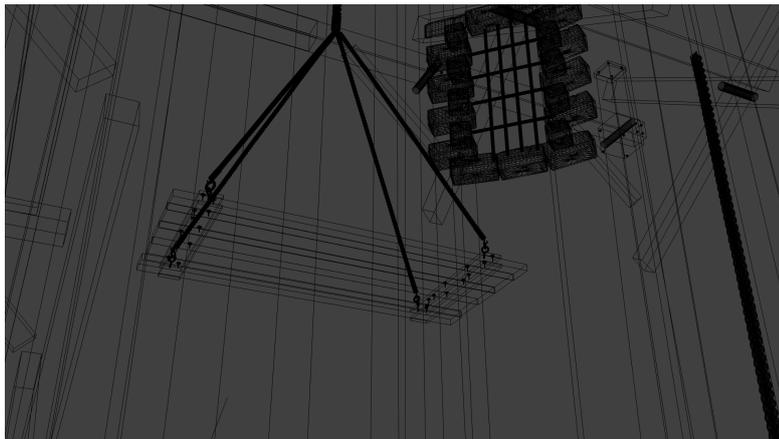
Ainsi, un studio de jeu vidéo va chercher toutes les solutions possibles pour réduire ses temps de calcul, au détriment parfois du réalisme. Pour un studio de cinéma, il est toujours possible d'augmenter les ressources de calcul pour diminuer le temps, et ainsi celui-ci doit faire un compromis entre qualité et coût de production.

### 1.1.1 Réalisme et crédibilité

Le résultat d'un rendu peut être plus ou moins réaliste jusqu'au point où il est difficile de distinguer une image de synthèse d'une image réelle comme montré en figure 1.3 page 7.

---

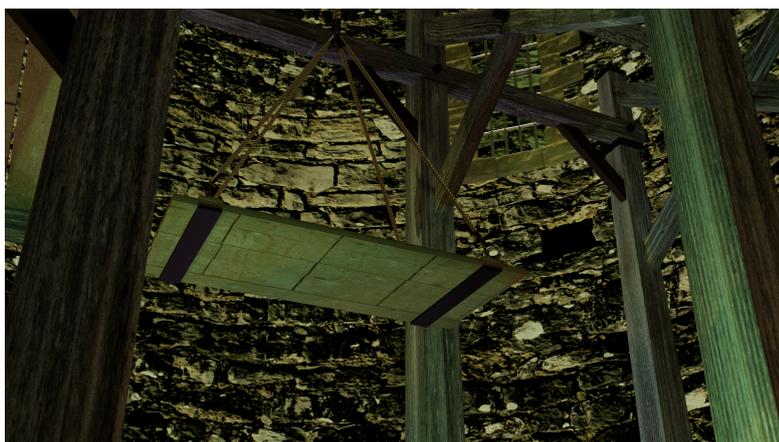
<sup>3</sup>Cela sans compter que les ressources de calcul ne sont pas exclusivement dédiées au rendu des images, ainsi en réalité il faut aller encore plus vite.



(a) Géométrie



(b) Rendu simple



(c) Rendu complexe

FIGURE 1.1 – *Différents types de rendus* – Cette scène d'un moulin est visualisée en utilisant différentes méthodes de rendu. (a) met en évidence la géométrie de la scène, sous forme de triangles et plans. (b) est un rendu haute performance réalisé en quelques millisecondes tandis que (c) est un rendu de haute qualité réalisé en plusieurs minutes de calcul. Scène du moulin par Myriam DESCLEVES et Axel TEYSSIER.



(a) Jeu vidéo



(b) Rendu non réaliste



(c) Rendu crédible

FIGURE 1.2 – *Différents types de réalismes* – (a) représente une image de jeu vidéo, peu réaliste. (b) représente un rendu non réaliste où l'artiste s'exprime en proposant de nouvelles lois pour le comportement de la lumière. (c) est tirée d'un film où la crédibilité est capitale, mais où il est encore possible de jouer avec le réalisme. Images fournies par (a) Valley, UNIGINE ([unigine.com](http://unigine.com)) – (b) Big Buck Bunny, Blender Foundation ([www.blender.org](http://www.blender.org)) – (c) Prime Focus World (<http://primefocusworld.com>).

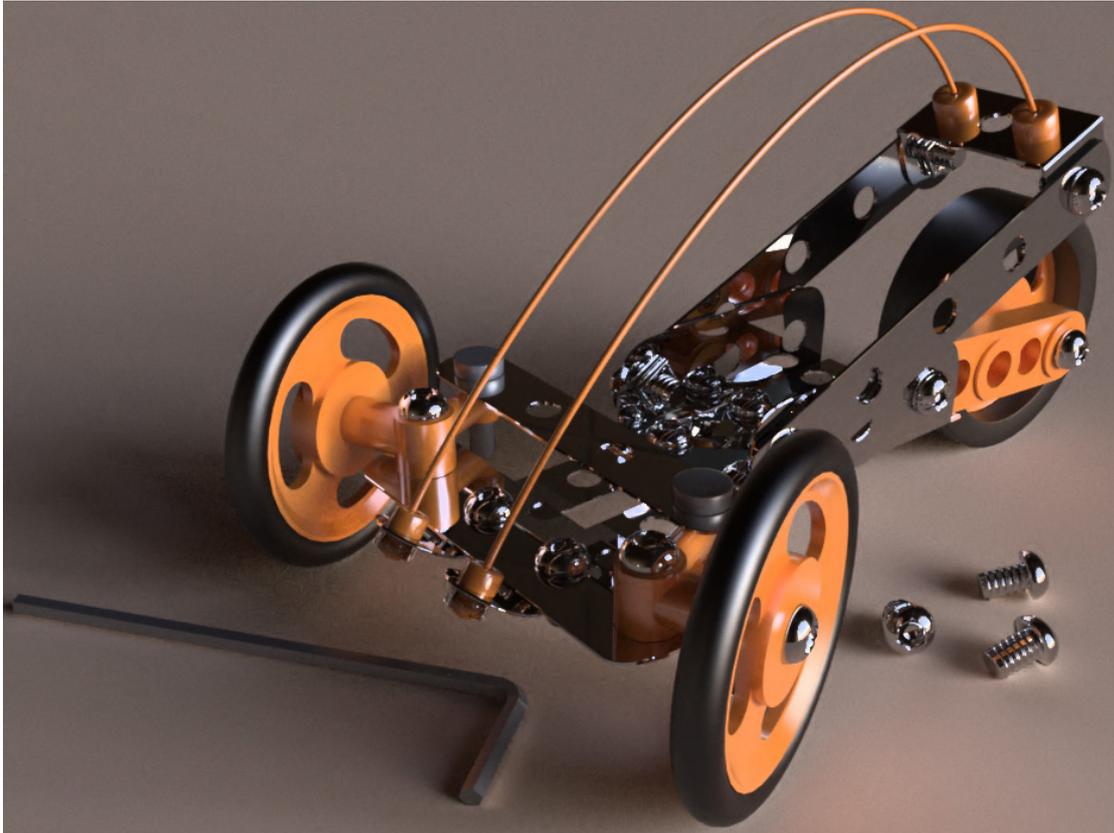


FIGURE 1.3 – *Image réaliste* – Cette image, proche d'une photo, est réalisée à partir d'une scène de mécano totalement virtuelle. Phillip BEAUCHAMP – Réalisé avec LuxRender.

Cependant il convient de faire la distinction entre les images crédibles, où un artiste aura utilisé ses compétences au service du réalisme, et une image *physiquement réaliste*, dans lequel le processus de la synthèse d'image essaie de simuler les phénomènes naturels d'éclairage de la façon la plus semblable aux lois de la physique. Un artiste peut toujours tricher pour obtenir un résultat satisfaisant, tandis qu'un outil de synthèse physiquement réaliste se doit de donner un résultat identique à la réalité.

## 1.2 *Valeo Lighting Systems*

De nombreux industriels se servent d'images de synthèse pour prédire l'aspect d'un produit et cela bien avant d'en avoir un prototype concret. Cette thèse se situe dans ce contexte industriel où *Valeo Lighting Systems*, fournisseur d'équipement automobile, se sert de prototypes virtuels dans son processus de conception de produits tels que des phares (voir figure 1.4).



FIGURE 1.4 – *Prototype virtuel d'un produit Valeo* – Ce produit, phare arrière de voiture, est composé de nombreux phénomènes optiques à simuler. En premier lieu, le produit reflète l'environnement. En second lieu, différents types d'éclairage (feu stop, feu de recul, feu de signal) sont chacun associés à un visuel différent. La somme de ces phénomènes donne l'aspect global du produit.

Valeo utilise ces simulations dans deux objectifs. En premier lieu, obtenir rapidement une visualisation de leurs produits leur permet un dialogue plus efficace avec leurs clients qui peuvent critiquer les propositions de design. En second lieu,

la simulation permet de valider le fonctionnement du produit avant la conception d'un prototype réel, permettant de réduire les coûts de production puisque la réalisation d'un prototype est très longue et coûteuse.

### 1.3 Matériaux spéculaires

Le prototype virtuel se doit d'être le plus fidèle à la réalité, car des décisions de productions sont basées sur celui-ci. Or, ce réalisme à un coût de temps de calcul. Dans le cas particulier de Valeo, leurs produits sont éclairés par de petites sources de lumière (LED ou filaments) et sont composés presque exclusivement de surfaces spéculaires comme les miroirs ou les surfaces transparentes. La combinaison de ces sources et surfaces est connue pour réaliser d'intéressants phénomènes optiques, les caustiques (voir exemple figure 1.5), particulièrement difficiles à simuler.

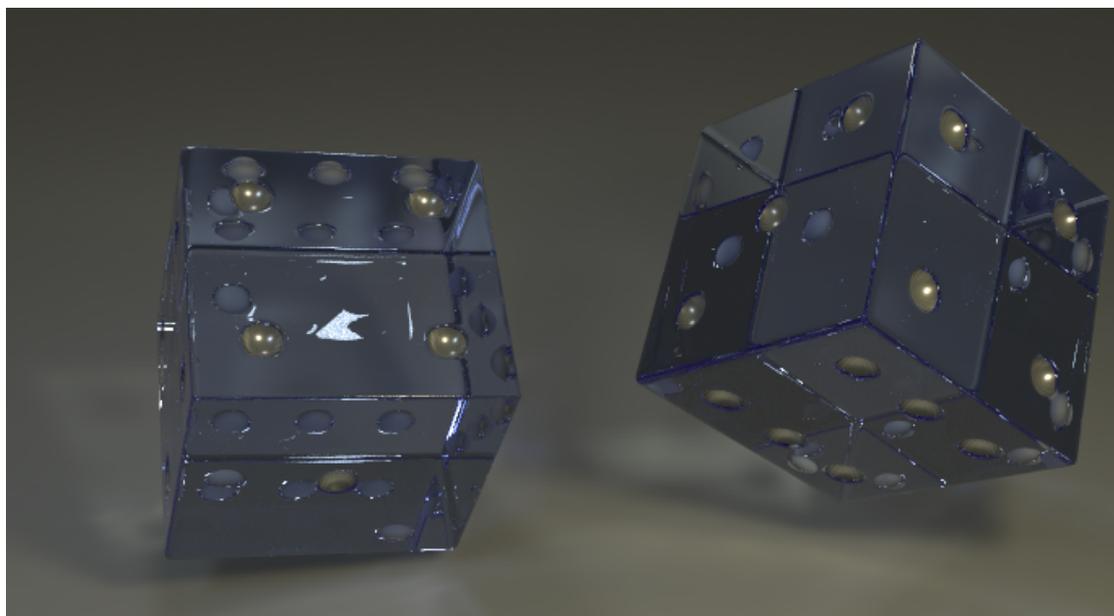


FIGURE 1.5 – *Exemple de caustiques de synthèse* – Ces dés en verre génèrent de nombreuses caustiques, ou zones de focalisation de la lumière. Celles-ci apparaissent projetées sur le sol ou observées directement à travers le verre.

Dans cette thèse, nous nous sommes focalisés sur l'amélioration des performances du rendu des caustiques. Au début de notre travail, il existait des algorithmes capables de simuler correctement ces phénomènes, mais aucun n'était capable de

le faire dans un temps satisfaisant. Bien que nous nous soyons focalisés sur les problématiques de Valeo, nos contributions trouvent des applications dans tous les domaines de la synthèse d'image où les matériaux spéculaires, miroirs et surfaces transparentes, sont présents.

Nous distinguons les matériaux impliqués dans la modélisation d'une scène selon qu'ils sont parfaitement *spéculaires* ou non. Les matériaux dits spéculaires ont un comportement très directionnel, la lumière s'y propage dans une direction privilégiée. Il s'agit des miroirs ou du verre alors qu'à l'opposé, les matériaux *diffus* transmettent la lumière dans toutes les directions au-dessus de la surface. La figure 1.6 page ci-contre est un exemple de ces différences.

Les matériaux spéculaires sont présents dans la nature, l'exemple le plus simple étant l'eau. Mais on les retrouve principalement dans les objets manufacturés présents dans notre vie. Ceux-ci exhibent des comportements spéculaires pouvant former des phénomènes captivants<sup>4</sup> – boule de cristal, boule disco, chandeliers, jeux de miroirs, *etc.* De plus, ces matériaux spéculaires sont présents dans de nombreux outils essentiels de notre société – vitres, télescopes, lentilles de caméras, fibre optique, phares de voitures et lampes de poche, *etc.*

Pour avoir une intuition de pourquoi la simulation de ce type de matériaux est difficile, nous pouvons donner deux exemples dans cette introduction.

En premier lieu, les surfaces miroirs et transparentes génèrent un signal lumineux qui varie très rapidement. Ainsi, une petite variation des conditions d'éclairage des matériaux spéculaires va générer une grande variation du résultat. À l'opposé, en présence de matériaux diffus, il faudra une grande variation pour provoquer un changement comme montré en figure 1.7 page 12.

En second lieu, à chaque surface transparente, un unique rayon se décompose en deux sous rayons, la réflexion et la réfraction. Ce phénomène peut se répéter sans perte d'énergie générant ainsi une hiérarchie de rayons. À l'inverse, les surfaces diffuses ont tendance à absorber l'énergie et celle-ci est atténuée en peu d'interactions, voir figure 1.8 page 12.

---

<sup>4</sup>Qui n'a jamais joué avec son verre afin de former d'artistiques motifs de lumière?



FIGURE 1.6 – *Exemples de matériaux* – Cette scène réelle contient différents types de matériaux. Le verre est transparent, très spéculaire, et ainsi génère une caustique sur le sol. Le liquide vert est un matériel transparent, mais contrairement au verre, il absorbe beaucoup la lumière ainsi on voit peu à travers, mais le reflet à la surface est prononcé. Le disque argenté est spéculaire miroir. Le crocodile en bois est principalement diffus et réfléchit la lumière dans toutes les directions, mais là où le verni est encore présent, il est très réfléchissant et provoque des reflets marqués. Le monstre en caoutchouc est très diffus et ne provoque aucun reflet. La surface de support mélange plusieurs comportements.

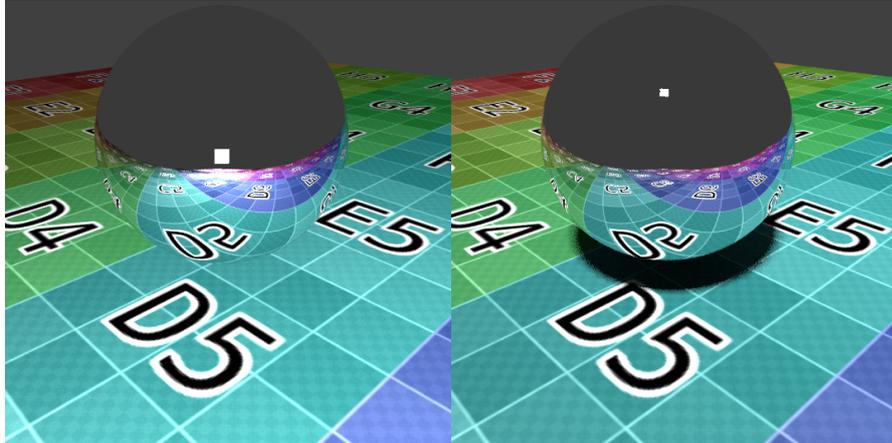


FIGURE 1.7 – *Variation haute fréquence* – Entre les deux images, seule la source de lumière est déplacée. Ceci provoque peu de changements sur l'éclairage diffus de la texture colorées. Cependant, le reflet dans la sphère change beaucoup, car il reproduit fidèlement la position de la source de lumière.

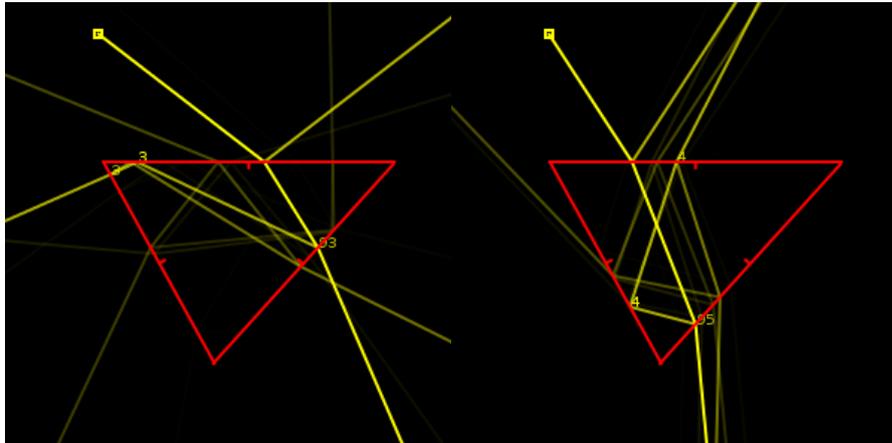


FIGURE 1.8 – *Haute combinatoire* – Trajectoire de la lumière en provenance du carré jaune et passant à travers un prisme en rouge. Dans les deux cas, où seul l'angle d'incidence change, on observe que le nombre de rayons augmente exponentiellement au fur et à mesure des interactions avec le prisme. Comme en figure 1.7, on observe qu'une petite variation dans l'angle d'incidence initial génère une hiérarchie totalement différente. La quantité d'énergie atténuée est représentée par la variation de jaune.

## 1.4 Plan du document

Ce document est organisé de la façon suivante.

Dans la partie [I](#) page [1](#), nous situons le contexte de notre travail.

Tout particulièrement, dans le chapitre [2](#) page [17](#), nous présentons l'équation de rendu, qui modélise les interactions lumineuses au sein d'une scène. Le chapitre [3](#) page [25](#) détaille les méthodes utilisées pour résoudre l'équation de rendu, en insistant sur la méthode numérique de Monte-Carlo, capable d'exploiter plusieurs stratégies pour échantillonner des chemins lumineux. Cette partie se conclue sur le chapitre [4](#) page [35](#) où nous discutons les limitations des méthodes de Monte-Carlo et introduisons différentes heuristiques visant à améliorer la vitesse de convergence des algorithmes, principalement *Multiple Importance Sampling*.

La seconde partie [II](#) page [43](#) détaille le principe de régularisation.

Dans le chapitre [5](#) page [45](#), nous présentons la régularisation, qui est un assouplissement des contraintes, souvent exploitée dans le contexte de Monte-Carlo. Après avoir présenté des cas d'applications connus, nous détaillons notre contribution principale, la régularisation directionnelle. Dans le chapitre [6](#) page [63](#), nous mettons en pratique notre contribution.

La partie [III](#) page [83](#) détaille une partie plus technique de notre travail.

Le chapitre [7](#) page [85](#) présente notre contribution au logiciel libre LuxRender, dans lequel nous avons implémenté et diffusé une partie importante de l'état de l'art. Le chapitre [8](#) page [101](#) détaille une implémentation GPU interactive de visualisation de champ de luminance, utilisée pour observer en temps réel le comportement lumineux sur des prototypes de phares. Finalement le chapitre [9](#) page [113](#) détaille des méthodes de calcul de pondération de *Multiple Importance Sampling*, dans un contexte visant la simplicité.

Finalement, la partie [IV](#) page [117](#) conclut ce travail sur des perspectives.

Pour alléger le document, certains éléments ont trouvé leur place en annexe. L'annexe [A](#) page [127](#) présente l'équation de rendu sous sa forme directionnelle, l'annexe [B](#) page [129](#) précises des concepts sur l'intégration de Monte-Carlo et l'annexe [C](#) page [135](#) donne des résultats supplémentaires.

## 1.5 Contributions

Nos travaux sont disséminés dans la littérature sous la forme de contributions réparties en deux catégories.

### 1.5.1 Régularisation

En premier lieu, nous avons proposé une régularisation des surfaces spéculaires dans le cas de la simulation de phare de voiture [4] lors d'une conférence industrielle *ILISIS 2012*. Cette méthode permet une simulation plus efficace des scènes très spéculaires, comme les phares, et une implémentation interactive d'un outil de visualisation.

Puis, nous avons intégré cette régularisation dans un contexte de *Multiple Importance Sampling* [5], publié à *SIGGRAPH ASIA 2013*, afin d'améliorer les temps de convergence de tout type de rendu impliquant des surfaces spéculaires.

### 1.5.2 Implémentation

Nos travaux d'implémentation ont été publiés librement sous licence GPL dans le logiciel *LuxRender* [8] et ont fait l'objet d'une présentation orale à *SIGGRAPH 2012* dans le cadre d'un cours sur les méthodes de rendu [26].

## Références

- [4] Guillaume BOUCHARD, JC IEHL, V. OSTROMOUKHOV, B. PÉROCHE, S. ALBIN, R. GUENEGOU et C. USON. “Specular BSDF Approximation for Efficient Specular Scene Rendering”. In : *International Light Simulation Symposium 2012*. Steinbeis Transfer Center Applied Lighting Technology. 2012, p. 217–231 (cf. p. 14).
- [5] Guillaume BOUCHARD, Jean-Claude IEHL, Victor OSTROMOUKHOV et Pierre POULIN. “Improving Robustness of Monte-Carlo Global Illumination with Directional Regularization”. In : *SIGGRAPH-ASIA*. Sous la dir. d'ACM. Déc. 2013, 22 :1–22 :4. DOI : [10.1145/2542355.2542383](https://doi.org/10.1145/2542355.2542383). URL : <http://liris.cnrs.fr/publis/?id=6352> (cf. p. 14).
- [8] LuxRender COMMUNITY. *LuxRender*. <http://luxrender.net>. 2008 (cf. p. 14, 78, 85, 115).
- [26] Toshiya HACHISUKA, Wojciech JAROSZ, Guillaume BOUCHARD, Per CHRISTENSEN, Jeppe Revall FRISVAD, Wenzel JAKOB, Henrik Wann JENSEN, Michael KASCHALK, Claude KNAUS, Andrew SELLE et Ben SPENCER. “State of the art in photon density estimation”. In : *ACM SIGGRAPH 2012 Courses*. SIGGRAPH '12. Los Angeles, California : ACM, 2012, 6 :1–6 :469. ISBN : 978-1-4503-1678-1. DOI : [10.1145/2343483.2343489](https://doi.org/10.1145/2343483.2343489). URL : <http://doi.acm.org/10.1145/2343483.2343489> (cf. p. 14, 88).

**Détails de rédaction** Ce document est rédigé en français, cependant certains mots et concepts techniques conservent leur nomenclature d'origine. Nous n'avons pas voulu nous risquer au jeu de la traduction dans un contexte où les termes originaux sont connus de tous dans notre communauté, alors qu'il n'existe pas de consensus concernant une version française de ceux-ci.

Ces mots, comme *Shader*, *Photon Mapping*, *etc.* sont traités comme des noms propres et apparaissent en gras avec une majuscule.



# Chapitre 2

## Bases du rendu

*“Il semble que la perfection soit atteinte, non quand il n’y a plus rien à ajouter mais quand il n’y a plus rien à retrancher.”*

— Antoine de Saint-Exupéry  
“*Terre des hommes*”

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>BSDF</b>	<b>18</b>
2.1.1	Contraintes	18
2.1.2	Nomenclature	19
<b>2.2</b>	<b>L’équation du rendu</b>	<b>21</b>
<b>2.3</b>	<b>Fonction de contribution</b>	<b>22</b>
<b>2.4</b>	<b>Classification des chemins</b>	<b>23</b>
<b>2.5</b>	<b>Radiométrie</b>	<b>23</b>

---

Nous allons détailler l’équation du rendu, qui formalise le problème de la synthèse d’images. Mais avant de nous intéresser au comportement global de la lumière, nous allons détailler un comportement local, la transmission de la lumière par une surface rencontrée lors de son trajet. Ce comportement est modélisé par une *Bidirectional Scattering Distribution Function* (BSDF).

## 2.1 BSDF

La BSDF  $f$  est une fonction définie en tout point  $\mathbf{p}_i$  d'une surface. Celle-ci associe à une direction incidente  $\mathbf{i}_i$  et sortante  $\mathbf{s}_i$  une proportion d'énergie transmise  $f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i)$  – voir figure 2.1.

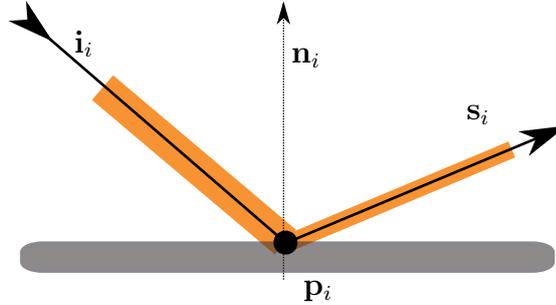


FIGURE 2.1 – Représentation d'une BSDF – Soit un rayon incident en  $\mathbf{p}_i$  provenant de la direction  $\mathbf{s}_i$  et portant une quantité d'énergie représentée par la largeur du rectangle orange. La BSDF représente la proportion de cette énergie transmise dans une nouvelle direction  $\mathbf{s}_i$ . Ici  $f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i) \approx .5$ , ce qui ne signifie pas forcément que 50% de l'énergie a été absorbé par la surface : il est probable que l'énergie incidente en  $\mathbf{i}_i$  soit transmise dans un ensemble (continu ou discret) de directions dont  $\mathbf{s}_i$  fait partie.  $\mathbf{n}_i$  représente la normale à la surface.

### 2.1.1 Contraintes

Une BSDF peut prendre n'importe quelle valeur – on peut imaginer une BSDF à valeurs négatives, cependant pour obtenir un résultat susceptible de modéliser la réalité, celle-ci doit suivre plusieurs règles.

**Conservation de l'énergie** Une surface ne doit pas créer d'énergie et se limitera à transférer ou absorber l'énergie incidente. Ainsi :

$$\int_{\Omega} f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i) |\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{s}_i| d\mathbf{s}_i \leq 1. \quad (2.1)$$

Avec  $\Omega$  correspondant respectivement à la sphère ou l'hémisphère des directions incidentes suivant que la surface soit transparente ou non<sup>1</sup>. Le terme  $|\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{s}_i|$  a trait au facteur géométrique et est détaillé en équation (2.9) page 22.

<sup>1</sup>Nous classifions comme transparente toute surface qui laisse de la lumière passer à travers. Par la suite, nous distinguerons la transparence directionnelle, comme les vitres, de la transparence diffuse, comme dans le cas d'une feuille de papier.

**Réciprocité** Une surface doit obéir à la loi de *réciprocité* où les directions incidentes et sortantes sont mutuellement réciproques, soit :

$$f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i) = f(\mathbf{p}_i, \mathbf{s}_i, \mathbf{i}_i) \quad (2.2)$$

VEACH [54] détaille les critères et les cas particuliers de cette règle, notamment concernant le traitement des surfaces aux normales perturbées et les surfaces transparentes spéculaires.

### 2.1.2 Nomenclature

Nous classifions les comportements des matériaux en trois catégories en fonction de la façon dont ceux-ci transmettent la lumière incidente. La figure 2.2 explicite les comportements non directionnel (*diffus*), faiblement directionnel (*glossy*) et parfaitement directionnel (*spéculaires*). La figure 2.3 page suivante expose ces différents comportements dans une scène.

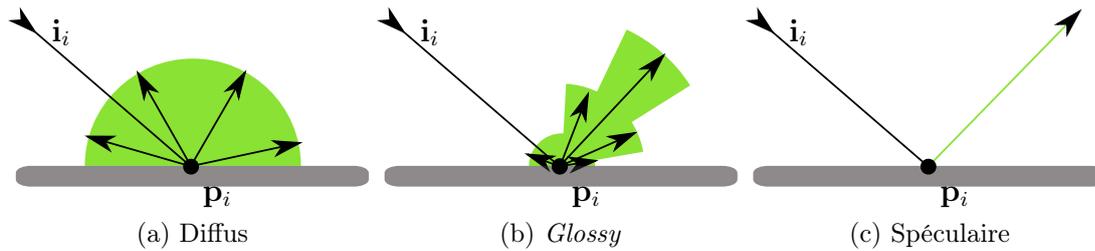
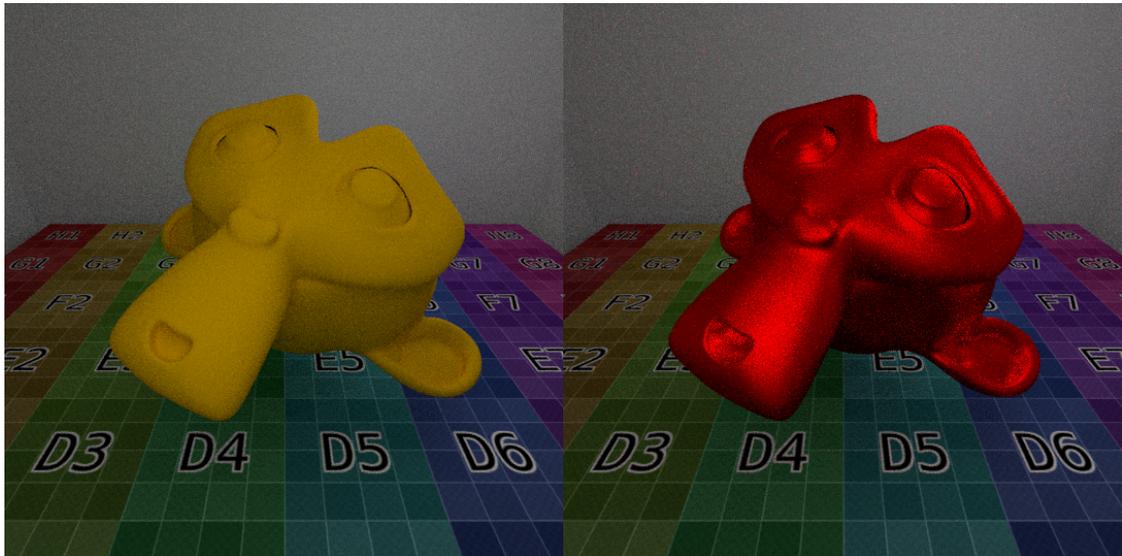


FIGURE 2.2 – Nomenclature des matériaux – En fonction de la répartition directionnelle de l'énergie transmise, une surface est qualifiée en tant que diffus, glossy ou spéculaire. Les matériaux spéculaires (c) sont particuliers, car l'énergie est transmise dans une ou plusieurs directions ponctuelles contrairement aux matériaux diffus (a) ou glossy (b) qui transmettent l'énergie dans un ensemble continu de directions.

Les définitions suivantes sont données à un facteur de normalisation près visant à satisfaire la condition de conservation de l'énergie équation (2.1) page 18.

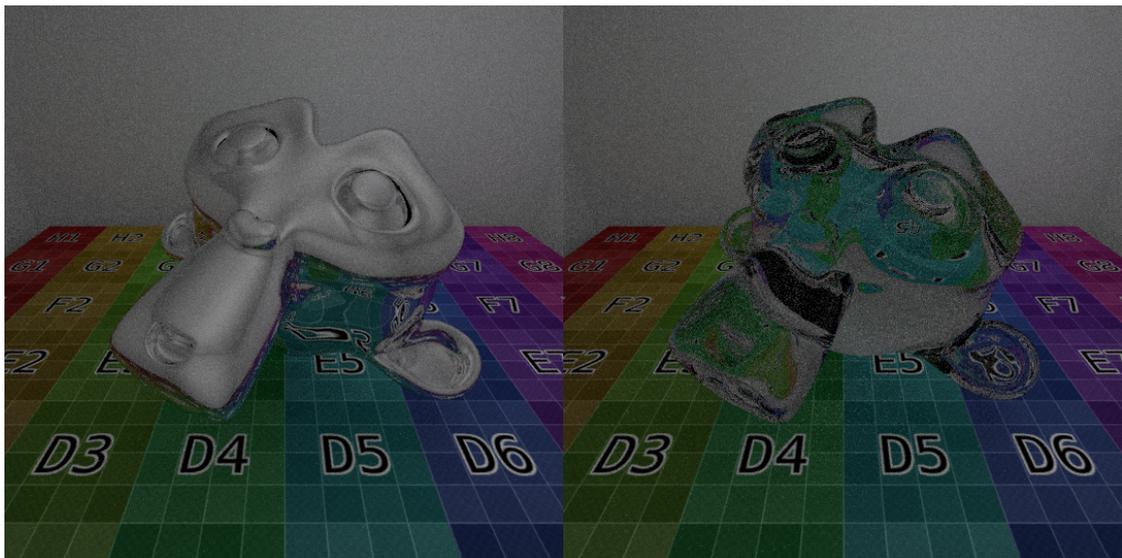
**Diffus** Les matériaux diffus réfléchissent la lumière reçue de façon équivalente dans toutes les directions. Ils génèrent peu de reflets et sont associés à une BSDF constante :

$$f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i) \propto 1 \quad (2.3)$$



(a) Diffus

(b) Glossy



(c) Spéculaire

(d) Spéculaire (transparent)

FIGURE 2.3 – Exemples de matériaux – On observe différents types de comportements directionnels. Les matériaux diffus (a) et glossy (b) sont peu directionnels. Les miroirs (c) et le verre (d) ne transfèrent la lumière que dans une direction particulière. Ainsi, certains matériaux peuvent avoir un comportement plus ou moins directionnel et certains peuvent exposer plusieurs comportements.

**Glossy** Ces matériaux réfléchissent la lumière reçue en privilégiant une direction particulière, généralement la direction du miroir parfait. Cependant la lumière est diffusée autour de la direction privilégiée, générant ainsi un reflet plus ou moins concentré. La BSDF associée est proportionnelle à l'angle entre la direction de reflet principal  $R(\mathbf{i}_i)$  et la direction de transmission  $\mathbf{s}_i$  :

$$f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i) \propto \frac{1}{\widehat{R(\mathbf{i}_i)\mathbf{s}_i}} \quad (2.4)$$

**Spéculaire** Les matériaux spéculaires réfléchissent la lumière dans une unique direction particulière, comme les miroirs ou les vitres. Cette définition inclut une singularité sous la forme d'une fonction de Dirac :

$$f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i) \propto \frac{\delta(R(\mathbf{i}_i) - \mathbf{s}_i)}{|\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{s}_i|}. \quad (2.5)$$

Ici le terme  $|\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{s}_i|$  est nécessaire pour satisfaire à l'équation (2.1) page 18.

## 2.2 L'équation du rendu

KAJIYA [35] propose l'équation du rendu, qui lie le comportement local de la lumière, la BSDF, à son comportement global. Nous détaillons cette équation dans l'annexe A page 127. Dans cette section, nous préférons la formulation sur les chemins proposés par VEACH [55] où la quantité d'énergie reçue en un point particulier est égale à la somme des contributions énergétiques de tous les chemins reliant une source de lumière à ce point.

Soit un chemin  $\bar{\mathbf{x}}$  appartenant à  $\Omega_{\bar{\mathbf{x}}}$  l'ensemble des chemins.  $\bar{\mathbf{x}}$  est composé de  $k$  points  $\mathbf{p}_i$ , situés sur les surfaces de la scène, et ordonnés tel que  $\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_k]$ .

$$I(\odot) = \int_{\bar{\mathbf{x}} \in \Omega_{\bar{\mathbf{x}}}} F(\odot, \bar{\mathbf{x}}) d\mu(\bar{\mathbf{x}}) \quad (2.6)$$

avec  $I(\odot)$  la quantité d'énergie reçue par un pixel  $\odot$  de l'écran,  $F(\odot, \bar{\mathbf{x}})$  une fonction représentant la contribution de ce chemin au pixel  $\odot$  et  $\mu(\bar{\mathbf{x}})$  la mesure sur l'espace des chemins  $\Omega_{\bar{\mathbf{x}}}$  :

$$\mu(\bar{\mathbf{x}}) = \prod_{i=1}^k d\mathbf{p}_i. \quad (2.7)$$

## 2.3 Fonction de contribution

La fonction de contribution  $F(\odot, \bar{\mathbf{x}})$ , qui associe à un chemin  $\bar{\mathbf{x}} = [p_1, \dots, p_k]$  sa contribution à un pixel  $\odot$ , est définie par de nombreux termes :

$$F(\odot, \bar{\mathbf{x}}) = L_e(\mathbf{p}_1, \mathbf{s}_1) \quad (2.8a)$$

$$\times \prod_{i=2}^{k-1} f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i) \quad (2.8b)$$

$$\times \prod_{i=1}^{k-1} G(\mathbf{p}_i \leftrightarrow \mathbf{p}_{i+1}) V(\mathbf{p}_i \leftrightarrow \mathbf{p}_{i+1}) \quad (2.8c)$$

$$\times W(\mathbf{p}_k, \mathbf{i}_k) H(\odot, \mathbf{p}_k). \quad (2.8d)$$

**Émission** (équation (2.8a))  $L_e(\mathbf{p}_1, \mathbf{s}_1)$ , représente la quantité de lumière émise par une source en un point  $\mathbf{p}_1$  en direction  $\mathbf{s}_1$  d'un point  $\mathbf{p}_2$ .

**Transmission** (équation (2.8b)) à chaque surface rencontrée, une partie de l'énergie est transmise par la BSDF  $f$  sur la suite du chemin.

**Propagation** (équation (2.8c)) entre deux points  $\mathbf{p}_i$  et  $\mathbf{p}_{i+1}$ , la contribution lumineuse est atténuée par le terme géométrique  $G$  :

$$G(\mathbf{p}_i \leftrightarrow \mathbf{p}_{i+1}) = \frac{|\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{s}_i| |\mathbf{n}_{i+1} \cdot \mathbf{i}_{i+1}|}{\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i+1}\|^2}. \quad (2.9)$$

Ce terme représente l'atténuation liée à la distance entre les deux points  $\mathbf{p}_i$  et  $\mathbf{p}_{i+1}$  ainsi que l'atténuation liée à l'angle d'incidence entre le rayon lumineux et les normales aux surfaces aux points  $\mathbf{p}_i$  et  $\mathbf{p}_{i+1}$ . Cette atténuation est complétée par un test de visibilité entre les deux points, défini par la fonction binaire  $V$  :

$$V(\mathbf{p}_i \leftrightarrow \mathbf{p}_{i+1}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{p}_i \text{ et } \mathbf{p}_{i+1} \text{ sont mutuellement visibles,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2.10)$$

**Sensibilité** (équation (2.8d)) le terme  $W(\mathbf{p}_k, \mathbf{i}_k)$ , représente la sensibilité du capteur au point  $\mathbf{p}_k$ . Pour finir, la fonction  $H(\odot, \mathbf{p}_k)$  associe un point sur le capteur à un pixel de l'image. Cette association est un problème complexe de reconstruction du signal détaillé par MITCHELL et HANRAHAN [44].

## 2.4 Classification des chemins

Ce travail s'articule autour de la présence d'interactions spéculaires au sein d'un chemin lumineux. Ainsi il est important de pouvoir classifier les différents types de chemins selon qu'ils incluent ou non des interactions spéculaires et selon la position de celles-ci au sein du chemin.

La classification de HECKBERT [28], plus tard étendue par VEACH [55] propose de représenter les différents types de chemins par une expression régulière associant une lettre par point du chemin en fonction du type d'interaction, spéculaire  $S$  ou diffus  $D$  (et *glossy*). Un sous-chemin comprenant trois points, un diffus entouré de trois spéculaires, sera noté  $SDS$ .

Les extrémités du chemin sont représentées par une lettre caractérisant leur type,  $E$  pour le capteur et  $L$  pour la source de lumière et deux lettres caractérisant leur nature surfacique et directionnelle. Une source multi-directionnelle surfacique sera notée  $LDD$ , tandis qu'une source ponctuelle sera notée  $LSD$  et de façon similaire, un capteur surfacique ponctuel – comme une caméra parfaite – sera noté  $DSE$ .

Cette notation peut être étendue pour représenter des familles de chemins. Par exemple,  $*DD*$  représente tout chemin ayant au moins deux points diffus contigus et  $LDD(D|S)DSE$  représente un chemin entre une source de lumière surfacique ( $LDD$ ) et une caméra parfaite ( $DSE$ ) reliées par un point de nature diffuse ou spéculaire ( $(D|S)$ ).

## 2.5 Radiométrie

L'énergie  $E$  émise par une source est mesurée en watt (W). Celle-ci ayant une surface finie, elle irradie son énergie dans un ensemble de directions fini – les lampes ponctuelles ou parfaitement directionnelles étant des cas particuliers n'existant pas dans la nature.

Ainsi, le terme  $L_e(\mathbf{p}_1, \mathbf{s}_1)$  qui représente l'énergie émise par un point d'une source de lumière dans une direction particulière s'exprime en watt par mètres carrés par stéradian – l'unité d'angle solide – ( $\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}$ ). On appelle cette unité la *luminance*. L'intégration de la luminance sur la surface et dans toutes les directions nous redonne  $E$  :

$$E = \int_{\mathbf{s}_1 \in \Omega} \int_{\mathbf{p}_1 \in S} L(\mathbf{p}_1, \mathbf{s}_1) d\mathbf{p}_1 d\mathbf{s}_1 \quad (2.11)$$

avec  $\Omega$  l'hémisphère des directions au-dessus de la source et  $S$  la surface de la source.



# Chapitre 3

## Échantillonnage

*“Why do I want to climb Mount Everest?  
Because it’s there.”*

— George Mallory

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Intégration numérique</b>	<b>26</b>
<b>3.2</b>	<b>Stratégie d’échantillonnage</b>	<b>27</b>
<b>3.3</b>	<b>Échantillonnage unidirectionnel itératif</b>	<b>27</b>
<b>3.4</b>	<b>Autres stratégies</b>	<b>29</b>
3.4.1	Principe de réciprocité	29
3.4.2	Calcul de la PDF	29
<b>3.5</b>	<b>Metropolis Light Transport</b>	<b>31</b>
<b>3.6</b>	<b>Méthodes analytiques</b>	<b>32</b>

---

DANS le chapitre précédent, nous avons détaillé les équations à résoudre pour calculer une image.

Cependant, l’équation de rendu, équation (2.6) page 21, introduit des termes complexes et des fonctions discontinues, comme la fonction de visibilité. Il est difficile, voire impossible, de trouver une solution analytique, car cela reviendrait à évaluer la primitive de  $F$ , équation (2.8) page 22.

Il est possible de simplifier l’expression de  $F$ . On peut par exemple se contenter de chemins du lumière de courte longueur (WHITTED [62]) ou de scènes avec des

géométries définies implicitement. Les travaux de MITCHELL et HANRAHAN [44] et WALTER, ZHAO, HOLZSCHUCH, BALA et al. [60] exploitent ces simplifications pour évaluer analytiquement des parties ou l'intégralité de  $F$ . Cependant, ces travaux sont limités à des cas particuliers.

### 3.1 Intégration numérique

Nous utilisons la méthode d'intégration numérique de Monte-Carlo permettant d'exprimer l'intégrale de rendu, équation (2.6) page 21, sous la forme d'une somme de termes discrets :

$$I(\odot) = \int_{\Omega_{\bar{\mathbf{x}}}} F(\odot, \bar{\mathbf{x}}) d\mu(\bar{\mathbf{x}}) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{F(\odot, \bar{\mathbf{x}}_i)}{P(\bar{\mathbf{x}}_i)} \quad (3.1)$$

avec  $\bar{\mathbf{x}}_i$  un chemin de lumière présent dans la scène et échantillonné suivant une stratégie proportionnellement à une PDF  $P(\bar{\mathbf{x}}_i)$ .

Lors de la propagation, une structure accélératrice comme le *Quad Bounding Volume Hierarchies* (QBVH), DAMMERTZ, HANIKA et KELLER [9], permet de calculer efficacement le terme de visibilité  $V$  et ainsi de diminuer le temps de calcul.

Ainsi la problématique de la synthèse d'une image se résume à trouver une stratégie d'échantillonnage permettant de générer les échantillons  $\bar{\mathbf{x}}_i$ . Dans l'annexe B page 129, nous détaillons l'approximation de l'équation (3.1) et expliquons pourquoi la qualité de celle-ci est liée au nombre d'échantillons  $N$  et à la stratégie d'échantillonnage. À un nombre  $N \neq \infty$ , la qualité du résultat dépend de la stratégie d'échantillonnage choisie. Si la stratégie n'est pas efficace, où que le nombre d'échantillons n'est pas suffisant, une erreur dans le résultat se manifeste sous la forme de bruit ou de biais, illustrés figure 3.1 page ci-contre.

Il est possible d'augmenter le nombre d'échantillons  $N$ , mais cela augmente directement le temps de calcul. Il est ainsi préférable de trouver une stratégie plus efficace permettant ainsi d'obtenir un résultat de meilleure qualité – moins bruité ou avec moins d'erreur – dans un temps réduit. Dans ce chapitre nous détaillons les stratégies classiques tandis que le chapitre 4 page 35 explique les limitations de ces stratégies et comment combiner celles-ci afin d'obtenir un résultat satisfaisant avec un nombre d'échantillons limité.

Nous nous intéresserons aux stratégies capables de générer des échantillons  $\bar{\mathbf{x}}_i$  tel que  $F(\bar{\mathbf{x}}_i) \neq 0$ . En effet, une stratégie naïve peut générer des échantillons inutiles, réduisant l'efficacité de la méthode.

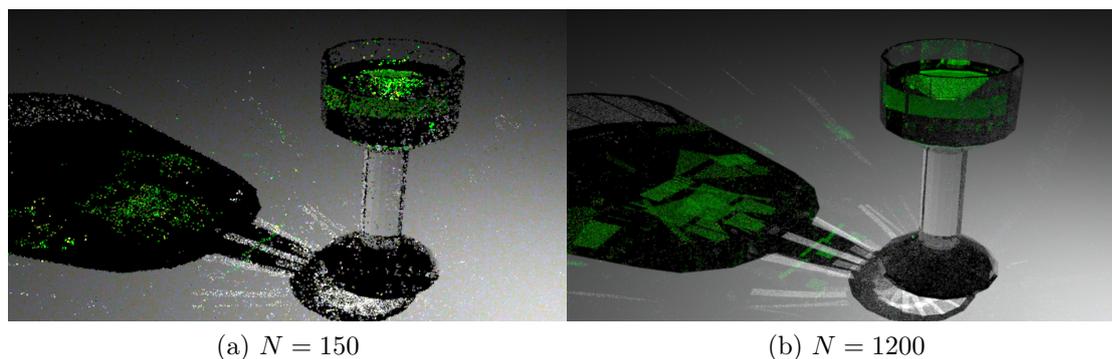


FIGURE 3.1 – Influence du nombre d'échantillons  $N$  – Plus celui-ci est élevé, plus le bruit diminue.

Par exemple, imaginons que l'on simule l'éclairage d'une pièce par la lumière du soleil. Seule une infime partie de l'énergie provenant du soleil finit sur le capteur situé dans la pièce, et c'est une perte de ressource de calcul que de générer tous ces échantillons. Une stratégie optimale serait capable de ne générer que des échantillons pertinents. Dans la section 6.4 page 71, nous présentons un exemple dans lequel la stratégie ne génère que 2000 échantillons contribuant parmi 2 milliards d'échantillons générés.

## 3.2 Stratégie d'échantillonnage

Une stratégie d'échantillonnage  $S$  associée à un vecteur aléatoire de dimension suffisante  $d$ ,  $\bar{\xi} = [0..1]^d$ , un échantillon de chemin  $\bar{\mathbf{x}}$  tel que :

$$S(\bar{\xi}) = \bar{\mathbf{x}}_i. \quad (3.2)$$

Un même chemin  $\bar{\mathbf{x}}$  peut être échantillonné avec différentes stratégies (à partir de différents vecteurs  $\bar{\xi}$ ), cependant certaines stratégies peuvent être incapables de générer certains échantillons. Par exemple, pour générer un chemin  $\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2]$  avec deux points dans un volume unitaire, on peut utiliser la stratégie qui à un vecteur  $\bar{\xi} = [0..1]^6$  associe  $\mathbf{p}_1 = [\xi_0, \xi_1, \xi_2]$  et  $\mathbf{p}_2 = [\xi_3, \xi_4, \xi_5]$ .

La qualité de l'estimation finale est liée aux propriétés d'uniformité de ce vecteur aléatoire  $\bar{\xi}$  comme détaillé par KELLER, PREMOZE et RAAB [38].

## 3.3 Échantillonnage unidirectionnel itératif

La fonction  $F$  est principalement composée de produits de BSDFs  $f$  et du terme de visibilité  $V$ . Une méthode d'échantillonnage efficace devra s'assurer que ces termes

soient le plus souvent non nuls, pour éviter que  $F(\bar{\mathbf{x}}_i) = 0$ .

Dans la nature, des photons sont émis des sources de lumière et se propagent en ligne droite jusqu'à rencontrer un objet et être potentiellement transmis par celui-ci dans une nouvelle direction de propagation.

La figure 3.2 montre un processus itératif similaire s'assurant que les termes de visibilité et de BSDF sont échantillonnés avec une valeur différente de zéro. Ce processus est associé à des probabilités. On note  $P(\mathbf{p}_1)$  la probabilité de choisir un point sur une source de lumière et  $P(\mathbf{s}_i | (\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i))$  la probabilité de choisir une nouvelle direction de propagation au point  $\mathbf{p}_i$  en fonction de la BSDF qui peut dépendre de  $\mathbf{i}_i$ .

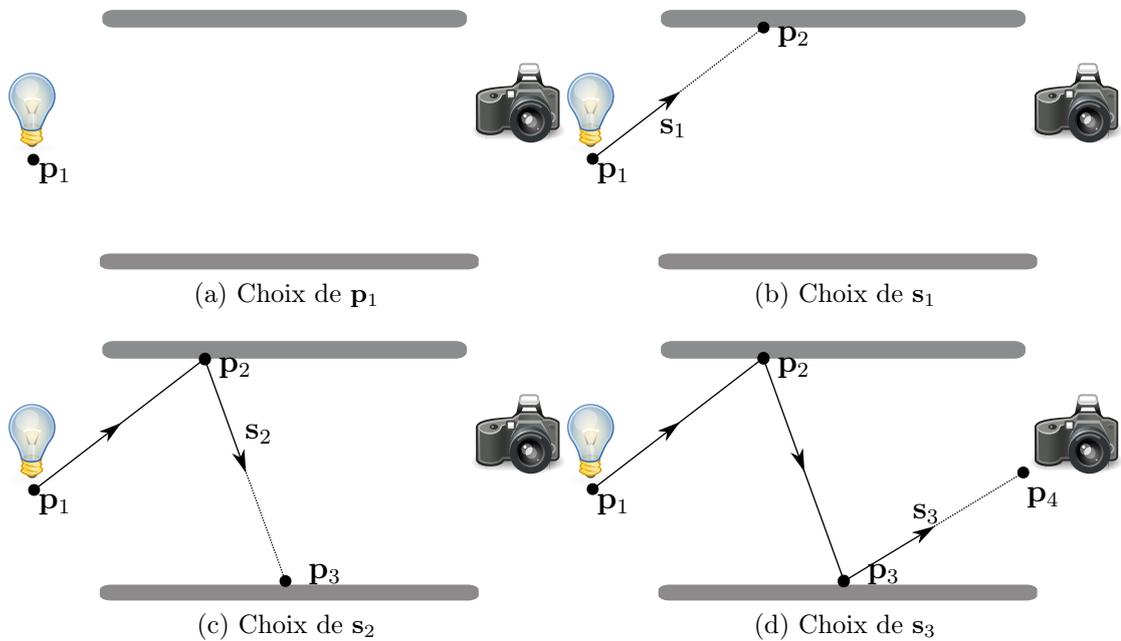


FIGURE 3.2 – Échantillonnage d'un chemin – Un point  $\mathbf{p}_1$  est choisi sur la source de lumière (a) avec une probabilité  $P(\mathbf{p}_1)$ . Puis, avec une probabilité  $P(\mathbf{s}_1 | \mathbf{p}_1)$ , une direction de propagation  $\mathbf{s}_1$  en  $\mathbf{p}_1$  est choisie (b) et la première intersection trouvée donne le point  $\mathbf{p}_2$ . Ce processus est répété en  $\mathbf{p}_2$  (c) et  $\mathbf{p}_3$  (d) avec des probabilités respectives de  $P(\mathbf{s}_2 | (\mathbf{p}_2, \mathbf{i}_2))$  et  $P(\mathbf{s}_3 | (\mathbf{p}_3, \mathbf{i}_3))$ . Finalement le chemin se termine sur le capteur en  $\mathbf{p}_4$ .

## 3.4 Autres stratégies

### 3.4.1 Principe de réciprocité

La stratégie visant à générer un chemin depuis la source de lumière est une copie du processus naturel. Cependant, selon le principe d'Helmholtz, VON HELMHOLTZ [57], le processus peut s'effectuer dans le sens opposé. En partant de la caméra, un chemin est généré jusqu'à rencontrer une source de lumière. On peut voir cette méthode comme une propagation de la sensibilité ( $W$ ) du capteur contrairement à une propagation de l'énergie des lampes ( $L$ ).

Il est aussi possible d'effectuer la propagation depuis la source de lumière et la caméra et de connecter ensemble les deux sous-chemins résultants. Ces différentes stratégies, nommées  $S_{l,e}$  suivant le nombre de points générés depuis la source de lumière ( $l$ ) ou la caméra ( $e$ ), sont illustrées figure 3.3 page suivante.

### 3.4.2 Calcul de la PDF

Si la contribution est non nulle, un chemin  $\bar{\mathbf{x}}_i$  participe à l'évaluation de l'estimateur de Monte-Carlo (équation (3.1) page 26). Dans ce cas, il faut calculer sa PDF,  $P_{S_{l,e}}(\bar{\mathbf{x}}_i)$ .

Tout d'abord, nous allons définir la probabilité d'échantillonner un point  $\mathbf{p}_{i+1}$  connaissant le point  $\mathbf{p}_i$  et la direction  $\mathbf{i}_i$ . Celle-ci est liée à la probabilité directionnelle  $P(\mathbf{s}_i | (\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i))$  de générer  $\mathbf{s}_i$  connaissant  $\mathbf{i}_i$  et  $\mathbf{p}_i$ , et au changement de variable nécessaire pour obtenir une probabilité sur les aires :

$$P(\mathbf{p}_{i+1} | (\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i)) = P(\mathbf{s}_i | (\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i)) \frac{|\mathbf{n}_{i+1} \cdot \mathbf{i}_{i+1}|}{\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i+1}\|^2}. \quad (3.3)$$

Cette notation introduit des cas particuliers en début de chemin, ainsi :

$$P(\mathbf{p}_1 | (\mathbf{p}_0, \mathbf{i}_0)) = P(\mathbf{p}_1), \quad (3.4)$$

$$P(\mathbf{p}_2 | (\mathbf{p}_1, \mathbf{i}_1)) = P(\mathbf{p}_2 | \mathbf{p}_1) = P(\mathbf{s}_1 | \mathbf{p}_1) \frac{|\mathbf{n}_{i+1} \cdot \mathbf{i}_{i+1}|}{\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i+1}\|^2}. \quad (3.5)$$

Ces notations matérialisent le fait que l'échantillonnage d'un point par une méthode itérative est un processus de Markov, *i.e.*, un processus local qui ne dépend pas du passé. Ainsi l'échantillonnage de  $\mathbf{p}_{i+1}$  est lié à  $\mathbf{s}_i$ , celui-ci s'effectuant en  $\mathbf{p}_i$  et ne dépendant que de  $\mathbf{i}_i$ . Ainsi tout est local à un point  $\mathbf{p}_i$ . Le cas de l'échantillonnage des points  $\mathbf{p}_1$  et  $\mathbf{p}_2$  est particulier, car dépendant de moins d'informations.

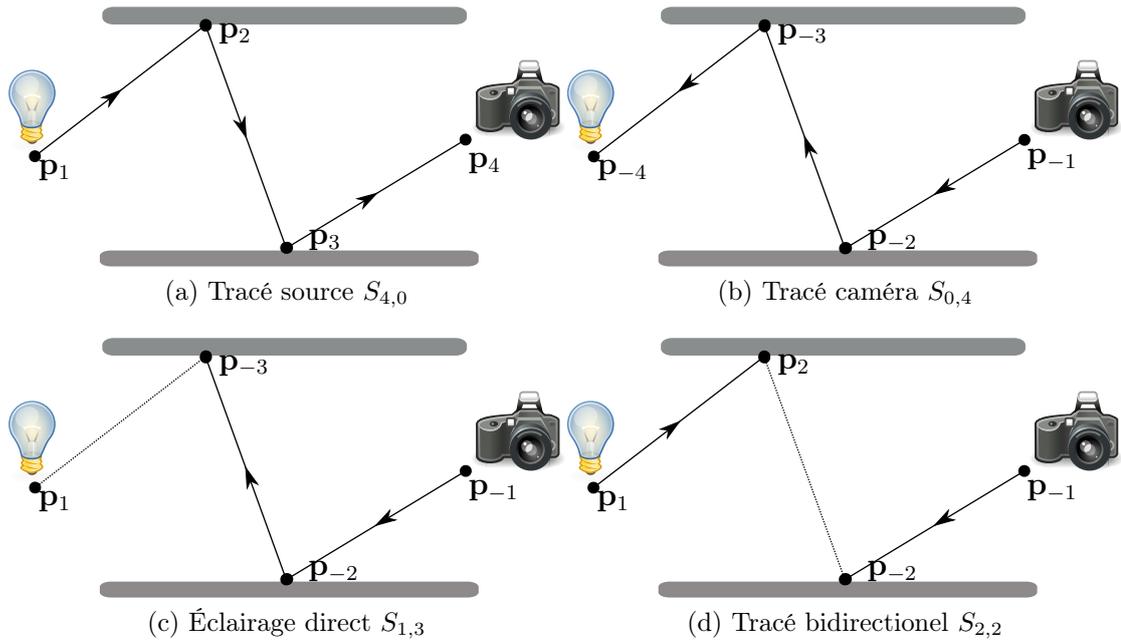


FIGURE 3.3 – Méthodes d'échantillonnage – L'échantillon  $\bar{\mathbf{x}}_i = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_4]$  peut être généré par plusieurs méthodes. En générant un chemin depuis la source de lumière jusqu'à rencontrer la caméra (a) ou inversement depuis la caméra jusqu'à rencontrer la source (b). En (c), un sous-chemin est généré depuis la caméra et est connecté à un point généré sur la source de lumière. La méthode bidirectionnelle (d) généralise toutes ces méthodes en connectant ensemble des sous-chemins de longueurs quelconques provenant de la source et de la caméra. Chaque stratégie est notée  $S_{l,e}$ , avec  $l$  et  $e$  les longueurs des sous-chemins, respectivement depuis la source et la caméra. On note  $\mathbf{p}_{-1} = \mathbf{p}_k$  dans le cas de stratégies partant de la caméra.

Soit un chemin  $\bar{\mathbf{x}}_i = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_k]$  échantillonné avec une stratégie  $S_{l,e}$  connectant les sous-chemins  $[\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_l]$  et  $[\mathbf{p}_{l+1}, \dots, \mathbf{p}_k] = [\mathbf{p}_{-e}, \dots, \mathbf{p}_{-1}]$  générés respectivement avec les stratégies unidirectionnelles depuis la source  $S_{l,0}$  et depuis la caméra  $S_{0,e}$ , les probabilités associées à ces évènements sont :

$$P_{S_{l,0}}([\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_l]) = \prod_{i=1}^l P(\mathbf{p}_i | (\mathbf{p}_{i-1}, \mathbf{i}_{i-1})), \quad (3.6)$$

$$P_{S_{0,e}}([\mathbf{p}_{-e}, \dots, \mathbf{p}_{-1}]) = \prod_{i=-1}^{-e} P(\mathbf{p}_i | (\mathbf{p}_{i+1}, \mathbf{s}_{i+1})). \quad (3.7)$$

Cette notation introduit  $P(\mathbf{p}_i | (\mathbf{p}_{i+1}, \mathbf{s}_{i+1}))$  qui est définie de façon symétrique à  $P(\mathbf{p}_i | (\mathbf{p}_{i-1}, \mathbf{i}_{i-1}))$  pour les chemins issus de la caméra.

Finalement, la PDF d'un chemin complet échantillonné par la stratégie  $S_{l,e}$  est :

$$P_{S_{l,e}}(\bar{\mathbf{x}}_i) = P_{S_{l,0}}([\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_l]) P_{S_{0,e}}([\mathbf{p}_{-e}, \dots, \mathbf{p}_{-1}]), \quad (3.8)$$

$$= \prod_{i=1}^l P(\mathbf{p}_i | (\mathbf{p}_{i-1}, \mathbf{i}_{i-1})) \prod_{i=-1}^{-e} P(\mathbf{p}_i | (\mathbf{p}_{i+1}, \mathbf{s}_{i+1})). \quad (3.9)$$

## 3.5 Metropolis Light Transport

Dans certaines configurations, il est difficile de trouver une stratégie qui contribue – *i.e.*  $F(\bar{\mathbf{x}}_i) \neq 0$ . VEACH et GUIBAS [52] proposent une méthode, *Metropolis Light Transport*, (MLT), où les contributions intéressantes sont légèrement perturbées en espérant générer une nouvelle contribution pertinente dans le voisinage – voir figure 3.4 page suivante.

KELEMEN, SZIRMAY-KALOS, ANTAL et CSONKA [37] proposent une implémentation simplifiée où le vecteur de nombres aléatoires  $\xi$  est muté. Chaque nombre aléatoire est perturbé légèrement, ce qui génère une perturbation de l'évènement associé lors de la génération du chemin. Cette proposition est particulièrement intéressant car elle peut être vue comme un algorithme de génération des nombres aléatoire, indépendant des stratégies d'échantillonnage. Cette méthode est simple à implémenter comparée à la méthode originale de VEACH et GUIBAS pour laquelle une seule implémentation publique est connue, dans *Mitsuba renderer* [33].

JAKOB et MARSCHNER [32] proposent une stratégie de mutation plus élaborée, dans laquelle les mutations ne sont plus naïves, mais dirigées par la géométrie et les matériaux de la scène. Cependant, la mise en œuvre de cette méthode est complexe.

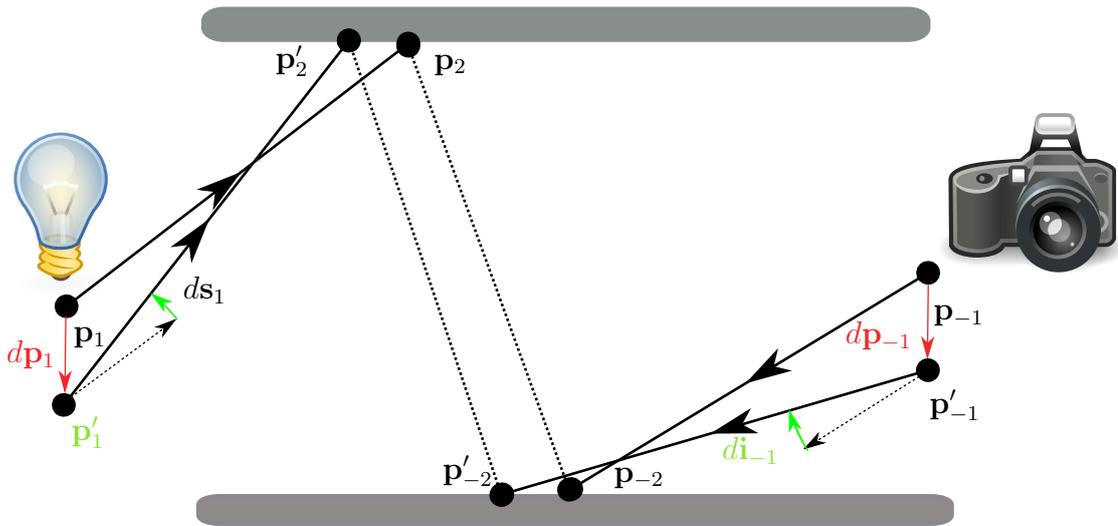


FIGURE 3.4 – *Metropolis Light Transport* – Le chemin  $[p_1 p_2 p_{-2} p_{-1}]$  a été généré grâce à un vecteur de nombres aléatoires. Ceux-ci sont légèrement perturbés, impliquant une perturbation  $dp_1$ ,  $dp_{-1}$ ,  $ds_1$  et  $di_{-1}$  permettant de générer un nouveau chemin  $[p'_1 p'_2 p'_{-2} p'_{-1}]$ .

Ces méthodes sont très efficaces pour échantillonner des chemins complexes, mais souffrent de limitations. En premier lieu, le résultat final est donné à une constante près qu'il est parfois difficile d'évaluer.

Lors du rendu, ces méthodes se focalisent sur l'échantillonnage des zones fortement lumineuses, et peuvent rester bloquées dans ces zones, impliquant un sur-échantillonnage de celles-ci au détriment des zones moins lumineuses. Dans certains cas, les détails importants se situent dans ces zones moins lumineuses, et cette classe d'algorithmes sous-échantillonne ces zones – voir SEGOVIA, IEHL et PÉROCHE [48].

En dernier point, ces méthodes sont efficaces pour perturber un chemin initial, mais si celui-ci est très difficile, voire impossible, à générer, ces méthodes sont inefficaces.

### 3.6 Méthodes analytiques

De nombreuses publications se sont intéressées à l'exploitation de méthodes analytiques pour résoudre une partie ou toute l'équation de rendu. En particulier, WALTER, ZHAO, HOLZSCHUCH, BALA et al. [60] et MITCHELL et HANRAHAN [44] s'intéressent à l'évaluation de chemins de faible longueurs impliquant une sur-

face spéculaire. Cependant, leur travail n'est pas exploitable sur des chemins plus longs du fait des trop importantes discontinuités présentes dans les scènes.

SUN, FRACCHIA et DREW [50], YUAN, KUNII, INAMOTO et SUN [64] et GUY et SOLER [18] se sont intéressés au rendu de diamants, avec des résultats limités à des cas particuliers et des chemins de faible longueur.



# Efficacité des stratégies

*“When once you have tasted flight, you will forever walk the earth with your eyes turned skyward, for there you have been, and there you will always long to return.”*

— Leonardo da Vinci<sup>a</sup>

---

<sup>a</sup> Cette citation est généralement attribuée à Léonard de Vinci, cependant d’après WIKIPEDIA [63] il semblerait qu’elle soit l’œuvre de *John Hermes Secondari*.

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Longueur des chemins</b>	<b>36</b>
<b>4.2</b>	<b>Efficacité des stratégies</b>	<b>36</b>
<b>4.3</b>	<b>Combinaison de stratégies</b>	<b>36</b>
4.3.1	Longueur des sous-chemins	39
4.3.2	Échantillonnage des BSDFs	40
<b>4.4</b>	<b>Multiple Importance Sampling</b>	<b>40</b>

---

DANS le chapitre précédent, nous avons vu qu’il existe de multiples stratégies permettant l’échantillonnage d’un chemin. Dans ce chapitre, nous montrons qu’elles ne sont pas toutes efficaces : certaines génèrent plus de variance, nécessitant plus d’échantillons pour faire disparaître le bruit associé. Dans certains cas particuliers, certaines stratégies ne sont pas capables d’échantillonner tous les phénomènes optiques.

Nous détaillons les raisons de ces différences d'efficacité et concluons sur la présentation d'une méthode, *Multiple Importance Sampling*, proposé par VEACH [55], permettant d'exploiter plusieurs stratégies de façon simultanée en prenant la pondération optimale entre celles-ci : celle qui réduit au plus le bruit et ainsi le temps de rendu.

## 4.1 Longueur des chemins

Un phénomène optique est caractérisé par la longueur de son chemin. Ainsi un chemin de longueur 2 représente les sources de lumières directement visibles de la caméra, la longueur 3 représente *l'éclairage direct*, soit les surfaces directement visibles simultanément depuis la caméra et la source de lumière. Puis les longueurs supérieures représentent des phénomènes d'éclairage indirect, lorsque le trajet de la lumière rencontre plusieurs surfaces sur son chemin. Pour représenter correctement une scène, il faut prendre en compte les chemins de différentes longueurs, voir figure 4.1 page suivante.

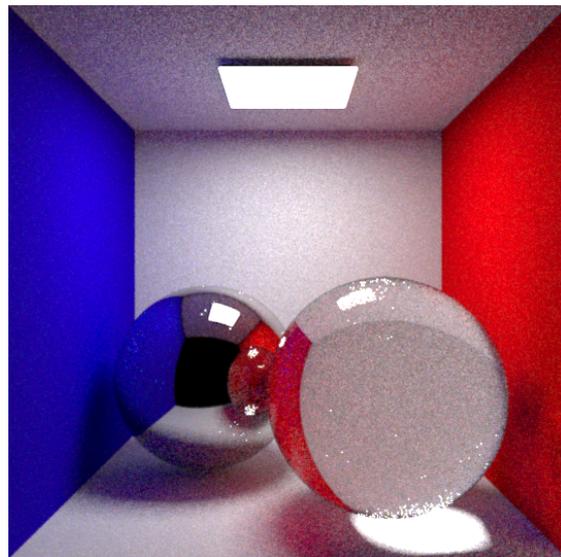
## 4.2 Efficacité des stratégies

Il existe plusieurs stratégies  $S_{l,e}$  associées à un chemin de longueur  $k = l + e$ . Cependant celles-ci ne sont pas toutes aussi efficaces en fonction du phénomène lumineux impliqué. Certaines vont donner un résultat plus bruité que d'autre, et certaines sont incapables de simuler le phénomène comme illustré en figure 4.2 page 38.

## 4.3 Combinaison de stratégies

Pour obtenir un résultat optimal, il faut faire usage de multiples stratégies en même temps. VEACH et GUIBAS [56] et LAFORTUNE et WILLEMS [41] ont proposé simultanément d'exploiter de manière corrélée les échantillons de plusieurs stratégies unidirectionnelles pour générer de nombreux échantillons bidirectionnels.

Il est ainsi possible d'utiliser un chemin issu de la stratégie  $S_{l,0}$  pour générer la stratégie  $S_{l+1,0}$  simplement en prolongeant le chemin précédant d'un point. Ainsi, en traçant un chemin depuis la source de lumière de longueur  $l_k$ , on échantillonne toutes les stratégies  $S_{l,0}$  avec  $l \leq l_k$ , les stratégies les plus longues ayant un préfixe commun. Cette approche peut être utilisée de façon similaire pour les stratégies partant de la caméra et les stratégies bidirectionnelles comme le montre la figure 4.3 page 39.



(a) Scène complète

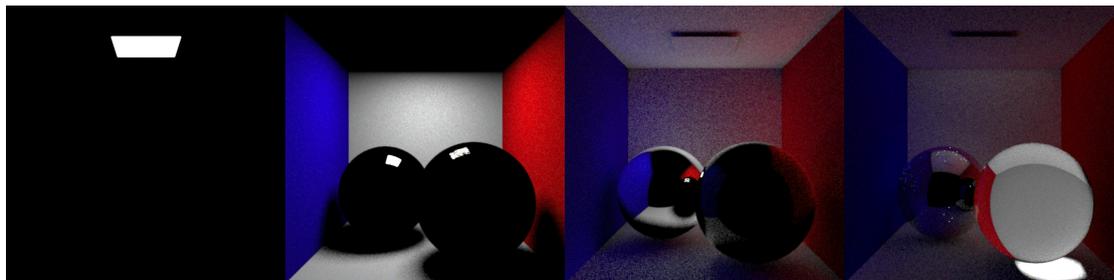
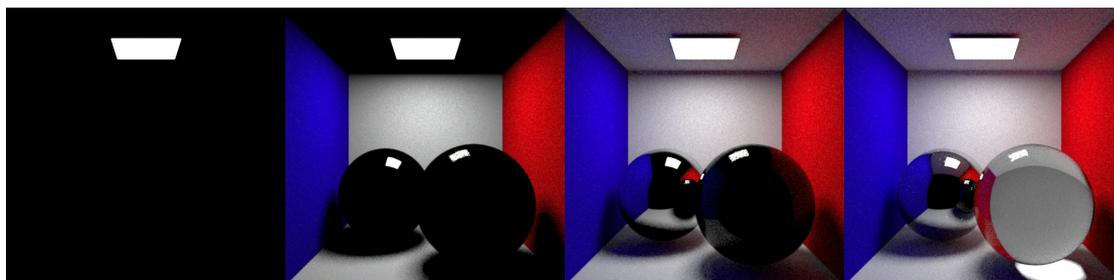
(b)  $k = 2$ (c)  $k = 3$ (d)  $k = 4$ (e)  $k = 5$ (f)  $k \leq 2$ (g)  $k \leq 3$ (h)  $k \leq 4$ (i)  $k \leq 5$ 

FIGURE 4.1 – Influence de la longueur des chemins – La scène (a) est composée de différents phénomènes lumineux associés à une longueur de chemin  $k$  – visualisation directe des lampes (b), éclairage direct (c), éclairage indirect ou réflexions (d) et les caustiques ou objets transparents (e). Ne pas prendre en compte tous ces chemins résulte dans une image incomplète (f) (g) (h) (i).

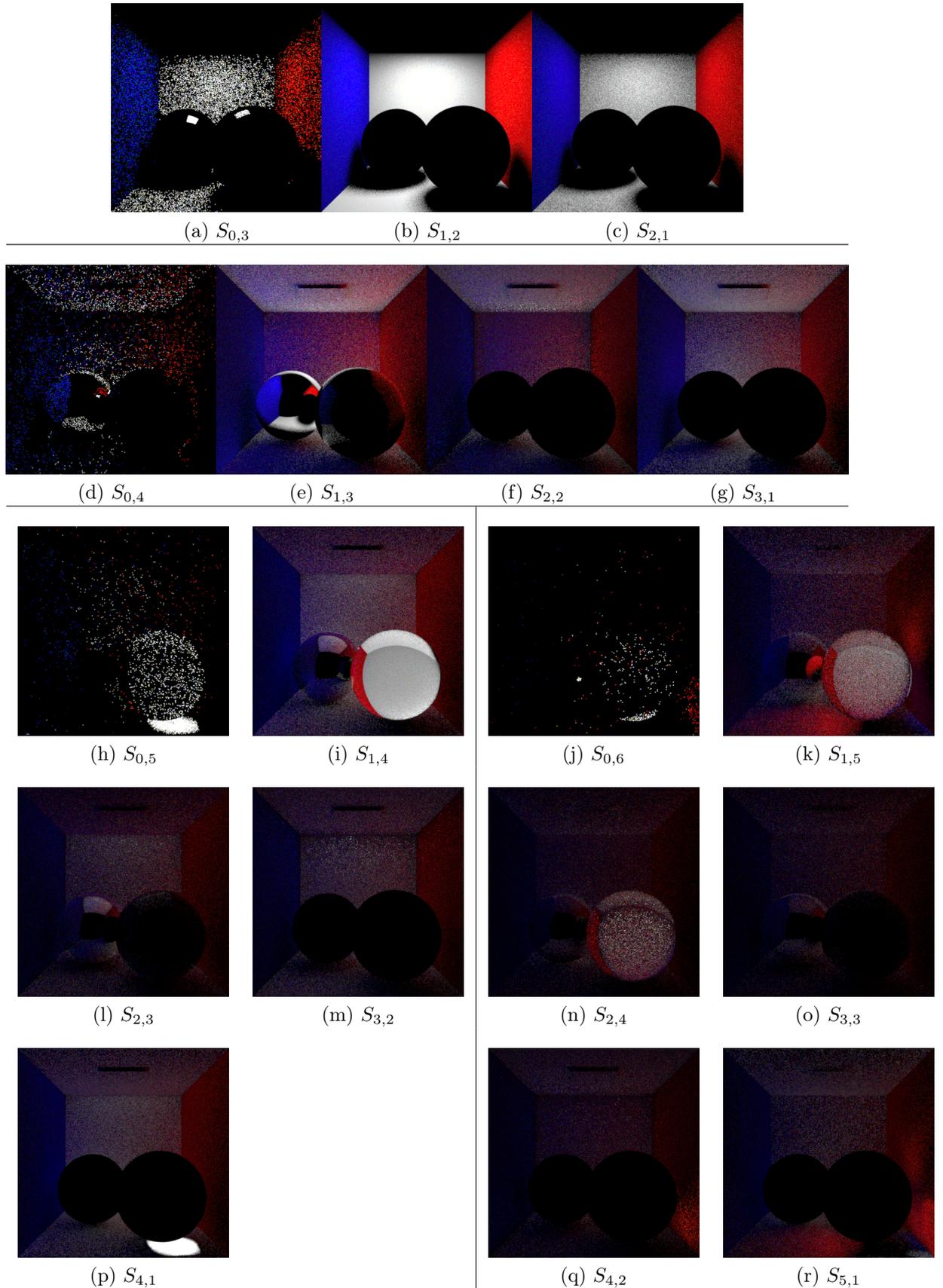


FIGURE 4.2 – Efficacité des stratégies – Pour chaque longueur  $k \in [3, 6]$ , différentes stratégies sont représentées montrant leur efficacité sur différents phénomènes optiques. Chaque vignette est calculée avec le même nombre d'échantillons. Pour  $k = 3$ , la stratégie (a) est plus bruitée pour l'éclairage direct que (b) ou (c), mais c'est la seule capable de représenter le reflet de la lampe sur les sphères.

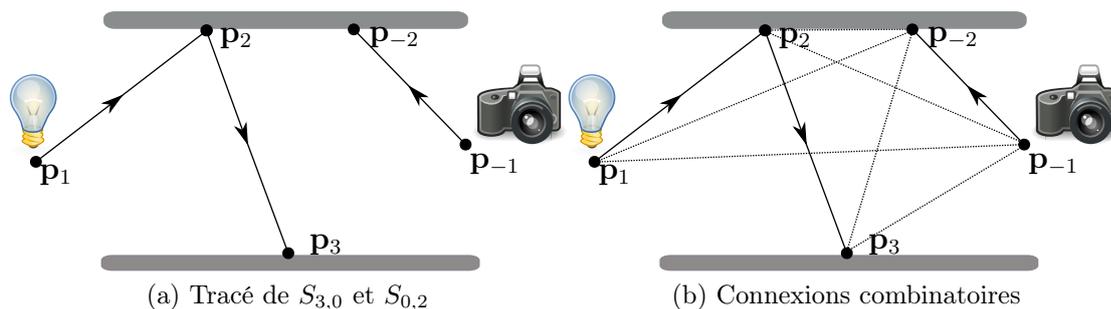


FIGURE 4.3 – *Combinaisons des stratégies* – Les stratégies  $S_{3,0}$  et  $S_{0,2}$  échantillonnées en (a) peuvent être connectées ensemble pour former les stratégies  $S_{l,e} \forall l \in [0, 3]$  et  $e \in [0, 2]$ . Ainsi en échantillonnant seulement 5 points, on peut évaluer 6 stratégies différentes (b).

Cette approche permet d’optimiser le temps d’échantillonnage, car elle permet de générer de nombreux échantillons différents en réutilisant les chemins échantillonnés depuis la caméra ou la source de lumière. Par exemple, en combinant un sous-chemin depuis la lumière de longueur  $l$  à un autre provenant de la caméra de longueur  $e$ , on peut générer  $l \times e + l + e$  échantillons de chemin en ayant généré seulement  $l + e$  points.

### 4.3.1 Longueur des sous-chemins

La méthode précédemment décrite nécessite l’échantillonnage de sous-chemins depuis les sources ou la caméra. Ceux-ci peuvent avoir une longueur quelconque. À chaque surface rencontrée, une partie de l’énergie du chemin est atténuée, absorbée par la surface ou transmise dans une autre direction. Cependant, si la scène ne contient pas de surface totalement absorbante (*i.e.* noires), un chemin continuera à transporter de l’énergie quelque que soit le nombre d’interactions effectuées. Cette énergie peut contribuer de façon significative à l’image finale. Ainsi, pour réaliser une simulation réaliste, il faudrait générer des chemins de longueur potentiellement infinie.

Une solution naïve consiste à limiter arbitrairement la longueur maximale des chemins. Cependant, cette approche génère des images incorrectes où une partie de la contribution lumineuse est manquante comme illustré en figure 4.1 page 37.

La *roulette russe* est un mécanisme permettant de réduire en moyenne la longueur d’un chemin sans introduction d’erreur systématique. À chaque interaction, un chemin peut être continué ou arrêté, et cela de manière probabiliste.

Soit un chemin unidirectionnel en construction  $[p_1, \dots, p_n]$  généré selon une

PDF  $P_{S_{n,0}}([\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n])$ , un nombre aléatoire  $\xi \in [0, 1]$  et un critère de roulette russe,  $Rr \in [0, 1]$ . Si  $\xi > Rr$ , l'exploration est arrêtée. Sinon, une nouvelle direction de propagation est échantillonnée sur la BSDF au point  $\mathbf{p}_n$  et donne lieu à un nouveau chemin  $[\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{n+1}]$ . La PDF associée avec cette roulette russe au point  $\mathbf{p}_i$  est  $Rr_i$  et est incluse dans le terme  $P(\mathbf{s}_i | (\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i))$ .

Le critère  $Rr_i$  est arbitraire. Plus celui-ci est proche de 1, plus la chance d'arrêt est faible. Les chemins générés seront long et le temps de calcul important. À l'inverse, une faible valeur aura tendance à générer beaucoup de chemins de faible longueur et quelques rares chemins plus longs, associés à une très forte PDF augmentant ainsi le bruit.

Il est difficile de choisir un bon critère, car la longueur moyenne des chemins pertinents dans une scène est variable. On peut cependant utiliser l'*Importance Sampling* en choisissant un critère proportionnel à l'albédo – *i.e.* la quantité d'énergie réfléchiée par la surface. Si la surface transmet beaucoup d'énergie, la probabilité de continuer le chemin sera plus importante.

### 4.3.2 Échantillonnage des BSDFs

Pour choisir une nouvelle direction  $\mathbf{s}_i$  connaissant un point  $\mathbf{p}_i$  et la direction incidente  $\mathbf{i}_i$ , la BSDF  $f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i)$  est utilisée. On peut effectuer un tirage uniforme sur l'hémisphère, ou la sphère si la BSDF transmet la lumière à travers la surface. Cependant, on peut aussi utiliser l'*Importance Sampling*, comme décrit annexe B.6 page 132. Si les BSDFs sont échantillonnées proportionnellement à leurs valeurs, alors la génération des échantillons  $\bar{\mathbf{x}}_i$  se fera proportionnellement à la fonction  $F$ , ceci garantissant une meilleure réduction de variance.

Du fait du changement de variable décrit équation (A.2) page 128, la PDF de l'échantillonnage d'une BSDF contient un terme  $G$  équivalent à celui contenu dans  $F$ . Ces deux termes s'annulent mutuellement, permettant ainsi de simplifier les calculs et d'améliorer la stabilité numérique.

## 4.4 Multiple Importance Sampling

Plusieurs stratégies peuvent générer le même chemin  $\bar{\mathbf{x}}$ . Chaque stratégie contribue à un estimateur de Monte-Carlo différent et ceux-ci peuvent être combinés ensemble d'après l'annexe B.1 page 130 en associant à chaque stratégie une pondération  $w_{S_{l,e}}(\bar{\mathbf{x}})$

VEACH [55] propose une heuristique de pondération, *Multiple Importance Sampling* (MIS), s'assurant que les stratégies introduisant beaucoup de variance soient

pondérées faiblement comparées aux stratégies plus robustes :

$$w_{S_{i,e}}(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{P_{S_{i,e}}(\bar{\mathbf{x}})^\alpha}{\sum_{i=0}^{i=k} P_{S_{i,k-i}}(\bar{\mathbf{x}})^\alpha}, \quad (4.1)$$

avec  $\alpha$  un paramètre arbitraire et  $j$  parcourant toutes les stratégies capables de générer  $\bar{\mathbf{x}}$ .  $\alpha$  est montré non sous-optimale lorsque  $\alpha = 1$ , mais dans de nombreuses scènes,  $\alpha = 2$  est un bon compromis où les stratégies très efficaces sont mieux pondérées.

Le cas particulier  $\alpha = \infty$  implique que seule la stratégie la plus efficace est utilisée et les autres sont supprimées. C'est souvent un choix inefficace car il désactive de nombreuses stratégies, mais il peut s'agir d'un choix pertinent qui évite de calculer des stratégies inutiles lorsque la scène est maîtrisée.

La figure 4.4 montre l'exploitation de cette stratégie sur une classe de chemins et la figure 4.5 page suivante montre le résultat sur une scène complète.

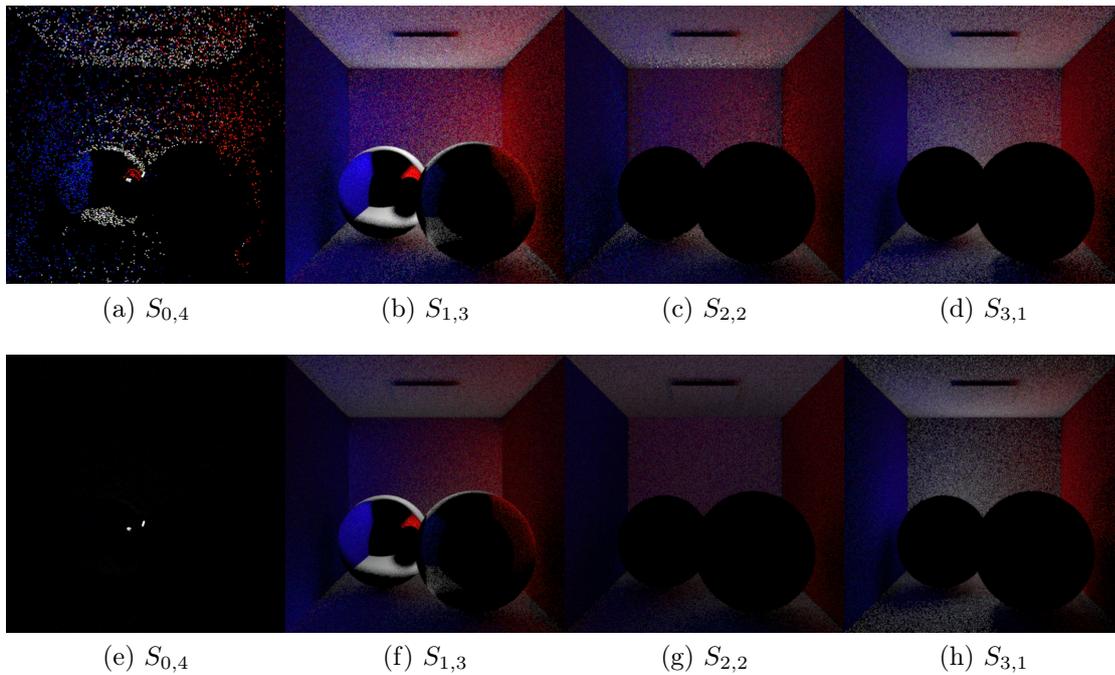


FIGURE 4.4 – *Pondérations de Multiple Importance Sampling* – La ligne du haut montre les stratégies valables pour  $k = 4$ . La ligne du bas montre ces mêmes stratégies pondérées en utilisant MIS – équation (4.1). La stratégie  $S_{0,4}$  est inefficace pour l'éclairage indirect et sa pondération supprime toute contribution. Cependant elle est la seule capable de représenter les reflets sur la sphère.

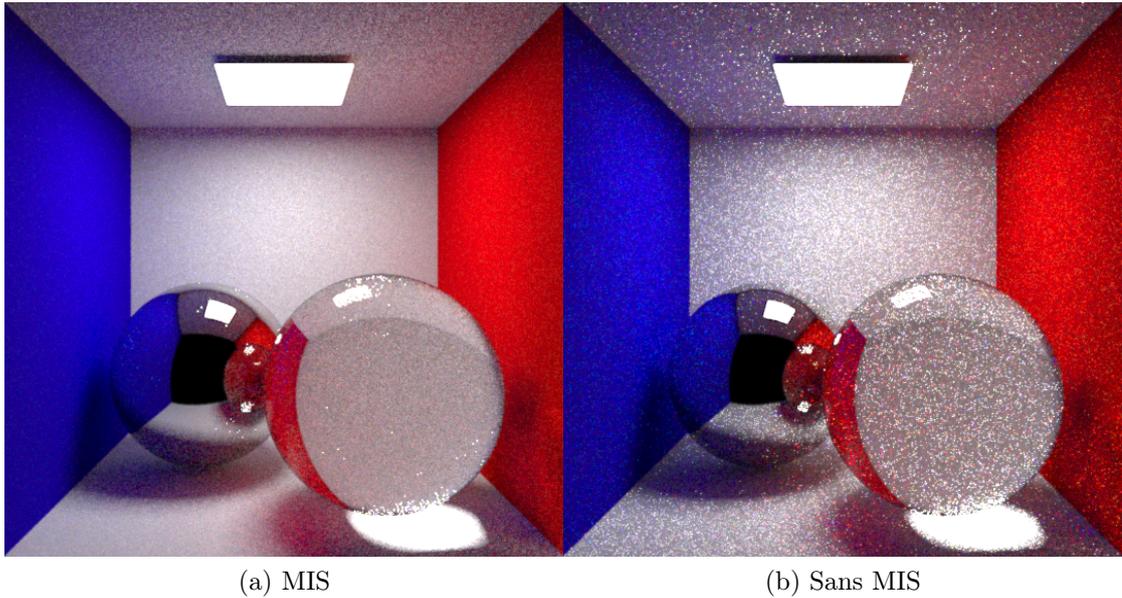


FIGURE 4.5 – *Résultat de MIS - Scène complète – Résultat de la simulation avec MIS (a) et sans (b). Les deux simulations exploitent les mêmes échantillons et le même temps de calcul.*

L'annexe C page 135 montre les résultats de pondération sur toutes les classes de chemins pour la scène présentée figure 4.1 page 37 ainsi que pour une scène contenant plus de chemins indirects.

# Deuxième partie

## Régularisation



# Chapitre 5

## Régularisation

*“A chance is what you take before you think about it. A calculated risk is what you take after you have evaluated all possible factors and have determined that risk.”*

— Craig Elliot

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Problématique</b>	<b>46</b>
5.1.1	Emplois de singularités	47
5.1.2	Influence des singularités sur les PDFs	50
5.1.3	Motivations	51
<b>5.2</b>	<b>Régularisation</b>	<b>51</b>
<b>5.3</b>	<b>Régularisation spatiale</b>	<b>52</b>
<b>5.4</b>	<b>Régularisation directionnelle</b>	<b>55</b>
5.4.1	Stratégie complète	55
5.4.2	Consistance	56
<b>5.5</b>	<b>Régularisation directionnelle et MIS</b>	<b>57</b>
5.5.1	BSDF hybride	57
5.5.2	Comportement de MIS	58
<b>5.6</b>	<b>Comparaison spatiale et directionnelle</b>	<b>60</b>
<b>5.7</b>	<b>Singularités approximatives</b>	<b>61</b>
<b>5.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>62</b>

---

L'EFFICACITÉ des stratégies, et ainsi la capacité à générer une image de synthèse de bonne qualité en un temps réduit, est liée à la capacité de générer des chemins de contributions non nulle. Dans la section 4.4 page 40, nous avons vu que plus le nombre de stratégies d'échantillonnage disponibles est important, plus la réduction de variance est potentiellement forte.

Dans ce chapitre, nous expliquons pourquoi l'introduction de surfaces spéculaires modélisées par des singularités limite fortement le nombre de stratégies disponibles provoquant une baisse de l'efficacité d'échantillonnage. La seule solution pour augmenter la qualité de l'image consiste ainsi à augmenter fortement le nombre d'échantillons au prix de temps de rendus augmentés. Dans certains cas, les surfaces spéculaires empêchent le rendu de certains phénomènes, comme les caustiques.

Pour améliorer cette situation, nous discutons l'introduction de régularisations, perturbations dans la génération des chemins, qui permettent de s'affranchir des limitations des modèles à singularités. Les régularisations introduisent du biais, c'est pourquoi nous concluons ce chapitre sur une exploitation particulière de MIS, où nous montrons que les stratégies biaisées ne sont prises en compte que lorsqu'elles réduisent la variance, ceci afin de limiter l'introduction de biais.

## 5.1 Problématique

La méthode bidirectionnelle est capable de générer des chemins grâce à plusieurs stratégies. En particulier, on distingue deux classes de stratégies, unidirectionnelles et bidirectionnelles.

Les stratégies unidirectionnelles –  $S_{k,0}$  ou  $S_{0,k}$  – nécessitent que la caméra ou la source de lumière aient une surface finie afin de pouvoir échantillonner celles-ci lors de la propagation. Ainsi ces méthodes sont inefficaces en présence de singularités comme les sources et caméras ponctuelles.

Les stratégies bidirectionnelles  $S_{l,e}$  – où un chemin de longueur  $k = l + e$  est généré en connectant deux sous-chemins  $[\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_l]$  et  $[\mathbf{p}_{-e}, \dots, \mathbf{p}_{-1}]$  – ne contribuent que si les deux points  $\mathbf{p}_l$  et  $\mathbf{p}_{-e}$  se voient et transmettent de l'énergie dans leurs directions respectives :

$$f(\mathbf{p}_l, \mathbf{i}_l, \mathbf{s}_l)f(\mathbf{p}_{-e}, \mathbf{i}_{-e}, \mathbf{s}_{-e})V(\mathbf{p}_l \leftrightarrow \mathbf{p}_{-e}) \neq 0. \quad (5.1)$$

Dans ce cas, si les BSDFs des points  $\mathbf{p}_l$  et  $\mathbf{p}_{-e}$  sont nulles, la connexion génère une contribution nulle comme illustré en figure 5.1 page suivante.

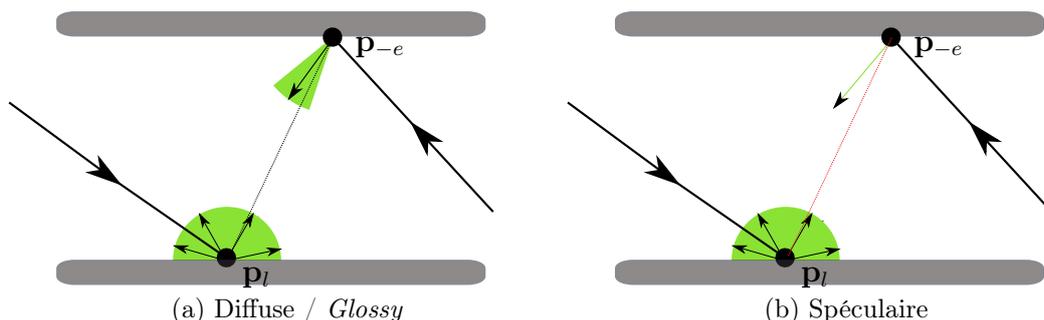


FIGURE 5.1 – Influence des surfaces spéculaires sur les connexions – Une connexion entre deux surfaces diffuse (a) est possible, bien que pouvant être nulle. Cependant si l’une des deux surfaces est spéculaire (b), la connexion n’est plus possible.

Dans les cas où la BSDF en  $\mathbf{p}_l$  ou  $\mathbf{p}_{-e}$  est spéculaire et inclut une singularité sous la forme d’une fonction delta de Dirac – voir équation (2.5) page 21, cette connexion n’est jamais possible.

En effet, pour une BSDF spéculaire  $f_s(\mathbf{p}, \mathbf{i}, \mathbf{s})$ , il existe un nombre fini de couples discrets  $(\mathbf{i}, \mathbf{s})$  pour lesquels  $f_s(\mathbf{p}, \mathbf{i}, \mathbf{s}) \neq 0$ . Dans le cas d’un échantillonnage aléatoire des sous-chemins, les valeurs de  $\mathbf{i}_l$  et  $\mathbf{s}_l$  sont indépendantes et la probabilité de générer un de ces couples discrets est nulle.

Ainsi, une stratégie impliquant une surface spéculaire au point de connexion ne peut pas contribuer à l’estimateur. Il en résulte que tout chemin impliquant des singularités, sous la forme de surface spéculaires ou lampes et caméras ponctuelles ne peut être échantillonné par certaines stratégies, comme démontré dans le tableau 5.1 page suivante.

Dans de nombreux cas, il existe d’autres stratégies capables d’échantillonner le chemin, et le faible nombre de stratégies réduit seulement l’efficacité de la méthode. Dans d’autres, il n’existe aucune stratégie capable de générer un chemin et le phénomène est absent dans le rendu final, comme illustré en figure 5.2 page suivante.

D’après la classification de HECKBERT [28] – voir section 2.4 page 23 – un chemin ne présentant pas un type au moins  $. *DD.*$ , où deux surfaces non spéculaires se suivent, ne peut être simulé par une méthode bidirectionnelle. Cela s’explique par la nécessité de pouvoir évaluer la BSDF de deux surfaces lors de la connexion.

### 5.1.1 Emplois de singularités

Les singularités introduites par l’utilisation de caméras, sources de lumière ou BSDFs ponctuelles ne sont pas justifiées par une réalité physique particulière.

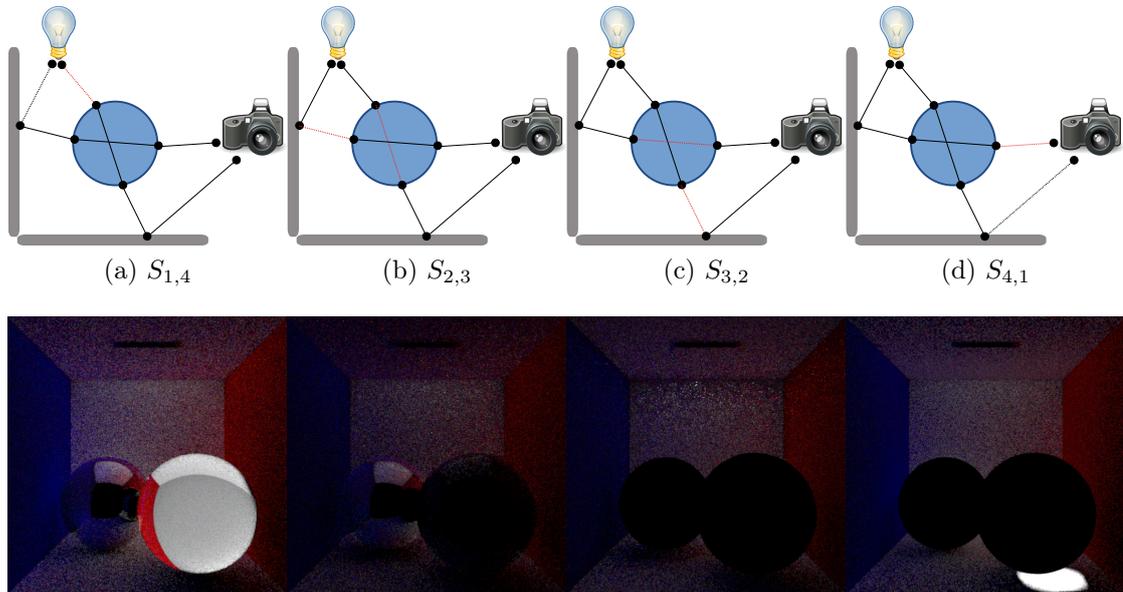


TABLEAU 5.1 – Mise en évidence de l'inefficacité de stratégies – Pour  $k = 5$ , plusieurs stratégies sont représentées. Celles-ci doivent prendre en compte l'éclairage indirect, la caustique sur le sol ainsi que l'éclairage observé à travers le miroir et l'objet transparent. Les surfaces spéculaires présentes sur le chemin désactivent certaines stratégies. Ainsi, la caustique ne peut être simulée que par  $S_{4,1}$  tandis que seul  $S_{1,4}$  peut représenter la scène vue au travers de la sphère transparente.

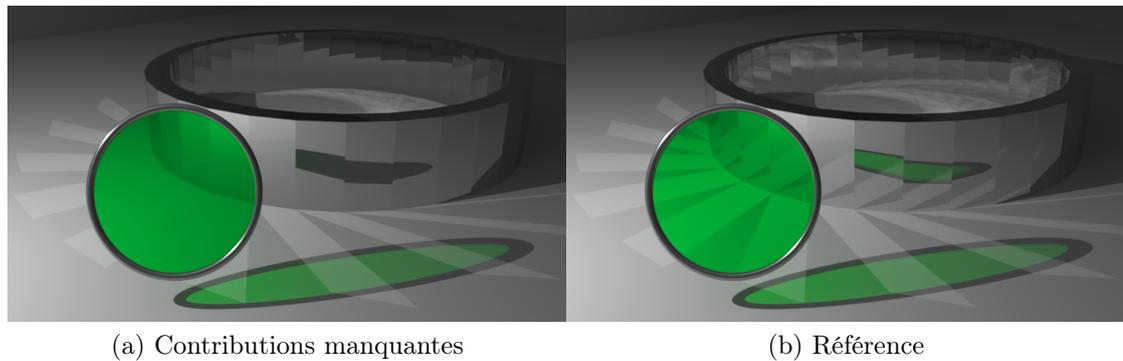


FIGURE 5.2 – Mise en évidence du manque de phénomènes – (a) montre l'absence des caustiques sur le sol vues à travers de la lentille verte ainsi que l'absence de reflet des caustiques sur l'anneau. Ces phénomènes sont présentés sur la figure (b). Ce manque intervient sur des chemins composés de nombreuses surfaces spéculaires et terminés par une source de lumière ponctuelle.

En effet, une caméra ponctuelle nécessiterait une lentille parfaite et une ouverture nulle ; une source ponctuelle est un objet sans surfaces ni volumes ; et malgré le soin porté à la fabrication de miroirs, ceux-ci ne seront jamais parfaits. L'univers qui nous entoure est ainsi composé d'objets qui peuvent exhiber un comportement proche d'une singularité.

Cependant, la plupart des imperfections sont invisibles à l'œil nu et ainsi il est plus agréable d'utiliser un modèle spéculaire introduisant une singularité qu'un utilisateur sera plus à l'aise à calibrer – la figure 5.3 montre l'influence des paramètres d'une distribution de BECKMANN et SPIZZICHINO [2].

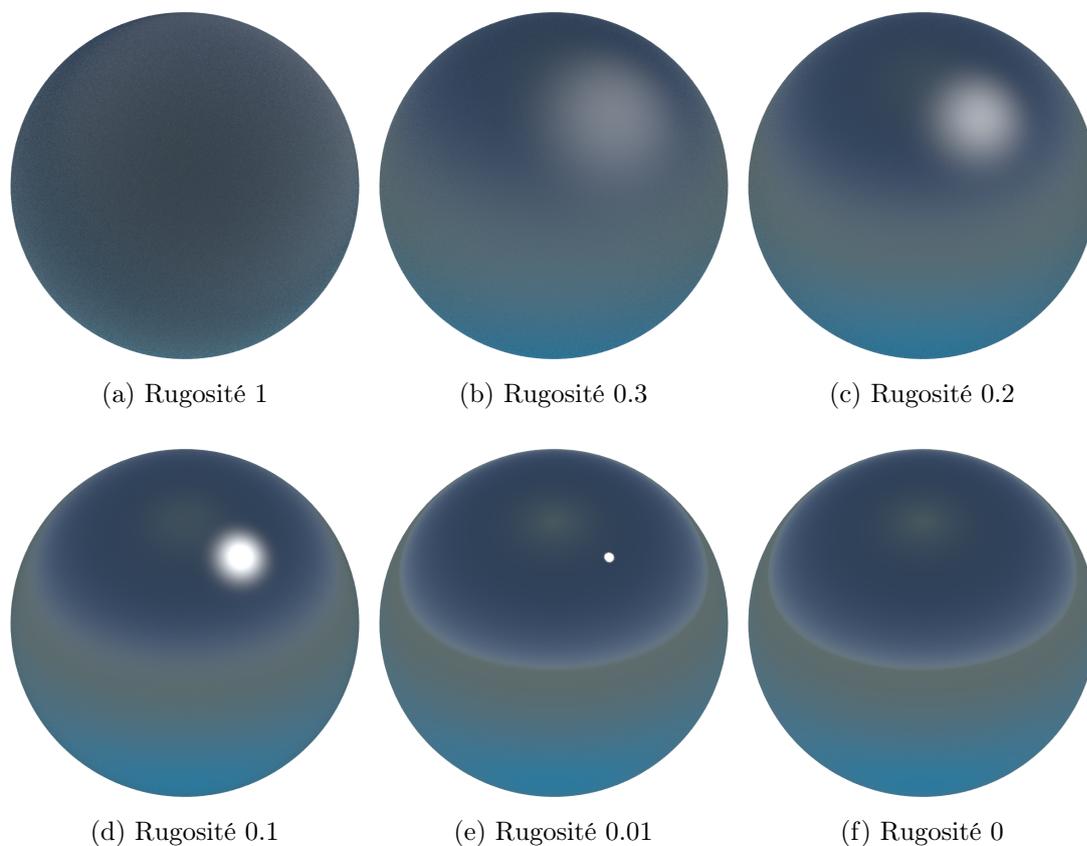


FIGURE 5.3 – Évolution de la réflectivité en fonction de la rugosité – Cette sphère réfléchit la lumière du ciel et d'une lampe ponctuelle. À rugosité forte (a), aucune spécificité directionnelle n'apparaît. Lorsque la rugosité diminue (c) et (d), on commence à observer le reflet flou du ciel et de la lampe ponctuelle. Il est difficile de distinguer la rugosité très faible (e) de la rugosité nulle (f). Cependant, le miroir parfait représenté à rugosité nulle ne montre pas le reflet de la lampe ponctuelle, montrant ainsi les limitations des surfaces ou lampes singulières.

Pour certains comportements, il n’a pas encore été conçu de modèle plus précis que les modèles à singularités.

En dernier lieu, les modèles à singularité ont des propriétés particulières, leur évaluation est déterministe. Par exemple une direction réfléchi sur un miroir dépend uniquement de la direction incidente. Ainsi les surfaces spéculaires ne sont pas directement sources de variance dans le processus de Monte-Carlo.

### 5.1.2 Influence des singularités sur les PDFs

Les PDFs des BSDFs aux points de connexions n’apparaissent pas dans le calcul de la PDF d’une stratégie – voir l’équation (3.9) page 31. En effet, seules les PDFs des BSDFs ayant permis l’échantillonnage des sous-chemins apparaissent. Ainsi, une stratégie aura une PDF associée d’autant plus importante qu’elle effectue une connexion au niveau des surfaces associées à une faible PDF et qu’elle échantillonne des sous-chemins associés à de fortes PDFs.

Le tableau 5.2 détaille les PDFs associées à l’échantillonnage des trois classes de BSDFs. On observe que la PDF associée à une surface diffuse est constante et faible. De façon inverse, les lobes *glossy* sont associés à une forte PDF et donc sont plus sujets à être échantillonnés pour continuer un sous-chemin.

Dans le cas des surfaces spéculaires, leur PDF est liée à la fonction delta de Dirac et est infinie<sup>1</sup>.

-	Diffuse	<i>Glossy</i> (lobe)	Spéculaire
PDF	faible	forte	infinie
Échantillonnage	-	+	++
Évaluation	++	+/-	impossible

TABLEAU 5.2 – Relation entre les types de surface et la PDF directionnelle – On observe que les surfaces spéculaires ne peuvent pas être évaluées, mais sont très intéressante à échantillonner du fait de leur PDF “infinie”.

En conclusion, l’inefficacité de l’échantillonnage bidirectionnel provient souvent de deux événements diffus. Lorsque ces événements se suivent sous la forme de deux points sur un chemin ( $. *DD.*$ ), il existe une stratégie bidirectionnelle qui connecte ensemble ces deux points et peut réduire la variance en supprimant l’échantillonnage de ces deux BSDFs. Cependant, il existe des cas où, bien que des stratégies

<sup>1</sup>Une fonction de Dirac n’est évaluable que dans le contexte d’une intégration, mais il est intuitif d’envisager la fonction delta comme une fonction infinie en un point donné.

bidirectionnelles existent, elles sont peu efficaces et conduisent à une convergence lente. Dans les cas extrêmes où le chemin est principalement composé d'interactions spéculaires, il n'existe pas de stratégie bidirectionnelle capable de générer ce chemin.

Ainsi on peut dire que les phénomènes spéculaires ne sont pas source de variance, mais ceux-ci empêchent les connexions bidirectionnelles, n'aidant pas à réduire la variance.

### 5.1.3 Motivations

Dans cette thèse, nous nous sommes focalisés sur la suppression des limitations du modèle spéculaire à singularité. Notre travail se base sur les observations suivantes :

- dans un contexte de *Multiple Importance Sampling*, une bonne stratégie d'échantillonnage va préférer ne pas échantillonner une surface diffuse, mais plutôt effectuer une connexion sur celle-ci – voir tableau 5.2 page 50.
- une singularité – *e.g.* une surface spéculaire – rend impossible les connexions – voir figure 5.1 page 47.
- une BSDF *glossy* a un comportement très proche des BSDFs totalement spéculaires – voir figure 5.3 page 49.

Ainsi, nous proposons d'introduire une régularisation en remplaçant les singularités des surfaces spéculaires par des comportements *glossy*, proches de la singularité, mais évaluables. Ce remplacement est réalisé par le biais d'une heuristique, basée sur MIS, visant à obtenir le meilleur compromis entre introduction de biais et réduction de variance.

## 5.2 Régularisation

La définition de la fonction  $\delta$  impliquée dans les BSDFs singulières n'a de sens que dans le contexte d'une intégrale :

$$\int_{x \in \Omega} \delta(x - x_0) dx = \begin{cases} 1 & \text{si } x_0 \in \Omega \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.2)$$

Plus spécifiquement, celle-ci est souvent couplée à une autre fonction,  $f$  :

$$\int_{x \in \Omega} f(x) \delta(x - x_0) dx = \begin{cases} f(x_0) & \text{si } x_0 \in \Omega \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.3)$$

Cette fonction n'est pas *évaluable* facilement. En effet, la probabilité de générer aléatoirement un nombre  $x$  dans un domaine  $\Omega$  tel que  $\delta(x) \neq 0$  est nulle. Cependant, la fonction  $\delta$  peut être remplacée par une régularisation  $\tilde{\delta}_h$ . Celle-ci est modélisée par une fonction canonique  $\tilde{\delta}$  et normalisée suivant un support  $h$  :

$$\delta(x) \approx \tilde{\delta}_h(x) = \begin{cases} \frac{\tilde{\delta}\left(\frac{x}{h}\right)}{\int_{\Omega} \tilde{\delta}\left(\frac{x}{h}\right) dx} & \text{si } x < h \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.4)$$

La figure 5.4 page ci-contre présente différents types de régularisations, Epanechnikov, triangle et boîte, associées aux équations non normalisées suivantes :

$$\tilde{\delta}\left(\frac{x}{h}\right) = 1 - \left(\frac{x}{h}\right)^2 \quad (\text{Epanechnikov}) \quad (5.5)$$

$$\tilde{\delta}\left(\frac{x}{h}\right) = 1 - \left|\frac{x}{h}\right| \quad (\text{Triangle}) \quad (5.6)$$

$$\tilde{\delta}\left(\frac{x}{h}\right) = 1 \quad (\text{Boîte}) \quad (5.7)$$

HEGLAND et ANDERSSON [29], FRIEDRICHS [13] et SILVERMAN [49] détaillent de manière plus exhaustive ces familles de fonction approximant  $\delta$ , aussi appelées *mollifiers* ou noyaux.

Bien que la régularisation introduise un biais en donnant une approximation de la fonction  $\delta$ , il est possible de concevoir des algorithmes consistants. En effet, lorsque le support tend vers zéro, l'approximation tend vers la fonction  $\delta$  :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \tilde{\delta}_h\left(\frac{x}{h}\right) = \delta(x). \quad (5.8)$$

Derrière ce formalisme mathématique se cache simplement la définition de nombreuses BSDFs *glossy* où le paramètre de support  $h$  n'est autre que le paramètre de rugosité, comme représenté dans la figure 5.3 page 49.

### 5.3 Régularisation spatiale

Une application très connue de la régularisation en synthèse d'images apparaît dans le *Photon Mapping* (PM), initialement proposé par JENSEN [34], détaillé en figure 5.5 page ci-contre.

Soit deux sous-chemins  $[\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_l]$  et  $[\mathbf{p}_{-e}, \dots, \mathbf{p}_{-1}]$ . Contrairement à la méthode bidirectionnelle par connexions, où un chemin complet est généré en évaluant

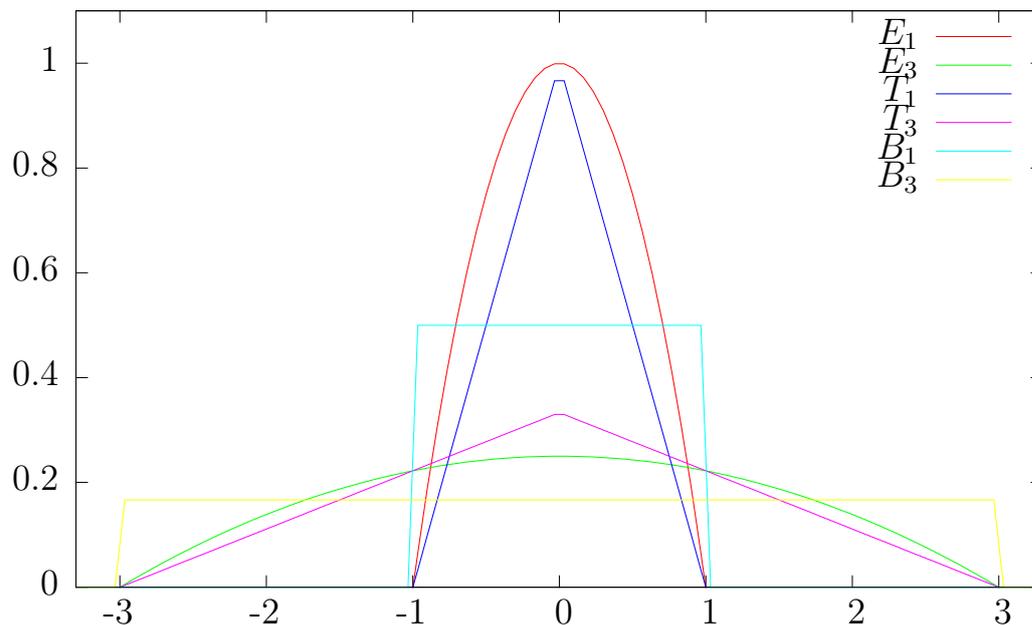


FIGURE 5.4 – Exemples de noyaux de régularisation – Chacune de ces courbes est une approximation de la fonction delta de Dirac. Plus le support est important, plus la fonction introduit du biais, mais permet d'évaluer une valeur différente de zéro. Les noyaux représentés sont ceux d'Epanechnikov, Triangle et Boite, respectivement labellisés  $E, T$  et  $B$ , représentés ici normalisés.

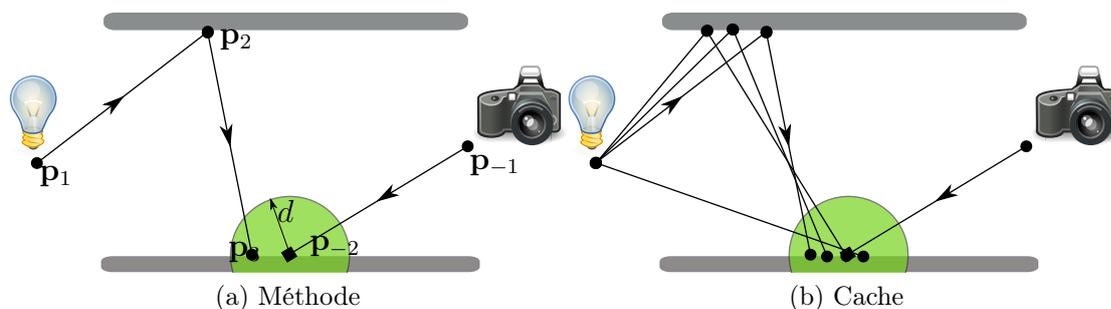


FIGURE 5.5 – Photon Mapping – Des sous-chemins sont générés depuis la source de lumière et la caméra et connectés en utilisant un critère de distance  $d$  (a). Pour améliorer les performances, un échantillonnage corrélé peut être mis en place. De nombreux échantillons depuis la source, ou la caméra, sont stockés et utilisés simultanément (b).

la visibilité  $V$  entre les points  $\mathbf{p}_l$  et  $\mathbf{p}_{-e}$ , la méthode par *Photon Mapping* connecte les deux points ensemble en testant leur distance  $V'$  :

$$V'(\mathbf{p}_i \leftrightarrow \mathbf{p}_{i+1}) = \tilde{\delta}_d(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i+1}). \quad (5.9)$$

avec  $\tilde{\delta}_d$  représentant un support en forme de disque centré en  $\mathbf{p}_i$ . Ainsi, si la distance entre  $\mathbf{p}_i$  et  $\mathbf{p}_j$  est inférieure à une distance arbitraire  $d$ , la connexion contribue à l'estimateur.

La fonction de contribution  $F$ , équation (2.8) page 22, et la PDF  $P_{S'_{l,e}}$ , équation (3.9) page 31, définies précédemment restent similaires à l'ajout du terme  $V'$  dans la fonction de contribution. HACHISUKA, PANTALEONI et JENSEN [25] et GEORGIEV, KRIVANEK, DAVIDOVIC et SLUSALLEK [14] discutent du cas particulier où des stratégies bidirectionnelles et *Photon Mapping* sont pondérées ensemble.

**Extension spatiale de la BSDF** Pour montrer que cette méthode est une régularisation spatiale, il nous suffit d'introduire une extension de la BSDF prenant en compte deux points, soit :

$$f'(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_j, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_j) = f_s(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_j) f(\mathbf{p}_{i|j}, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_j), \quad (5.10)$$

avec  $f_s$  la composante spatiale et  $f$  la composante directionnelle traditionnelle.

En introduisant une régularisation dans  $f_s$ , il devient possible de connecter ensemble deux sous-chemins dont les extrémités sont proches, l'évaluation de l'énergie transmise au point de connexion  $\mathbf{p}_i \approx \mathbf{p}_j$  se fait grâce à la BSDF régularisée :

$$f'(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_j, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_j) \approx \tilde{\delta}_d(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) f(\mathbf{p}_{i|j}, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_j) \quad (5.11)$$

Nous appliquons la composante directionnelle  $f$  aux points  $\mathbf{p}_i$  ou  $\mathbf{p}_j$  (noté  $\mathbf{p}_{i|j}$ ). Cela a peu d'importance, car la distance  $d$  étant supposée petite, les deux points sont supposés proches et sur des surfaces équivalentes, voir section 7.3 page 88 pour des détails sur l'importance du choix de ce point.

HACHISUKA, OGAKI et JENSEN [24], HACHISUKA et JENSEN [23] et KNAUS et ZWICKER [39] montrent comment éliminer le biais introduit par cette régularisation en faisant tendre la distance de collecte  $d$  vers 0 au cours du rendu.

**Efficacité de la méthode** Cette méthode permet d'effectuer une connexion entre deux sous-chemins sur une unique surface spéculaire et non plus deux comme c'était le cas pour la méthode bidirectionnelle. Ainsi l'étendue des phénomènes simulés est maintenant de  $. * D. *$  selon la notation de HECKBERT [28].

Cependant, il s'agit d'une méthode d'échantillonnage peu efficace dans les cas n'incluant que peu de surfaces spéculaires, car pour générer un chemin de longueur  $k$ , cette méthode doit générer un point de plus que la méthode bidirectionnelle.

Pour améliorer l'efficacité de la méthode, JENSEN [34] propose de générer un cache d'échantillons, où de multiples sous-chemins sont stockés pour être réutilisés comme illustré en figure 5.5 page 53. Voir HAVRAN, HERZOG et SEIDEL [27] et section 7.4 page 90 pour une discussion sur la pertinence de stocker les sous-chemins en provenance de la lumière où de la caméra. Cette méthode de cache pourrait être appliquée à n'importe quelle méthode bidirectionnelle, cependant le *Photon Mapping* la rend particulièrement efficace du fait de l'existence de structure de données adaptées à la requête de proximité nécessaire pour évaluer l'équation (5.11) page 54 – voir HACHISUKA et JENSEN [21] et section 7.4 page 90.

## 5.4 Régularisation directionnelle

Pour modéliser un miroir, ou une surface transparente parfaite, nous pouvons utiliser une fonction delta de Dirac. Sans perte de généralité, nous nous intéressons au cas d'un miroir,  $\mathbf{s} = R(\mathbf{i})$ , mais le raisonnement suivant peut être appliqué à toute fonction singulière directionnelle. Cette singularité peut donc être régularisée – figure 5.6 :

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{i}, \mathbf{s}) = \delta(R(\mathbf{i}) - \mathbf{s}), \quad (5.12)$$

$$\approx \tilde{\delta}_h(R(\mathbf{i}) - \mathbf{s}). \quad (5.13)$$

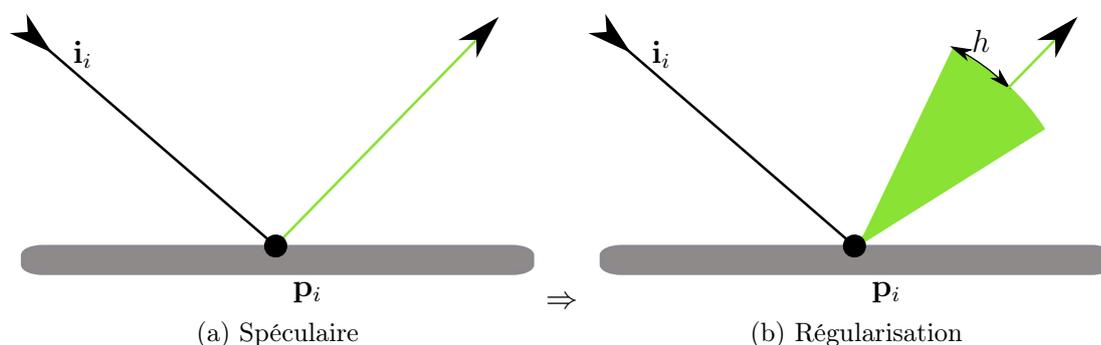


FIGURE 5.6 – Régularisation directionnelle – En remplaçant une singularité (a) par une fonction avec une ouverture finie, ou une régularisation directionnelle (b) on permet aux surfaces spéculaires d'être impliquées dans des connexions bidirectionnelles. En fonction du support  $h$ , plus ou moins de biais est introduit.

### 5.4.1 Stratégie complète

Cette stratégie de régularisation permet de prendre en compte tous les types de chemins quelque soit le types de surfaces, lampes, caméras. En particuliers, les

chemins composés exclusivement de singularités sont pris en compte, comme par exemple une scène ne contenant que des miroirs éclairés et observés par une source et caméra ponctuelle.

Ainsi, cette stratégie permet ainsi de prendre en compte les chemins  $*$  selon la notation introduite par HECKBERT [28].

### 5.4.2 Consistance

Les régularisations, qu'elles soient spatiales ou directionnelles, introduisent du biais. Cependant, KNAUS et ZWICKER [39] ont montré que le support d'une régularisation à deux dimensions (spatiale ou directionnelle) peut être réduit au cours du rendu :

$$h_i = h_{i-1} \frac{i + \beta}{i + 1}, \quad (5.14)$$

avec  $i$  un numéro de passe arbitraire augmentant au cours du rendu. Généralement on fixe un nombre de contributions arbitraire avant d'incrémenter  $i$ .  $\beta \in [0, 1]$  un paramètre dirigeant la vitesse de convergence. Plus  $\beta$  est petit, plus le biais est rapidement supprimé, mais la variance augmente.

Pour simplifier l'implémentation, on peut utiliser la dérivation équivalente de GEORGIEV, KRIVANEK, DAVIDOVIC et SLUSALLEK [14] :

$$h_i = h_0 \sqrt{i^{\beta-1}} \quad (5.15)$$

**Valeur initiale** Ces notations imposent le choix d'une valeur initiale  $h_0$  qui influence de façon considérable le rendu. Si celle-ci est trop importante, le rendu va introduire beaucoup de biais. Inversement, si cette valeur est trop petite, la régularisation va introduire beaucoup de variance.

Nous n'avons pas poussé l'étude du comportement de  $h$  car nous pensons qu'une stratégie pertinente est d'utiliser la différentielle des sous-chemins, IGEHY [30] et SUYKENS et WILLEMS [51], pour s'assurer de choisir un support  $h$  qui soit approximativement équivalente à l'empreinte d'un pixel. Ainsi le biais introduit se limite à un pixel.

Cependant, nous pouvons faire référence à KAPLANYAN et DACHSBACHER [36] qui dans un travail parallèle introduisent de façon similaire la régularisation directionnelle et proposent une preuve de convergence similaire à celle fournie par KNAUS et ZWICKER [39].

## 5.5 Régularisation directionnelle et MIS

En remplaçant toutes les singularités directionnelles – qu’elles soient dans une BSDF, une fonction d’émission ou de sensibilité – par une régularisation directionnelle, nous introduisons beaucoup de nouvelles stratégies d’échantillonnage. Cependant, celles-ci introduisent du biais systématiquement. Dans cette section, nous pondérons ensemble les stratégies régularisées (donc biaisées) et les non biaisées grâce à multiple importance sampling.

Cette pondération résulte en une réduction de variance, liée à multiple importance sampling, qui privilégie la stratégie associée à la plus forte PDF – voir chapitre 4 page 35. Cependant, nous montrons que les stratégies biaisées sont souvent faiblement pondérées, n’introduisant que peu de biais, si il existe une stratégie non biaisée.

### 5.5.1 BSDF hybride

Nous proposons d’utiliser le comportement singulier et le comportement régularisé en fonction du contexte d’échantillonnage ou de connexion :

**Échantillonnage :** Lors de la génération de sous-chemin, une nouvelle direction de propagation sera “échantillonnée” suivant la BSDF spéculaire à singularité. Connaissant  $\mathbf{i}_i$  au point  $\mathbf{p}_i$ , la direction de réflexion est calculée de façon déterministe telle que  $\mathbf{s}_i = R(\mathbf{i}_i)$ .

**Évaluation :** Lors de la connexion entre deux sous-chemins, la régularisation – équation (5.13) page 55 est utilisée.

Ainsi, en suivant le formalisme introduit dans PHARR et HUMPHREYS [46, 47], on peut représenter une BRDF miroir par trois fonctions :

$$F(\mathbf{p}, \mathbf{i}, \mathbf{s}) = \tilde{\delta}_h(R(\mathbf{i}) - \mathbf{s}) \quad (5.16)$$

$$\text{SampleF}(\mathbf{p}, \mathbf{i}) \rightarrow R(\mathbf{i}) \quad (5.17)$$

$$P(\mathbf{p}, \mathbf{i}, \mathbf{s}) = \tilde{\delta}_h(R(\mathbf{i}) - \mathbf{s}) \quad (5.18)$$

Avec  $F$  la fonction utilisée pour évaluer l’énergie transmise lors d’une connexion,  $\text{SampleF}$  la fonction utilisée pour échantillonner une nouvelle direction de propagation et  $P$  la PDF associée à l’échantillonnage de cette nouvelle direction de propagation.

Ce formalisme permet d’utiliser la régularisation dans un contexte de MIS. Lorsqu’un chemin  $\bar{\mathbf{x}}$  est échantillonné en utilisant une régularisation pour la connexion,

il est possible d'évaluer sa PDF proportionnellement aux PDFs d'autres stratégies non régularisées grâce à l'équation (5.18) page 57. Les autres stratégies non régularisées ne sont pas en théorie capables d'échantillonner ce chemin, car celui-ci est biaisé, mais nous appliquons MIS au sein d'une famille de chemins similaires.

La section suivante détaille le comportement de la pondération de MIS lorsqu'il existe plusieurs stratégies biaisées et non biaisées pour la même classe de chemins.

### 5.5.2 Comportement de MIS

Soit un chemin  $\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_k]$  pouvant être généré par deux stratégies différentes. Une,  $S_{l,k-l}$ , impliquant une régularisation lors de la connexion entre les points  $\mathbf{p}_l$  et  $\mathbf{p}_{l+1}$  – la régularisation apparaissant en  $\mathbf{p}_{l+1}$  – et une autre,  $S_{l-1,k-l+1}$ , effectuant la connexion entre deux points  $\mathbf{p}_{l-1}$  et  $\mathbf{p}_l$  et n'impliquant pas de régularisation, comme présenté en figure 5.7.

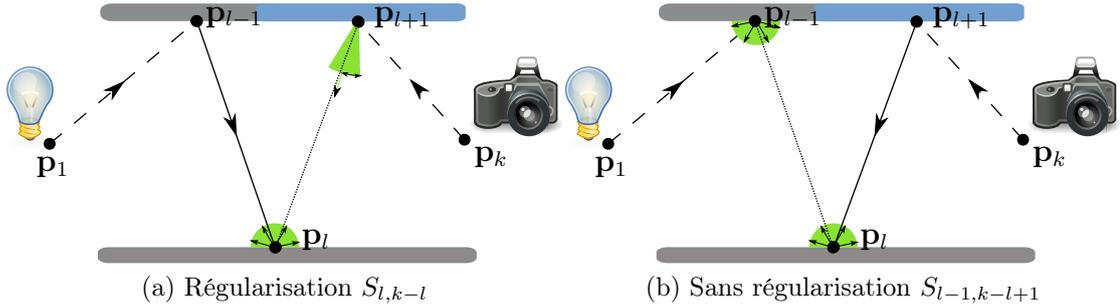


FIGURE 5.7 – *Comparaison de deux stratégies impliquant une régularisation – Les sous-chemins  $[\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{l-1}]$  et  $[\mathbf{p}_{l+1}, \dots, \mathbf{p}_k]$  sont tracés.  $\mathbf{p}_{l+1}$  est sur une surface spéculaire. La stratégie (a) implique une régularisation suite à la connexion entre  $\mathbf{p}_{l+1}$  et le point  $\mathbf{p}_l$ , générés par échantillonnage depuis  $\mathbf{p}_{l-1}$ . Inversement la stratégie (b) n'introduit pas de régularisation puisque la connexion est effectuée entre les points  $\mathbf{p}_{l-1}$  et  $\mathbf{p}_l$ . Les PDFs associées à ses deux stratégies sont similaires et ne diffèrent qu'à cause de la méthode utilisée pour choisir  $\mathbf{p}_l$ .*

En utilisant l'équation (3.9) page 31 on obtient les PDFs suivantes :

$$P_{S_{l,k-l}}(\bar{\mathbf{x}}) = P_{S_{l,0}}([\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_l])P_{S_{0,k-l}}([\mathbf{p}_{l+1}, \dots, \mathbf{p}_k]) \quad (5.19)$$

$$P_{S_{l-1,k-l+1}}(\bar{\mathbf{x}}) = P_{S_{l-1,0}}([\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{l-1}])P_{S_{0,k-l+1}}([\mathbf{p}_l, \dots, \mathbf{p}_k]) \quad (5.20)$$

Soit, en exhibant les termes communs :

$$P_{S_{l,k-l}}(\bar{\mathbf{x}}) = P_{S_{l-1,0}}([\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{l-1}])P(\mathbf{p}_l | (\mathbf{p}_{l-1}, \mathbf{i}_{l-1}))P_{S_{0,k-l}}([\mathbf{p}_{l+1}, \dots, \mathbf{p}_k]) \quad (5.21)$$

$$P_{S_{l-1,k-l+1}}(\bar{\mathbf{x}}) = P_{S_{l-1,0}}([\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{l-1}])P(\mathbf{p}_l | (\mathbf{p}_{l+1}, \mathbf{i}_{l+1}))P_{S_{0,k-l}}([\mathbf{p}_{l+1}, \dots, \mathbf{p}_k]) \quad (5.22)$$

En factorisant les termes communs, on observe que les PDFs des deux stratégies sont liées par la probabilité de générer le point  $\mathbf{p}_l$  depuis  $\mathbf{p}_{l-1}$  ou  $\mathbf{p}_{l+1}$  :

$$P_{S_{l,k-l}}(\bar{\mathbf{x}}) = P_{S_{l-1,k-l+1}}(\bar{\mathbf{x}}) \frac{P(\mathbf{p}_l | (\mathbf{p}_{l-1}, \mathbf{i}_{l-1}))}{P(\mathbf{p}_l | (\mathbf{p}_{l+1}, \mathbf{s}_{l+1}))} \quad (5.23)$$

Dans un contexte de MIS, les deux stratégies seront pondérées respectivement l'une par rapport à l'autre suivant le rapport  $\gamma$  :

$$\gamma = \frac{P(\mathbf{p}_l | (\mathbf{p}_{l-1}, \mathbf{i}_{l-1}))}{P(\mathbf{p}_l | (\mathbf{p}_{l+1}, \mathbf{s}_{l+1}))} \quad (5.24)$$

Pour la suite, nous prendrons une fonction de régularisation simple :

$$\tilde{\delta}(R(\mathbf{i}) - \mathbf{s}) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi(1 - \cos h)} & \text{si } R(\mathbf{i}) \cdot \mathbf{s} > \cos h \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.25)$$

Événement	PDF	Approximation
Surface diffuse	$\frac{G(\mathbf{p}_i \leftrightarrow \mathbf{p}_{i+1})}{2\pi}$	$\approx G \times 0.16$
Surface régularisée $h = 1^\circ$	$\frac{G(\mathbf{p}_i \leftrightarrow \mathbf{p}_{i+1})}{2\pi(1 - \cos h)}$	$\approx G \times 1044$
Lampe surfacique	$A^{-1}$	-

TABLEAU 5.3 – PDFs associées à différents événements d'échantillonnage –  $P(\mathbf{p}_{i+1} | (\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i))$  en fonction du type d'évènement en  $\mathbf{p}_i$ .

Le tableau 5.3 donne les valeurs associées à différentes PDFs. On remarque que la PDF associée aux régularisations directionnelles est bien plus importante que celles associées aux surfaces diffuses. Ainsi, l'équation (5.24) devient :

$$\gamma = \frac{G(\mathbf{p}_l \leftrightarrow \mathbf{p}_{l-1})}{G(\mathbf{p}_l \leftrightarrow \mathbf{p}_{l+1})} \frac{2\pi(1 - \cos h)}{2\pi} \quad (5.26)$$

Sans perte de généralité, nous pouvons supposer les deux facteurs géométriques identiques et en déduire, comme  $h$  est petit, que  $\gamma$  est une valeur proche de zéro, ce qui associé à l'équation (5.23) page 59 donne :

$$P_{S_{l,k-l}}(\bar{\mathbf{x}}) \ll P_{S_{l-1,k-l+1}}(\bar{\mathbf{x}}) \quad (5.27)$$

Dit autrement, la PDF associée à la stratégie biaisée est très faible vis-à-vis de la stratégie non biaisée, et ainsi celle-ci sera pondérée faiblement par MIS.

Ainsi, une propriété de la régularisation directionnelle dans le contexte de MIS est : *s'il existe une stratégie non biaisée capable d'échantillonner une classe de chemins équivalent à une stratégie biaisée, la stratégie non biaisée sera pondérée plus fortement que la stratégie biaisée, limitant ainsi le biais introduit dans l'estimateur de Monte-Carlo.*

Il existe des contextes dans lesquels les termes géométriques sont différents, où les points de connexion ne se suivent pas, générant ainsi des PDFs totalement différentes pour les sous-chemins. Les petites sources de lumière surfaciques génèrent aussi une très forte PDF (comme montré dans le tableau 5.3 page 59). Dans tous ces cas, il est possible qu'il existe un chemin biaisé, impliquant une régularisation lors de la connexion, qui ait une PDF plus forte que sa contrepartie non biaisée.

Dans ces cas, les contributions biaisées seront plus pondérées par MIS que leur contrepartie non biaisée. Ceci permet de réduire la variance plus efficacement puisque les contributions ayant une plus forte PDF sont plus facilement échantillonnées, fournissant plus rapidement un ensemble d'échantillons qui contribuent à l'estimateur.

## 5.6 Comparaison spatiale et directionnelle

Les régularisations spatiale et directionnelle sont liées à un changement de variable près – illustré en figure 5.8 page ci-contre :

$$\tan h = \frac{d}{\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}'_{i+1}\|}. \quad (5.28)$$

La régularisation spatiale nécessite une surface diffuse pour évaluer la BSDF au point de collecte, ce qui n'est pas le cas de la régularisation directionnelle qui peut connecter ensemble deux surfaces à singularités par le biais de deux régularisations. La régularisation directionnelle peut être couplée à une régularisation spatiale pour être évaluée sur une surface modélisée avec une singularité.

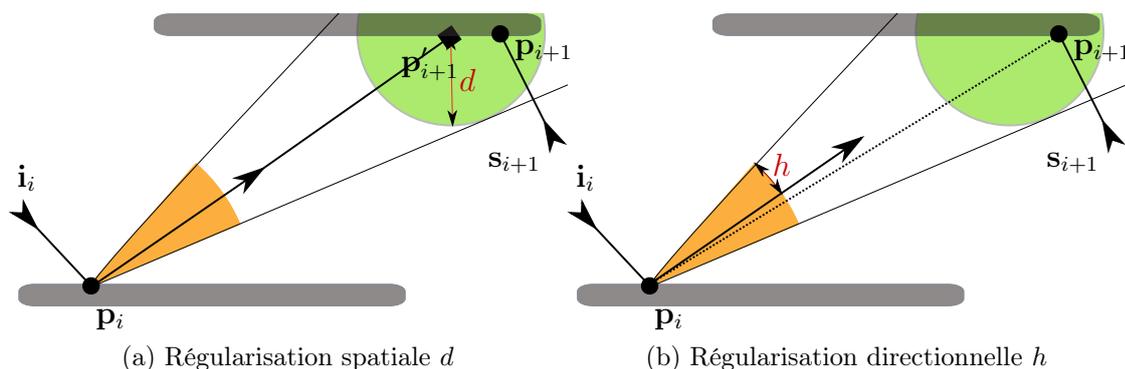


FIGURE 5.8 – Relation entre la régularisation spatiale et directionnelle – La régularisation spatiale (a) nécessite d'échantillonner un point supplémentaire  $\mathbf{p}'_{i+1}$  qui sera connecté à  $\mathbf{p}_{i+1}$  en utilisant un support en forme de disque de rayon  $d$ . La régularisation spatiale (b) connecte les points  $\mathbf{p}_i$  et  $\mathbf{p}_{i+1}$  ensemble grâce à un cône de support  $h$ . Le disque et le cône de support sont liés par l'équation (5.28) page 60. La surface en  $\mathbf{p}_i$  est modélisée par une singularité.

De plus, comme illustré en figure 5.8, la régularisation spatiale nécessite une étape d'échantillonnage supplémentaire pour générer le point  $\mathbf{p}'_{i+1}$ . Ceci augmente la taille de l'espace d'échantillonnage, et ainsi la variance de l'estimateur. Par exemple, si  $\mathbf{p}_i$  est sur une surface transparente, la régularisation directionnelle fera la connexion à  $\mathbf{p}_{i+1}$  de façon déterministe. Inversement, l'échantillonnage de  $\mathbf{p}'_{i+1}$  peut se produire par réflexion ou réfraction et ainsi ne pas finir sur la même surface que  $\mathbf{p}_{i+1}$ .

Pour finir, si  $\mathbf{p}_{i+1}$  est une extrémité du chemin –  $\mathbf{p}_1$  ou  $\mathbf{p}_k$  – il est possible de contraindre son échantillonnage dans le cône de régularisation directionnelle, afin de réduire la variance.

Ces différences font que la régularisation directionnelle apparaît avec des propriétés supérieures à la régularisation spatiale. Cependant elle ne permet pas l'exploitation efficace d'un cache – voir section 6.5 page 78. PAJOT, BARTHE, PAULIN et POULIN [45] proposent une implémentation GPU de connexions combinatoires, mais montrent des résultats sur des caches de petite taille.

## 5.7 Singularités approximatives

Lorsque le support d'une régularisation est plus large que le support d'une BSDF très directionnelle, il peut être intéressant de remplacer la BSDF très directionnelle par une BSDF régularisée.

En appliquant une stratégie similaire à celle de la régularisation de singularités – *i.e.* en échantillonnant la BSDF très directionnelle et en effectuant les connexions en utilisant la BSDF régularisée – nous avons observé une réduction de la variance, au prix de l’introduction de biais directionnel de façon similaire à la régularisation de surfaces à singularités.

## 5.8 Conclusion

L’utilisation de la régularisation directionnelle permet d’ajouter de nouvelles stratégies d’échantillonnage pour une classe de chemins. Ainsi, certaines classes de chemins qui n’étaient pas prise en compte peuvent maintenant être échantillonnées.

La section section 5.5 page 57 montre une propriété forte de la régularisation directionnelle dans le contexte de MIS, celle-ci n’ajoute du biais que dans le cas où cette opération permet de réduire la variance selon l’heuristique de MIS.

Ainsi, la régularisation directionnelle est un outil permettant des rendus incluant tous les phénomènes lumineux. De plus, il donne aux utilisateurs un outil de réduction de variance au prix de l’introduction de biais. Ces compromis sont détaillés dans le chapitre 6 page ci-contre.

# Chapitre 6

## Résultats

“- *Make love, not war!*”

“- *I prefer to do both.*”

— Random hippies and Boris The Animal

“*Men in black III*”

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Échantillonnage holistique</b>	<b>64</b>
<b>6.2</b>	<b>Amélioration de la convergence</b>	<b>64</b>
<b>6.3</b>	<b>Pondération avec d'autres stratégies biaisées</b>	<b>66</b>
<b>6.4</b>	<b>Étude de la convergence</b>	<b>71</b>
<b>6.5</b>	<b>Stratégie de cache</b>	<b>78</b>
6.5.1	Empreinte mémoire	78
6.5.2	Échantillonnage temporel et spatial	79

---

POUR illustrer le comportement de la régularisation directionnelle, nous nous sommes concentrés sur des scènes avec des géométries simples, mais intégrant des scénarios lumineux complexes, comme des caustiques provenant de petites sources lumineuses vues à travers des transmissions et réflexions multiples.

Pour ces images, nous utilisons un support de régularisation  $h = 0.04$  radians. Ce paramètre correspond à l’empreinte moyenne d’un pixel sur la scène, calculée par différentielle de rayon. Pour simplifier l’implémentation, nous avons fixé ce paramètre.

## 6.1 Échantillonnage holistique

Les chemins qui ne peuvent pas être échantillonnés par un *Bidirectional Path Tracing* (BDPT) non biaisé – *i.e.*, ceux qui ne contiennent pas *DD* selon la notation de HECKBERT [28] – peuvent être pris en compte grâce à la régularisation directionnelle, comme démontré par KAPLANYAN et DACHSBACHER [36], cela est mis en évidence dans la figure 6.1 page suivante. Cependant, notre approche se distingue, car elle tente aussi de réduire la variance des chemins échantillonnables par un BDPT non biaisé.

Dans la figure 6.2 page 66, où nous nous comparons directement au travail de KAPLANYAN et DACHSBACHER [36], nous montrons que les chemins ne pouvant être rendus que par des stratégies biaisées profitent aussi de l'utilisation de plusieurs stratégies.

## 6.2 Amélioration de la convergence

Dans la figure 6.3 page 67, un tore très *glossy* est inséré dans un cube de verre.

Cette scène est illuminée par une toute petite source de lumière surfacique. Cette scène peut être intégralement simulée en utilisant un algorithme bidirectionnel non biaisé, mais la petite taille de la source de lumière la rend très difficile à simuler. En effet, certains chemins lumineux, comme les caustiques visibles dans le verre, sont très difficiles à trouver, car ceux-ci ne sont évaluables que par échantillonnage unidirectionnel depuis la source de lumière.

Un algorithme de mutation comme *Metropolis Light Transport* (MLT) KELEMEN, SZIRMAY-KALOS, ANTAL et CSONKA [37] ici utilisé, ou *Manifold Exploration* JAKOB et MARSCHNER [32] est mis en difficulté. En effet, même si ces algorithmes sont efficaces pour explorer les caustiques, ils nécessitent un chemin pour initialiser la mutation, ce qui est difficile à trouver.

Dans le cas de la caustique du tore, MLT peut mettre plusieurs millions d'échantillons avant de trouver et d'explorer la caustique. Ici, la régularisation directionnelle permet de trouver plus rapidement les échantillons de la caustique. Couplé à MLT, cela permet une exploration des caustiques plus efficaces, d'autant que le processus de MLT reste moins souvent bloqué dans des caustiques difficiles, ce qui évite des problèmes de surexposition caractéristiques de MLT.

Cette scène montre ainsi la différence entre notre approche, qui introduit du biais pour réduire la variance, et celle de KAPLANYAN et DACHSBACHER [36], qui minimise le biais introduit et ainsi ne profite pas de l'opportunité de réduction de variance.

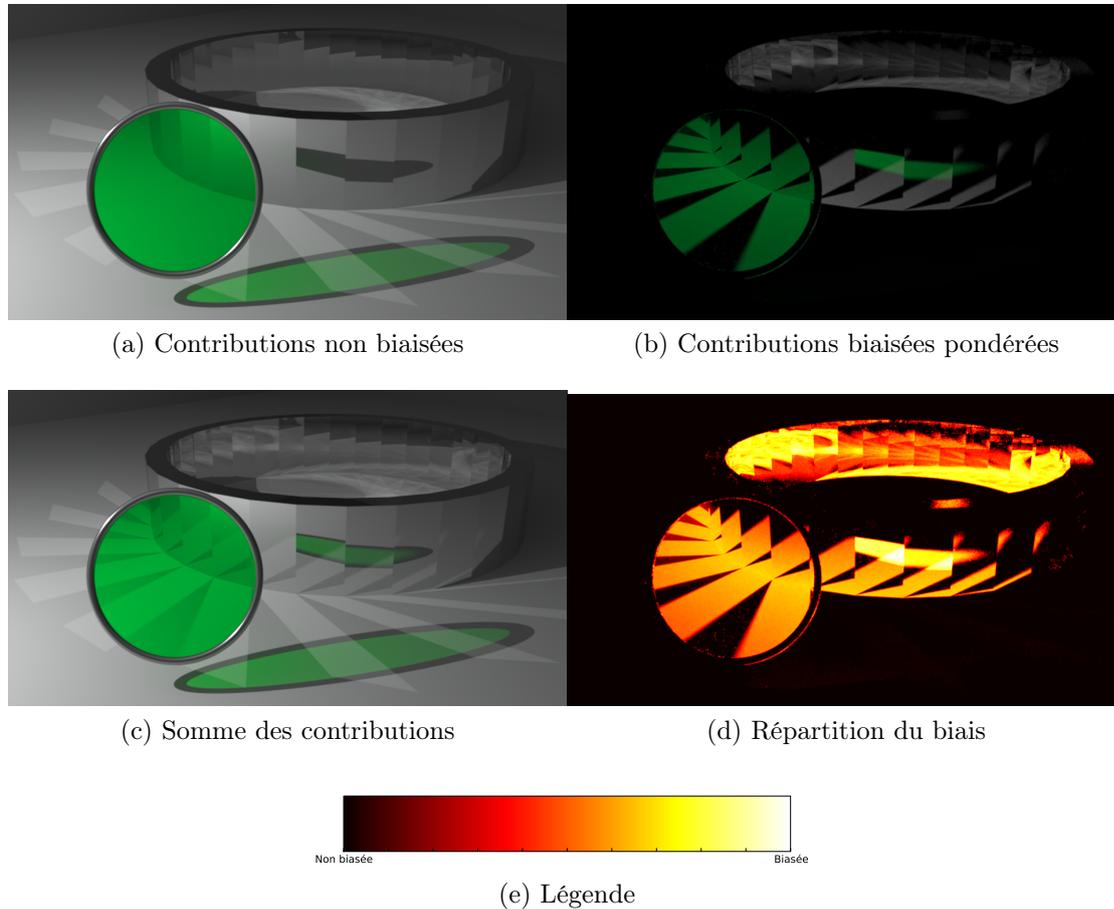


FIGURE 6.1 – Échantillonnage d'une nouvelle classe de chemins – Un anneau, miroir parfait, est éclairé par une source ponctuelle. BDPT (a) n'est pas capable de rendre les caustiques réfléchies sur l'anneau et vues au travers de la lentille transparente verte. La régularisation directionnelle est capable de calculer toute la scène de façon biaisée, y compris ces phénomènes. Cependant, la pondération par MIS n'affecte un poids significatif à la stratégie biaisée que lorsqu'elle permet d'échantillonner ces nouveaux phénomènes, comme observé en (a). La somme des contributions biaisées pondérées par MIS, (c), contient tous les phénomènes lumineux, mais n'introduit du biais que pour simuler les comportements que les méthodes non biaisées ne prennent pas en compte. Sur l'image en fausse couleur (d), on observe la répartition du biais.

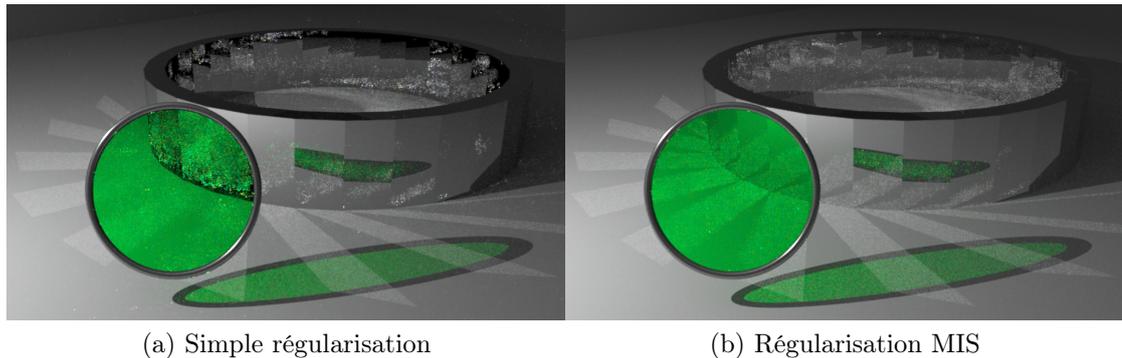


FIGURE 6.2 – *Comparaison entre la régularisation simple et multiple – Nous comparons l’utilisation d’une unique ou plusieurs stratégies de régularisations pondérées par MIS, illustrées respectivement en figure (a) et (b). Pour diminuer l’introduction de biais, KAPLANYAN et DACHSBACHER [36] n’utilisent que la stratégie qui introduit le moins de biais, ici celle qui connecte à la caméra un sous-chemin provenant de la source. D’autres stratégies sont disponibles et proposent une meilleure réduction de variance en un temps équivalent.*

Nous observons en figure 6.5 page 69 qu’après plusieurs heures de calcul, la régularisation directionnelle converge plus lentement. Ceci est dû à un moins bon comportement de la régularisation qui asymptotiquement est moins efficace que la méthode non biaisée, comme détaillé par GEORGIEV, KRIVANEK, DAVIDOVIC et SLUSALLEK [14], HACHISUKA, PANTALEONI et JENSEN [25] et KAPLANYAN et DACHSBACHER [36].

Nous avons choisi de sacrifier le comportement asymptotique pour un meilleur comportement au début du rendu. Les courbes sont calculées à partir des images en dynamique complète et ainsi l’erreur réellement visible est amortie par le processus de *Tonemapping* et est difficilement perceptibles sur l’image finale.

On observe en figure 6.4 page 68 les différences en fausses couleurs.

Dans la figure 6.6 page 70 nous montrons la pondération relative effectuée par MIS entre les stratégies biaisées et non biaisées. On remarque que les chemins considérés comme simples sont quasiment non biaisés alors que les chemins considérés comme difficiles introduisent du biais.

### 6.3 Pondération avec d’autres stratégies biaisées

Nous comparons la régularisation directionnelle avec le *Photon Mapping* (PM). Dans de nombreux cas, la régularisation spatiale associée au PM, ainsi que l’al-

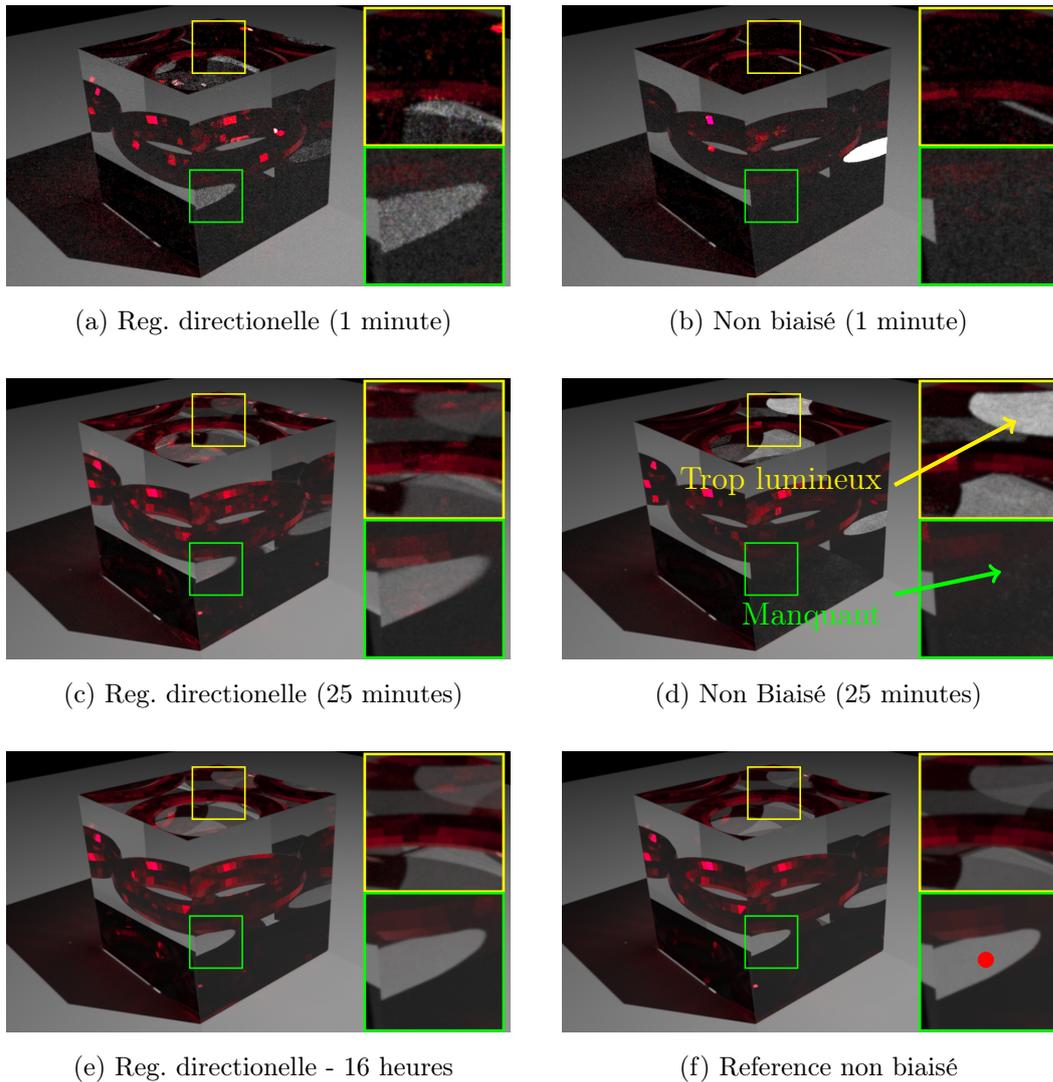


FIGURE 6.3 – Réduction de variance par régularisation directionelle – Un tore très glossy est enfermé dans un cube de verre. La scène est illuminée par une petite source surfacique. Les caustiques vues par réfraction au travers du verre sont particulièrement difficiles à reproduire. Cette scène est rendue par échantillonnage bidirectionnel avec MLT. (a) (c) et (e) sont réalisés avec régularisation directionnelle contrairement à (b) (d) et (f). Après une minute de rendu, la régularisation directionnelle (a) reproduit au bruit près la plupart des phénomènes observés. Inversement, dans le rendu sans régularisation (b) la plupart des phénomènes sont manquants ou sur échantillonnés. Le biais introduit par la régularisation directionnelle, visible au flou sur la zone de caustique (c) (insert du bas) disparaît au cours du rendu (e). Le point rouge en (f) représente un pixel pour lequel une étude plus approfondie est réalisée en section 6.4 page 71.

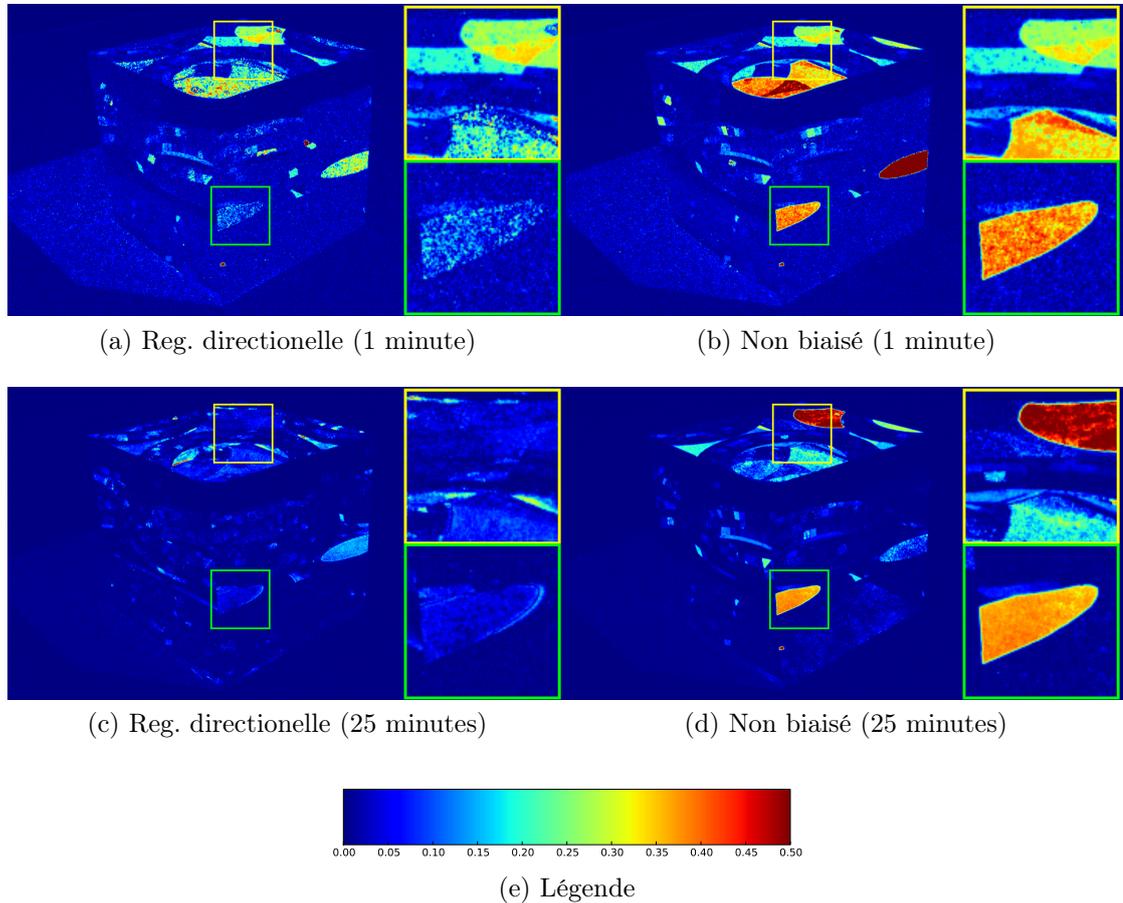


FIGURE 6.4 – Réduction de variance – Différences qualitative – Représentation en fausses couleurs de la différence entre MLT BDPT sans régularisation ou avec. Les zones en bleu représentent peu d'erreurs et les zones colorées (rouge/orange) représentent une plus forte erreur. La régularisation directionelle introduit une erreur significative en bordure des caustiques, du fait du biais directionnel. Cependant l'erreur moyenne reste inférieure à celle introduite par la méthode non biaisée, spécialement dans les zones de caustiques qui sont surexposées du fait de l'exploration de MLT. Les couleurs (e) représente l'erreur relative par rapport à l'erreur maximal mesurée.

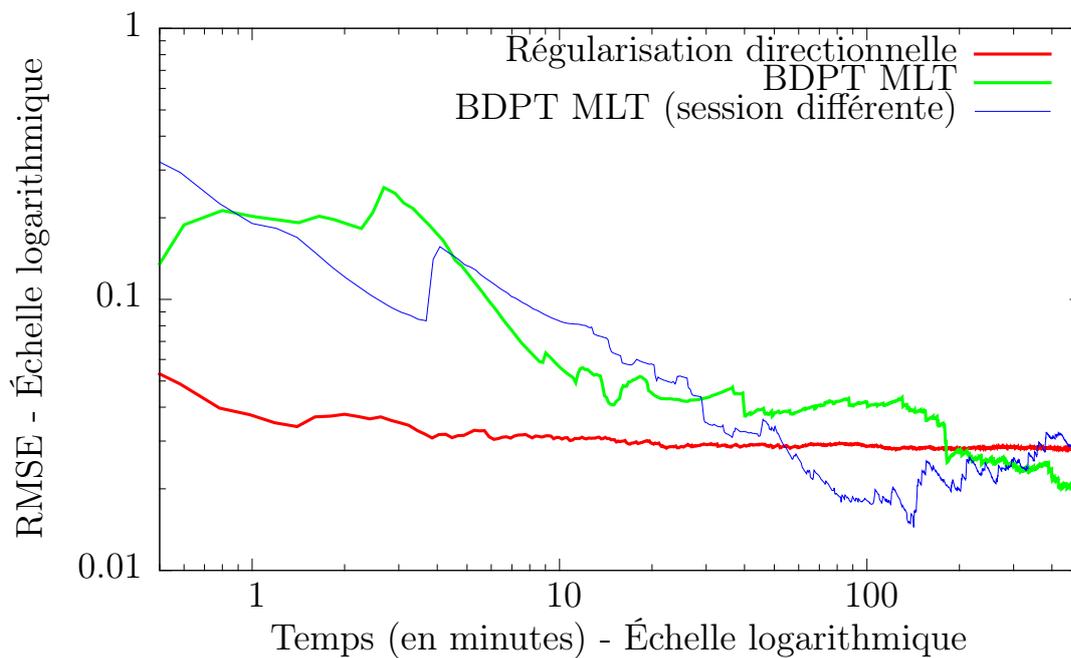
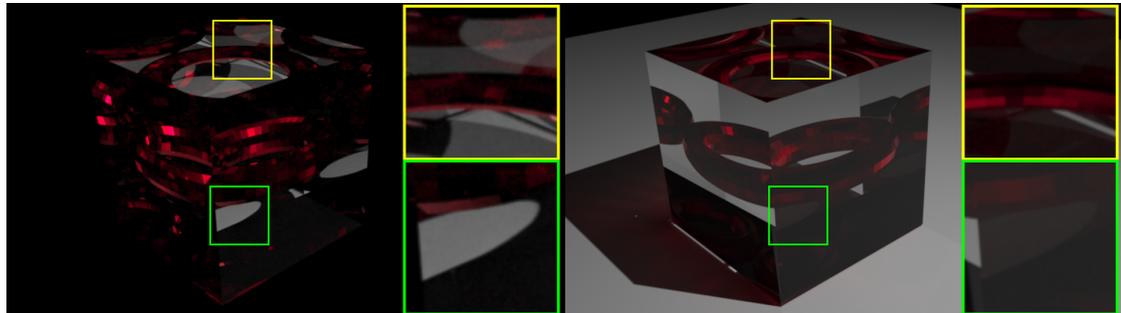
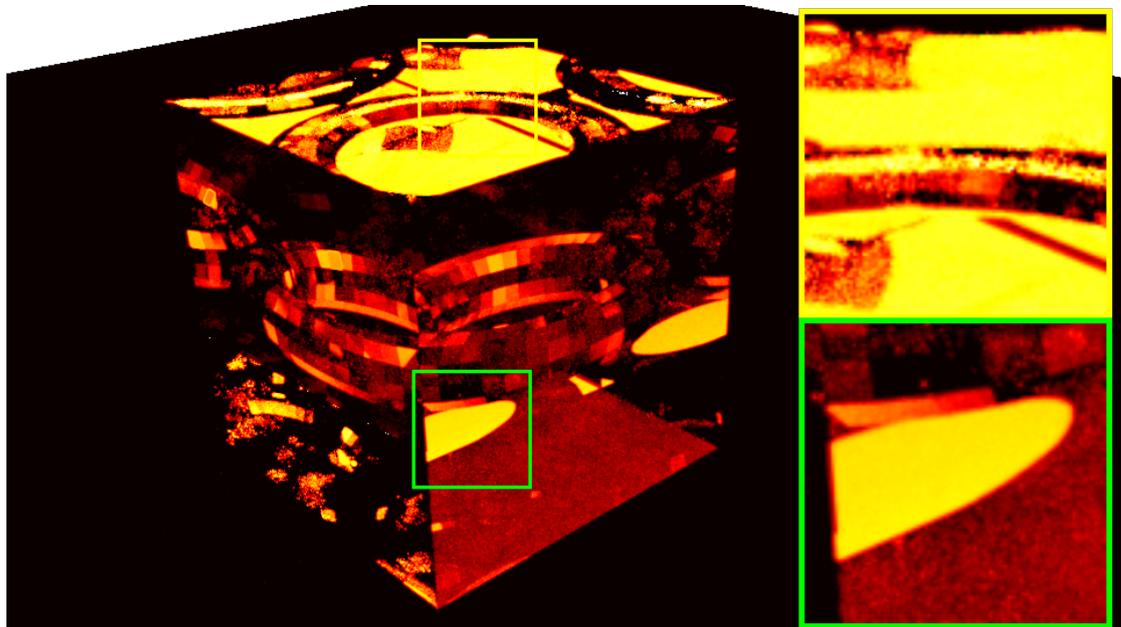


FIGURE 6.5 – *Comparaison de l'évolution de l'erreur – Représentation de l'évolution de l'erreur moyenne (RMSE) sur les images hautes dynamiques de la scène du tore. L'utilisation de régularisation directionnelle améliore la vitesse de convergence.*

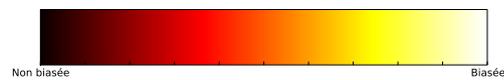


(a) Contributions biaisées

(b) Contributions non biaisées



(c) Répartition du biais



(d) Légende

FIGURE 6.6 – Influence de MIS dans la pondération des contributions – Contributions biaisées (a) et non biaisées (b). On observe que le biais n'est introduit que dans les zones de caustiques difficiles. (c) montre la répartition du biais.

gorithme de cache, sont très efficaces pour réduire la variance. Cependant, nous montrons en figure 6.7 qu’il existe certains cas d’échantillonnage où la régularisation directionnelle peut être plus efficace que *Vertex Connection and Merging* (VCM), GEORGIEV, KRIVANEK, DAVIDOVIC et SLUSALLEK [14].

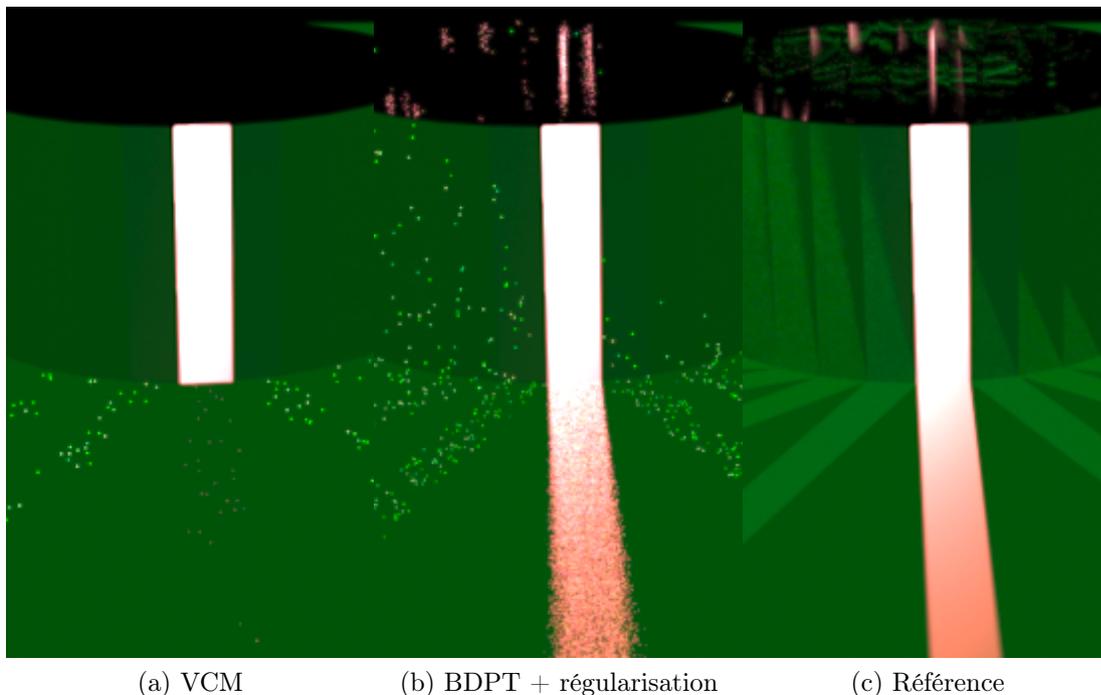


FIGURE 6.7 – *Comparaison avec VCM – Une scène éclairée par une lampe directionnelle incluant un anneau réfléchissant et un sol composé d’un matériau vert diffus et rouge très directionnel. La taille de la scène est cent fois plus grande que le cylindre, ainsi les sous-chemins provenant de la source de lumière ont une faible probabilité d’échantillonner une zone visible de la caméra. Ainsi la composante rouge de la caustique, visible dans l’image de référence (c) est très dur à échantillonner pour PM et BDPT (a). Cependant, la régularisation directionnelle, (b), est capable de créer facilement une connexion entre le miroir et la source distante en un temps équivalent.*

## 6.4 Étude de la convergence

Dans les précédents résultats, nous utilisons la stratégie de mutation MLT proposée par KELEMEN, SZIRMAY-KALOS, ANTAL et CSONKA [37], *Primary Sample Space Metropolis Light Transport* (PSSMLT). Celle-ci est très efficace, mais n’est

pas un moyen fiable d'analyser le comportement de convergence puisque le résultat final n'est donné qu'à une constante de normalisation près qui est difficile à évaluer de manière robuste.

Pour fournir une analyse plus avancée, nous avons utilisé un échantillonnage aléatoire sur un pixel de la scène du tore, représenté par un point rouge dans la figure 6.3 page 67.

Pour simplifier le processus d'échantillonnage, nous avons limité notre étude aux stratégies unidirectionnelles provenant de la caméra. Ainsi nous avons pu réaliser de nombreux échantillons. L'étude sur d'autres pixels de cette scène montre des résultats similaires.

Nous étudions le comportement de deux stratégies. En premier lieu, un échantillonnage unidirectionnel, où un chemin est tracé depuis la caméra jusqu'à rencontrer la source de lumière. En second lieu, un échantillonnage unidirectionnel avec éclairage direct, ou un chemin tracé depuis la caméra est connecté à un point échantillonné sur la source de lumière.

Dans le cas de la caustique, cette stratégie n'est pas possible sans régularisation. Ainsi nous montrons l'impact qu'à la régularisation sur l'échantillonnage de cette classe de chemin en ajoutant une stratégie d'éclairage direct.

Le tableau 6.1 donne le nombre d'échantillons utilisés et les moyennes et variances associées. Si les moyennes sont sensiblement identiques après 2 milliards d'échantillons, la variance de notre méthode est grandement inférieure. On observe aussi que notre méthode augmente sensiblement le nombre d'échantillons contribuant. En effet, plus de 99% des échantillons non biaisés ne contribuent pas ce qui explique pourquoi un échantillonnage aléatoire non biaisé n'est pas efficace dans cette situation.

Méthode	# échantillons	# contribuant	Moyenne	Variance
Échan. unidirectionnel	1900M	2300	0.65	303306
+ rég. directionnelle	1800M	232K	0.62	3061

TABLEAU 6.1 – Répartitions des échantillons – Pour chaque méthode, nous avons échantillonné approximativement deux milliards de chemins lumineux. Les moyennes convergent vers la même valeur, mais on observe une réduction de la variance lors de l'introduction de la régularisation.

Les tableaux 6.2 et 6.3 de la présente page et page suivante montrent la distribution des échantillons entre les deux méthodes. L'échantillonnage unidirectionnel génère des échantillons ayant une très forte valeur, provenant d'une très faible PDF, et source de variance. À l'inverse, notre méthode, en ajoutant une nouvelle stratégie d'échantillonnage, augmente le nombre de contributions non nulles et comme celles-ci sont associées à une plus forte PDF, la variance est réduite.

Ainsi, en introduisant une nouvelle stratégie biaisée, notre méthode augmente l'efficacité d'échantillonnage en facilitant la création de chemins complexes, réduisant le nombre d'échantillons ne contribuant pas. La contribution finale est répartie sur plus d'échantillons et est associée à moins de variance.

Moyenne	Min	Max	# échantillons
B (0)	-	-	1880M
1.41	0.01	79.24	62M
113.25	103.04	131.44	3
93518.65	89207.90	98140.00	19
121165.95	100109.00	283110.00	22
373843.75	324232.00	396781.00	4
426802.60	410110.00	445311.00	5
473115.72	457018.00	499974.00	1125
523952.04	500235.00	534188.00	1215
568294.50	561166.00	575423.00	2
660528.00	660528.00	660528.00	1

TABLEAU 6.2 – *Distribution des échantillons non biaisés – Nous détaillons la répartition des valeurs des échantillons pour le cas non biaisé. Une majorité des échantillons non biaisés ne contribue pas d'énergie. À l'opposé, les rares qui contribuent le font avec une très forte valeur, source de variance.*

Nous avons aussi effectué différents processus de Monte-Carlo pour le même pixel et calculé la variance de la moyenne de chaque séquence comparée à la moyenne finale. Une réduction de variance en faveur de notre méthode apparaît dans le tableau 6.4 page suivante.

Finalement, en figure 6.8 page 75, nous représentons l'évolution de la moyenne pour 145 millions d'échantillons et nous comparons différentes séquences en figure 6.9 page 76 et figure 6.10 page 77.

Moyenne	Min	Max	# échantillons
Noirs (0)	-	-	1760M
1.40	0.00	99.96	60M
300.13	100.06	997.57	14133
1655.20	1001.32	1999.99	5125
2671.53	2000.01	2999.97	21793
3463.75	3000.03	3999.97	42362
4514.96	4000.01	4999.99	39988
5515.96	5000.04	5999.99	48368
6456.90	6000.02	6999.99	46796
7294.33	7000.01	7997.68	13816
8239.96	8004.34	8999.76	130
9485.49	9009.79	9970.70	57
16166.25	10000.50	90706.40	148

TABLEAU 6.3 – *Distribution des échantillons biaisés* – Nous détaillons la répartition des valeurs des échantillons pour le cas biaisé, mélangeant une stratégie unidirectionnelle non biaisée et un éclairage direct biaisé grâce à la régularisation. Comparé au tableau 6.2 page 73, une quantité plus importante d'échantillons contribuent. De plus, la répartition de ceux-ci est moins anarchique et ceux-ci atteignent des valeurs moins fortes, réduisant ainsi la variance générée.

Méthode	# séquences	Variance
Échantillonnage unidirectionnel	223	0.041
Avec régularisation directionnelle	220	0.002

TABLEAU 6.4 – *Évolution de la variance sur plusieurs séquences* – Plusieurs séquences de 8.5M d'échantillons chacune. La régularisation directionnelle permet aussi une réduction de variance significative.

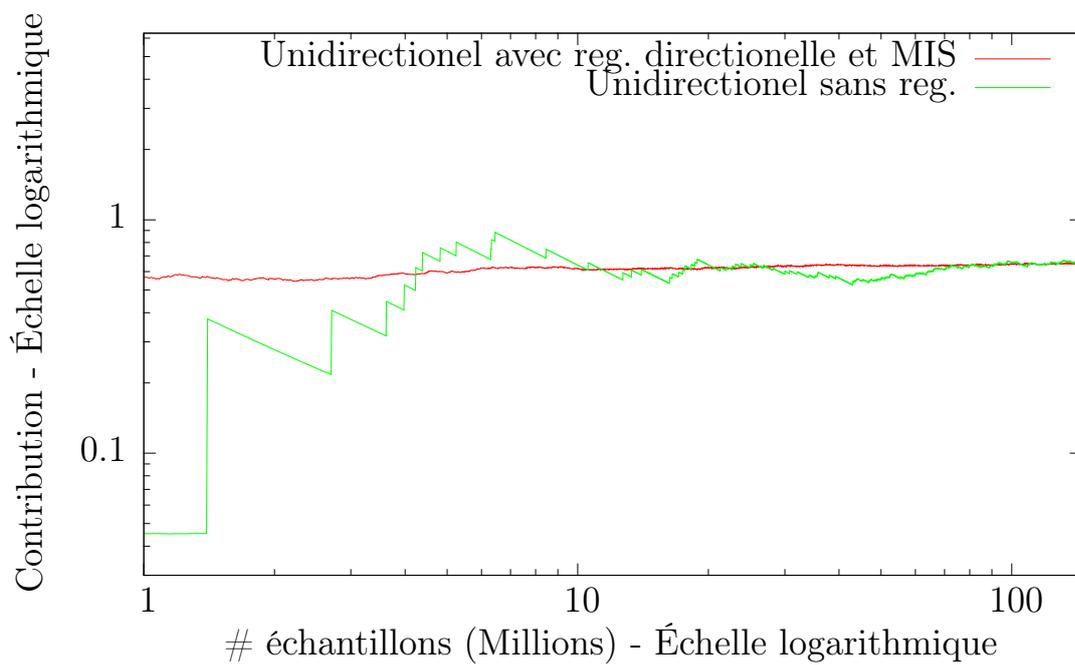


FIGURE 6.8 – Évolution de la convergence pour cent millions échantillons aléatoires – Bien que notre méthode et la méthode non biaisée convergent vers la même valeur, nous montrons une importante réduction de variance.

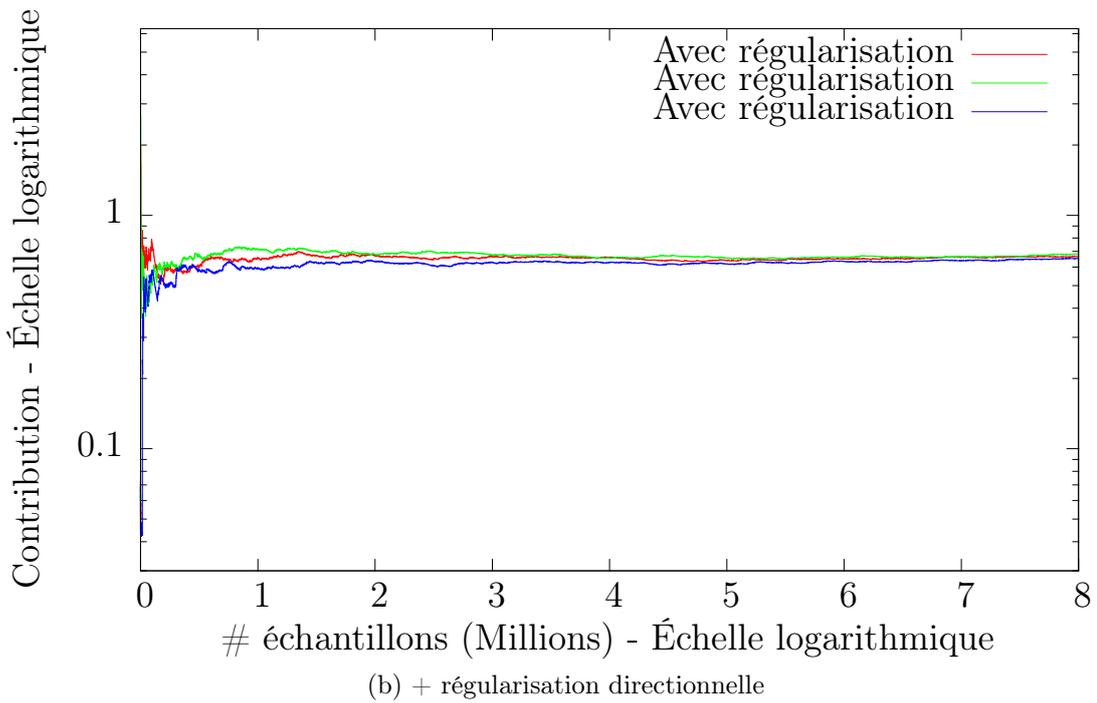
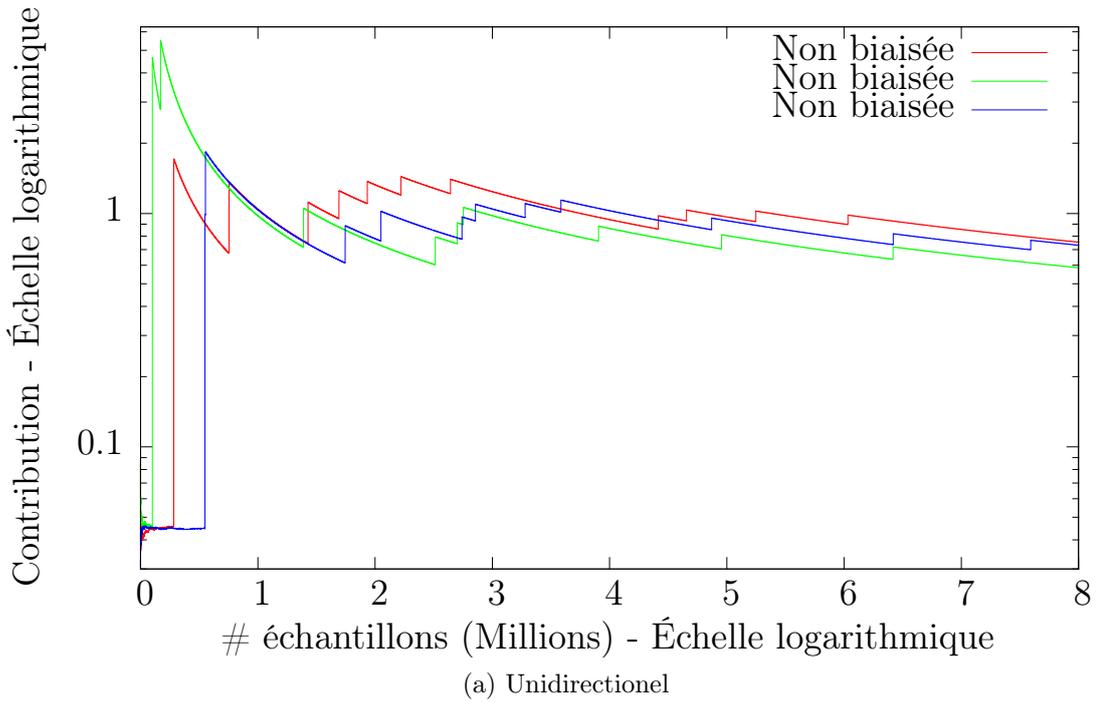


FIGURE 6.9 – Évolution de la convergence sur 8 millions échantillons – L'échantillonnage non biaisé (a) montre un comportement en dent de scie dans les trois séquences, même après un nombre conséquent (8 millions) d'échantillons. Inversement, l'ajout de la régularisation directionnelle (b) montre un comportement bien plus doux, tout en convergeant vers la même valeur. On peut observer l'évolution à 1 million d'échantillons en figure 6.10 page suivante.

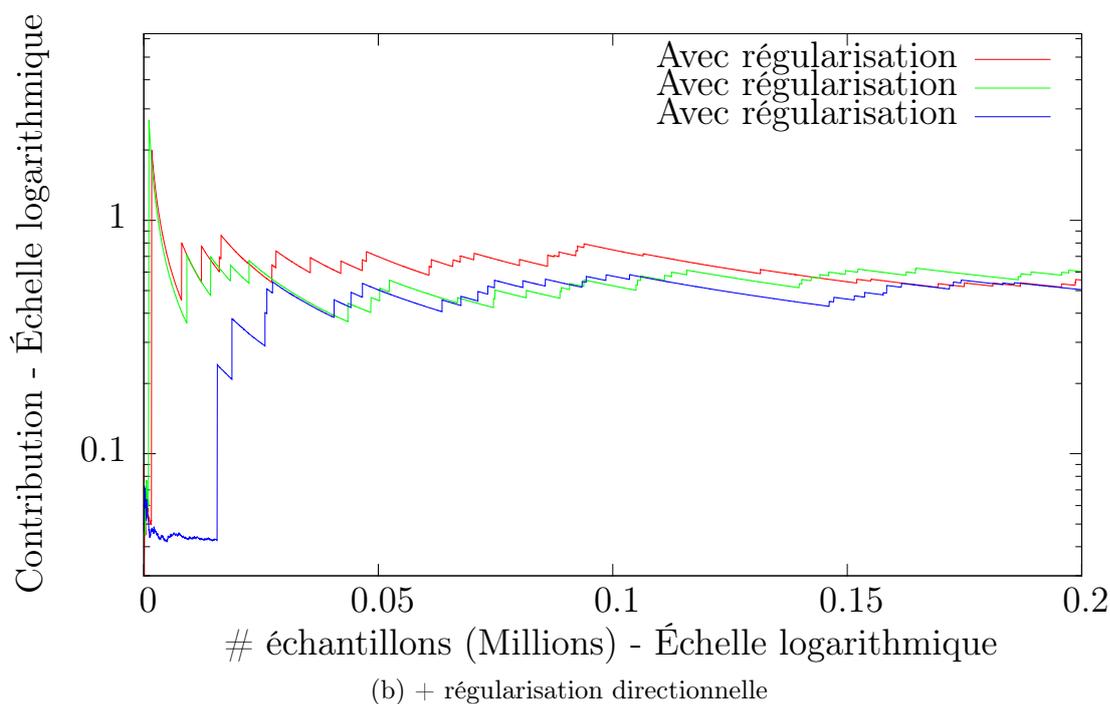
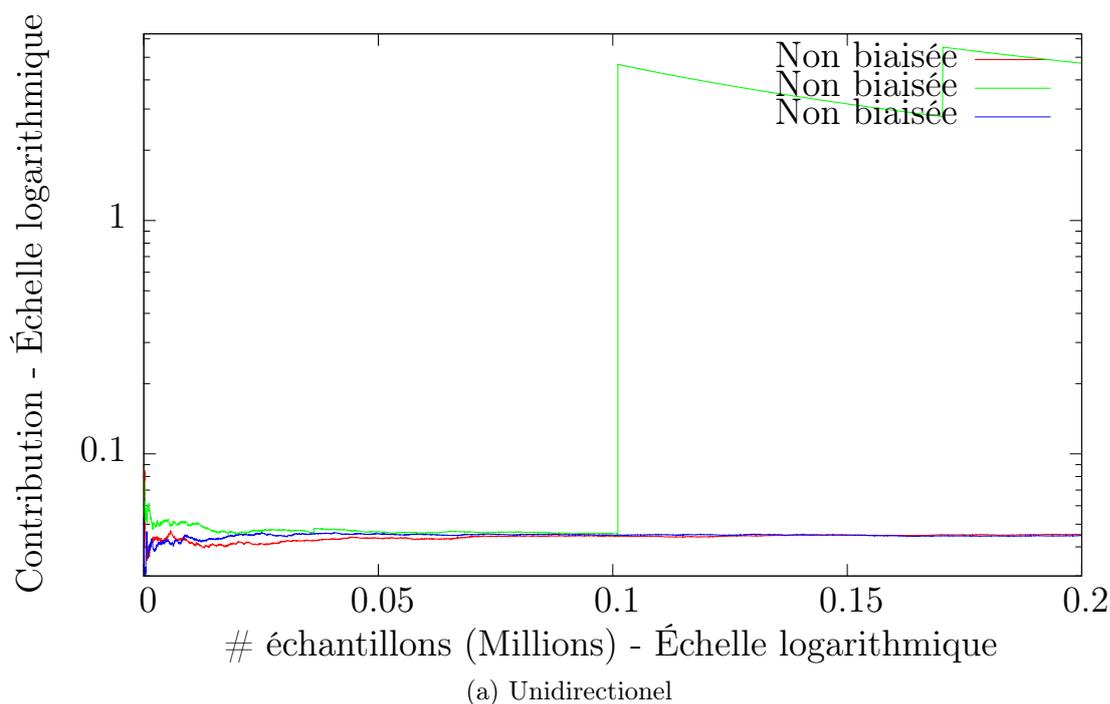


FIGURE 6.10 – Évolution de la convergence sur 0.2 million échantillons – De manière similaire à la figure 6.9 page 76, nous observons le comportement très fluctuant pour la méthode sans régularisation (a) comparée à l'utilisation de la régularisation (b). Sans régularisation, les trois séquences sont très loin de la valeur convergée ( $\approx 0.65$ ) alors que la méthode régularisée s'en approche plus vite. L'effet d'escalier observé en (a) est lié à la grande difficulté à trouver des échantillons non biaisés de la caustique, ainsi la plupart des échantillons servent à intégrer un autre phénomène lumineux. Après 100000 échantillons, la caustique est enfin trouvée par la séquence verte. Cet échantillon ayant une très faible probabilité, il génère une très forte valeur générant la forte discontinuité. La régularisation directionnelle limite ce phénomène en augmentant la probabilité de trouver des échantillons de la caustique.

## 6.5 Stratégie de cache

La régularisation directionnelle est une méthode efficace de réduction de variance couplée avec l'échantillonnage bidirectionnel, MIS et MLT.

Dans les sections précédentes, nous détaillons le fait que la réduction de variance du PM est principalement liée à la réutilisation des échantillons par un mécanisme de cache nécessitant de la mémoire. À l'inverse, la régularisation directionnelle n'a pas ce besoin, mais pourrait en profiter tout autant.

Dans cette section nous montrons que l'utilisation d'un cache, si elle réduit grandement la variance, peut être problématique. La régularisation directionnelle, qui fonctionne sans cache, peut avoir un avantage comparée aux méthodes nécessitant un cache.

### 6.5.1 Empreinte mémoire

Nous avons analysé la quantité de mémoire nécessaire pour stocker le cache du PM dans deux moteurs de rendu libres.

COMMUNITY [8] est un moteur très complet et ainsi représente la borne maximum. SmallVCM (DAVIDOVIC [10]) est une implémentation très simple et représente la borne minimale. L'approximation ne prend en compte que la taille des échantillons (position, direction, BSDF, PDF) et non pas la structure de données nécessaire pour le stockage, ainsi la valeur réelle de mémoire nécessaire pour un cache d'échantillons est bien supérieure.

Pour un rendu en  $1920 \times 1080$  – ce qui est bien en dessous des standards cinéma – avec VCM, on observe dans le tableau 6.5 qu'au moins un gigaoctet de mémoire est nécessaire. Il est possible de réduire le nombre d'échantillons, mais celui-ci doit augmenter linéairement avec la résolution pour conserver l'efficacité du PM.

À l'inverse, la régularisation directionnelle ne nécessite pas de cache et peut donc être plus exploitable dans un contexte de mémoire contrainte, en rendu GPU par exemple.

Moteur de rendu	Taille des échantillons	Empreinte mémoire $1920 \times 1080$
LuxRender	$\approx 250$ octets	1900 Mo
SmallVCM	120 octets	920 Mo

TABLEAU 6.5 – *Empreinte mémoire du cache d'échantillons en Photon mapping – Comparaison entre LuxRender et SmallVCM.*

### 6.5.2 Échantillonnage temporel et spatial

Pour rendre les effets tels que le flou de mouvement ou la dispersion, il est nécessaire d'intégrer de nouvelles dimensions à l'espace d'échantillonnage, respectivement le temps et la longueur d'onde.

Pour pouvoir être connectés, en échantillonnage bidirectionnel et PM, les sous-chemins doivent être générés avec les mêmes échantillons dans ces dimensions. En effet, supposons une scène où la lampe et la caméra bougent. Si les sous-chemins provenant de ceux-ci ne sont pas échantillonnés au même instant  $t$ , le chemin résultant peut représenter le trajet de la lumière dans une scène incohérente.

Dit autrement, soit deux sous-chemins échantillonnés avec respectivement une longueur d'onde et un temps  $(\lambda, t)$  et  $(\lambda', t')$ , leur contribution est liée à un critère de connexion  $C$  :

$$C((\lambda, t), (\lambda', t')) = \delta(\lambda - \lambda')\delta(t - t') \neq 0 \quad (6.1)$$

Tous les échantillons du cache pouvant servir simultanément, ils doivent donc partager la même longueur d'onde  $\lambda$  et le même instant  $t$ , ce qui peut provoquer des effets de bande, illustrés en figure 6.11. Bien que ceux-ci disparaissent au cours du rendu, ils donnent une approximation du résultat final peu fiable.

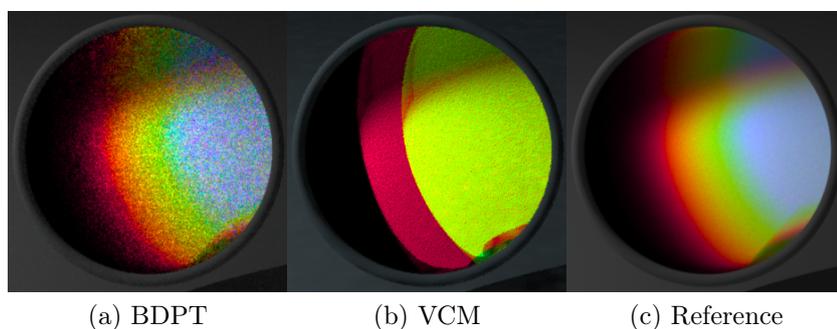


FIGURE 6.11 – Implication du cache sur les effets de bandes – Une lentille très dispersive observe une scène éclairée par une lumière composée de plusieurs longueurs d'onde. Après plusieurs secondes de rendu (deux passes de photons), PM (VCM) (b) a seulement échantillonné deux longueurs d'onde, ainsi seulement deux couleurs sont représentées, le rouge et le jaune. Le résultat est moins bruité que la stratégie utilisant la régularisation directionnelle (a) du fait de l'échantillonnage corrélé de la longueur d'onde, mais il est plus difficile de juger de l'aspect final (c) à partir de l'image ne prenant en compte que deux longueurs d'onde.

Il est possible de connecter deux sous-chemins générés avec une longueur d'onde et un temps différent grâce à une régularisation temporelle ou de longueur d'onde, ainsi le critère de connexion devient :

$$C((\lambda, t), (\lambda', t')) \approx \tilde{\delta}_{h_\lambda}(\lambda - \lambda') \tilde{\delta}_{h_t}(t - t') \neq 0 \quad (6.2)$$

Cependant cela diminue l'efficacité du cache et augmente le biais, celui-ci étant proportionnelle à l'efficacité de la régularisation. En supposant  $N$  échantillons répartis uniformément dans l'espace d'échantillonnage, l'efficacité du cache est lié à la probabilité d'établir une connexion dans les  $j$  domaines de régularisation :

$$N \prod_{i=1}^j \frac{A_i}{\Omega_i}, \quad (6.3)$$

avec  $A_i$  la surface de régularisation du domaine  $i$  et  $\Omega_i$  la surface totale du domaine. La liste de ces valeurs est donnée en tableau 6.6 page ci-contre.

Sans cache,  $N = 1$ , ce qui explique pourquoi le PM n'est pas efficace sans cache. La régularisation directionnelle souffre de la même équation, cependant dans la plupart des cas, les connexions régularisées apparaissent en fin de chemin (connexion entre un sous-chemin et l'unique point  $\mathbf{p}_1$  ou  $\mathbf{p}_k$  sur la source ou la caméra), et il est possible d'échantillonner le point de connexions sur la source ou la caméra pour que celui-ci soit compris dans le cône de régularisation.

Régularisation	Dimensions	Surface ( $A_i$ )	Domaine ( $\Omega_i$ )
Spatiale	2D	Disque ( $\pi r^2$ )	Aire de la scène
Directionnelle	2D	Calotte sphérique ( $2\pi(1 - \cos \theta)$ )	(Demi-)Hémisphère ( $2\pi$ ou $4\pi$ )
Temporelle	1D	$\Delta t$	Temps d'ouverture du diaphragme
Spectrale	1D	$\Delta \lambda$	Longueurs d'onde visibles

TABLEAU 6.6 – *Taille des domaines de régularisation – L'efficacité d'une cache dépend du volume du domaine de régularisation. Pour chaque régularisation, si taille  $A_i$  de la zone régularisée est trop petite par rapport au domaine de régularisation, peu d'échantillons pourront être collectés grâce à la régularisation. Inversement, si celle-ci est trop grande, beaucoup de biais sera introduit. Généralement, on prend une surface de régularisation suffisamment petite pour que le biais ne soit pas significatif, ce qui diminue l'efficacité de la régularisation et ainsi du cache.*



# Troisième partie

## Implémentation



# Chapitre 7

## LuxRender

*“Both optimists and pessimists contribute to our society. The optimist invents the airplane and the pessimist the parachute.”*

— Gil Stern

### Sommaire

---

7.1	Présentation du logiciel . . . . .	86
7.2	Implémentations réalisées . . . . .	86
7.3	Ordres des passes . . . . .	88
7.4	Structure de données . . . . .	90
7.5	Parallélisme . . . . .	94
7.6	<i>Multiple Importance Sampling</i> . . . . .	94
7.7	Échantillonnage de la longueur d’onde ou du temps . . . . .	98

---

V<sub>ALEO</sub> utilise *LuxRender* [8] pour la réalisation des simulations. Afin de fournir des résultats de recherche directement applicables pour leur problématique, nous avons réalisé nos implémentations au sein de ce logiciel.

Ceci nous a permis, entre autres, de bénéficier directement des fonctionnalités communes à tout logiciel de synthèse d’image – chargement de scène, textures, structures accélératrices, *Tonemapping*, interface de visualisation, *etc.* – et ainsi de gagner un temps non négligeable<sup>1</sup> lors de nos expérimentations.

---

<sup>1</sup>Malheureusement ce n’est pas toujours vrai et certaines expériences nous ont demandé de restructurer une bonne partie du code source de *LuxRender* alors qu’une implémentation “*from scratch*” aurait été plus facile. Cependant, en moyenne, nous avons gagné du temps.

Dans cette section, nous détaillons quelques-unes des problématiques que nous avons rencontrées lors de ces implémentations.

## 7.1 Présentation du logiciel

LuxRender est un logiciel de synthèse d’images physiquement réalistes. Celui-ci a commencé en 2007 à partir d’un “*fork*” amical du code source du livre PBRT, PHARR et HUMPHREYS [46]. Par la suite, les deux projets ont collaboré et de nombreuses améliorations de PBRTv2, PHARR et HUMPHREYS [47], proviennent de LuxRender et inversement, LuxRender s’est inspiré des améliorations portées à PBRT.

Ce projet est, comme la version originale de PRBT, sous licence GPL et est écrit majoritairement en C++, avec une API publique en C et Python. La partie GPU est écrite en *OpenCL* [16]. Ainsi le code source est accessible et utilisable selon les contraintes de la licence GPL, ce qui en fait une base de travail parfaite dans le cadre d’un projet de recherche, puisque les briques de base d’un moteur de rendu sont disponibles et peuvent être étendues.

Parmi les fonctionnalités notables de LuxRender, en plus de celles proposées par PBRT, on note : un moteur de rendu bidirectionnel ; de nombreux matériaux avancés (peintures métallisées, mesurés, *etc.*) ; un moteur de rendu photons ; une accélération GPU, qui a donné lieu à la publication d’une librairie, *LuxRays* [7], qui est maintenant une référence en matière de benchmark GPU OpenCL ; du rendu parallèle (multi-*thread*, hétérogène (CPU, GPU) et réseau) ; une interface graphique avancée, permettant de contrôler les paramètres du rendu, la restitution de teintes (*Tonemapping*), la contribution de chaque lampe ; du rendu spectral ; l’intégration dans de nombreux outils de modélisation – comme *Blender* [6] ; de nombreux algorithmes de réduction du bruit *etc.*

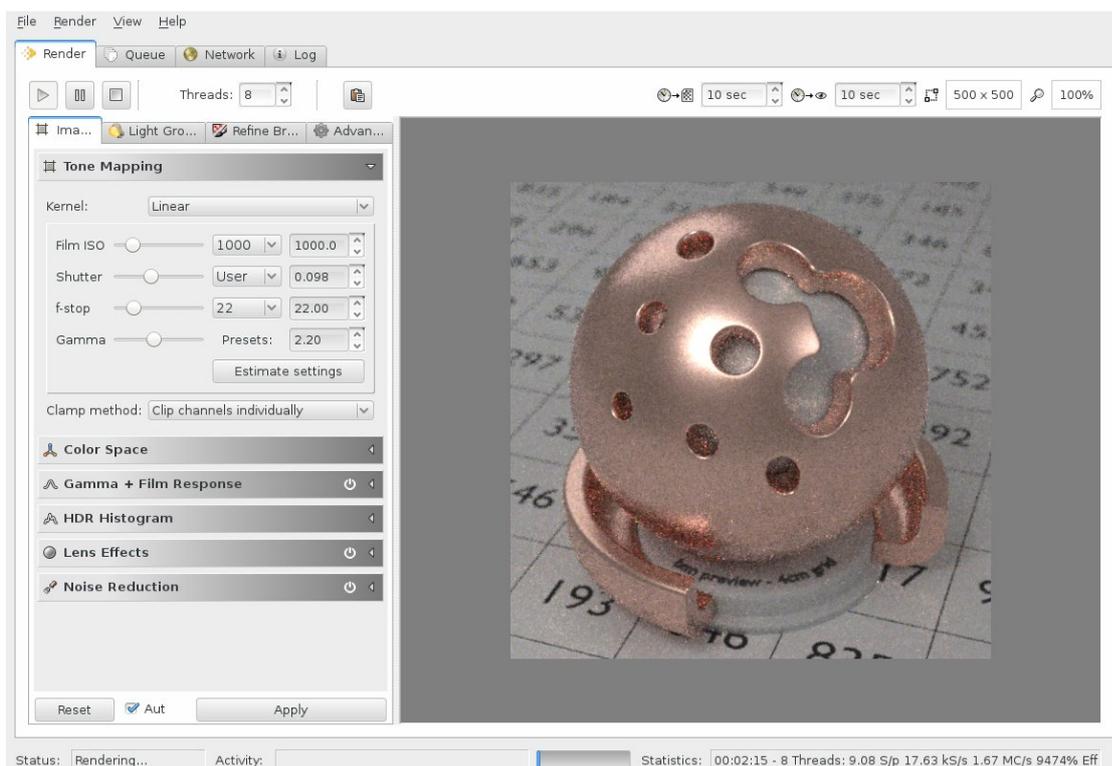
La figure 7.1 page suivante montre une copie d’écran de LuxRender.

## 7.2 Implémentations réalisées

Notre contribution dans LuxRender consiste principalement en l’implémentation des algorithmes de *Progressive Photon Mapping* (PPM), HACHISUKA, OGAKI et JENSEN [24], et *Stochastic Progressive Photon Mapping* (SPPM), HACHISUKA et JENSEN [23]. Nous avons aussi implémenté la version de SPPM sans statistiques locaux, KNAUS et ZWICKER [39]. Celle-ci ne nécessite pas le stockage de statistiques dans les points de collecte, réduisant l’occupation mémoire et les problèmes d’atomicité des opérations. Par la suite nous avons implémenté un échan-



(a) Splash screen



(b) Copie d'écran

FIGURE 7.1 – Présentation de LuxRender – Le splash screen de la version 1.0 ainsi qu'une copie d'écran.

tillonnage MLT pour SPPM basé sur la visibilité des rayons, HACHISUKA et JENSEN [22].

Nous avons aussi intégré notre contribution, la régularisation directionnelle, ainsi que de nombreuses corrections de bugs et optimisations, notamment une réduction importante de l’empreinte mémoire des BSDFs et une restructuration du modèle de parallélisme.

Finalement, une partie de nos contributions à LuxRender n’ont pas été rendues publiques puisque leurs impacts étaient moindres et restreints à l’industrie automobile. Principalement l’implémentation de la méthode de visualisation de light field, KNIEP, HARING et MAGNOR [40].

Sur ces contributions dans LuxRender, nous nous considérons comme auteurs principaux, mais ce travail a été fait conjointement avec d’autres membres de la communauté, principalement David “Dade” BUCCIARELLI qui a réalisé l’ébauche de SPPM.

À notre connaissance, il s’agissait des premières implémentations publiques et de qualité industrielle de ces algorithmes. Il existait d’autres implémentations, comme l’implémentation originale, *Small PPM* [20], mais celles-ci avaient vocation à être des démonstrations ou preuves de concepts et n’ont pas atteint le niveau d’intégration de ce que nous avons proposé dans LuxRender.

Ces contributions ont donné lieu à une participation à un cours lors de SIGGRAPH 2012, HACHISUKA, JAROSZ, BOUCHARD, CHRISTENSEN, FRISVAD, JAKOB, JENSEN, KASCHALK, KNAUS, SELLE et SPENCER [26] sur les méthodes d’estimations de densité et tout particulièrement les problématiques d’implémentation. Dans la suite de ce chapitre, nous donnons quelques détails d’implémentation de SPPM dans LuxRender.

### 7.3 Ordres des passes

En PM, il faut réaliser un cache d’une partie des sous-chemins. Il est possible de stocker les sous-chemins provenant de la source de lumière, comme initialement proposé par JENSEN [34], où inversement les sous-chemins provenant de la caméra, comme proposé par HAVRAN, HERZOG et SEIDEL [27].

Ce choix a un impact sur le type d’information à stocker. Dans un cas il s’agit des photons, stockant l’énergie émise depuis les sources de lumière et atténuée dans la scène. Dans l’autre cas, il s’agit des points de collecte, ou *HitPoints*, qui stockent la sensibilité du capteur.

Dans LuxRender, nous avons fait le choix de stocker les points de collecte. Ainsi l'algorithme se produit en deux passes. En premier lieu les points de collecte sont générés depuis la caméra et arrêtés sur la première surface diffuse et en second lieu, des photons sont générés depuis les sources de lumière et sont collectés par les points de collecte lors de leur parcours.

Ce choix est lié au besoin d'implémenter un échantillonneur MLT pour les photons, d'après HACHISUKA et JENSEN [22]. Dans cette méthode, les points de collecte sont utilisés pour raffiner l'échantillonnage des photons. Lorsqu'un photon tombe dans un point de collecte, il est conservé et muté pour générer un autre photon proche. Cette méthode permet de réduire considérablement la variance, car en réutilisant des chemins ayant une contribution non nulle, elle augmente la probabilité de générer de nouveaux chemins de contribution non nulle. Cependant cette méthode souffre des problèmes associés aux échantillonneurs MLT, voir 3.5, et ainsi donne des résultats imprécis à un facteur de normalisation près et se focalise trop sur les zones très lumineuses, ce qui peut être limitant dans un contexte d'animation ou d'image à forte dynamique.

Il est possible d'inverser le processus, en stockant les photons et en faisant l'échantillonnage MLT sur les chemins des points de collecte, mais ceci est moins efficace. En effet, les caméras sont souvent très directionnelles, ainsi il y a peu de liberté d'échantillonnage sur la direction initiale du chemin depuis la caméra. Au contraire, les sources de lumière sont souvent peu directionnelles, et étendues, et ainsi il y a plus de liberté lors de l'échantillonnage.

Le choix de stocker les points de collecte apporte aussi de nombreuses problématiques. En premier lieu, les contributions sont ainsi générées pendant la phase d'échantillonnage des photons depuis les sources de lumière. Ceux-ci parcourent la scène et contribuent aux points de collecte rencontrés. Ceux-ci sont associés à différents pixels de l'écran, ainsi l'accès à l'écran est aléatoire et génère des problèmes de synchronisation et d'incohérence lors des accès mémoire. Nos essais d'implémentation montrent une différence de performance de l'ordre de 15% dans ce cas de figure.

En second lieu, il est nécessaire d'utiliser la BSDF au point d'évaluation pour calculer la quantité d'énergie transmise par le chemin, sous peine d'introduire un filtrage excessif et de perdre toutes les hautes fréquences, comme montré en figure 7.2 page 91. Ainsi, il faut stocker dans chaque *HitPoint* la BSDF associée à celui-ci. Dans LuxRender, le modèle de BSDF est très élaboré et chaque instance de BSDF a une empreinte mémoire très importante. Ainsi, effectuer un rendu avec SPPM dans LuxRender consomme actuellement quelques centaines de Mo pour le simple stockage des BSDFs, comme détaillé dans le tableau 6.5 page 78. Une de nos contributions a été de réduire cette occupation mémoire en compactant

les structures de BSDF.

## 7.4 Structure de données

Pour le bon fonctionnement de SPPM, il faut pouvoir stocker les *HitPoints* et réaliser des requêtes de proximité sur cette structure. Nous avons opté pour une structure de table de hachage, car celle-ci est efficace en occupation mémoire et peut être construite en parallèle plus facilement qu’une structure type arbre, WALDYZ, GÜNTHERY et SLUSALLEKY [59] et DAMMERTZ, HANIKA et KELLER [9].

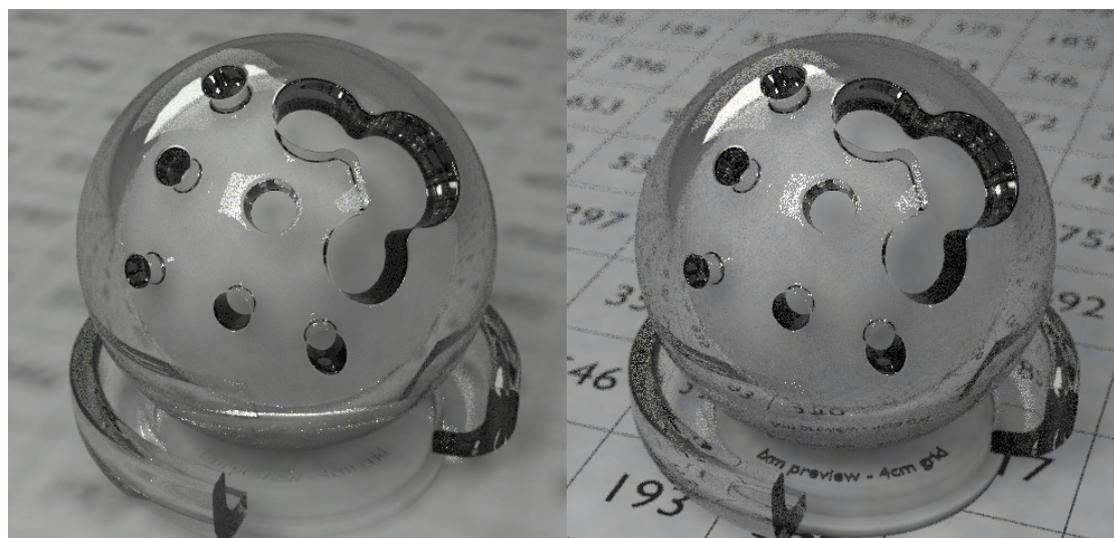
Nous utilisons une construction atomique, sans verrou, et parallèle, d’une table de hachage. La figure 7.3 page 92 présente le mécanisme de gestion de collision par liste chaînée atomique. Les points sont plongés dans une grille discrète 3D et leur clé de hachage est une fonction du numéro de cellule.

Dans nos tests, cette structure est plus compacte en mémoire qu’un arbre de l’ordre de 20% et est plus efficace entre -5% et 200% lors des requêtes de proximité.

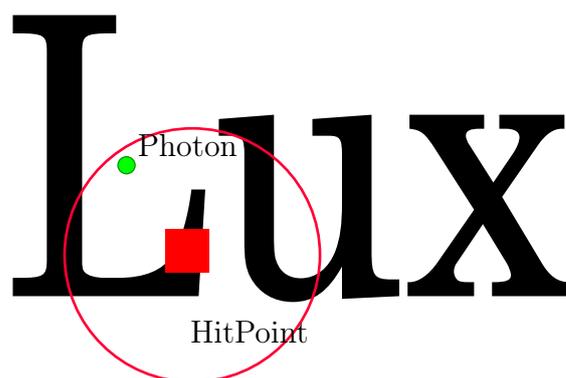
Les temps de construction n’ont pas été comparés, car cette structure est par définition parallèle, et très facile à implémenter. Ainsi, comparé aux structures d’arbres que nous n’avons pas parallélisées, le gain de temps est considérable et justifie à lui seul l’utilisation de cette structure.

HACHISUKA et JENSEN [21] ont proposé une structure parallèle de table de hachage où les collisions sont gérées stochastiquement en ne gardant aléatoirement qu’un unique élément par cellule. Cette structure est très pertinente dans le contexte d’un moteur de rendu simple où une grande partie du temps de calcul est pris par la construction de la structure de données et où il est vital d’optimiser celle-ci. Cependant dans LuxRender, le temps de génération des échantillons est plus important (du fait de la présence de scènes et matériaux complexes), et le temps gagné en supprimant aléatoirement des échantillons de la structure de données est perdu par la non-exploitation de ces échantillons.

En dernier lieu, une structure de hachage spatiale est une très bonne structure dans ce contexte, car LuxRender utilise une taille de rayon de collecte fixée pour toute la scène. Ce choix a été fait initialement pour des raisons de simplicité, mais il serait bon de mettre en place une sélection de la taille par différentielles de rayons, IGEHY [30] et SUYKENS et WILLEMS [51], ceci pouvant donner lieu à des rayons de tailles différentes, cas pour lequel le hachage spatial est moins performants. Si cette évolution est mise en place, une structure d’arbre serait plus pertinente et nous utiliserions une structure type QBVH. En effet la figure 7.4 page 93 montre les artéfacts liés à l’utilisation d’un rayon global.



(a) BSDF photon

(b) BSDF *HitPoint*

(c) Représentation

FIGURE 7.2 – Influence de l'utilisation de la BSDF des HitPoints ou des photons – Lorsque la surface visualisée montre un comportement très haute fréquence, comme un texte, le choix de la BSDF utilisée lors d'une connexion est important. Dans (c), nous représentons un HitPoint qui tombe sur une surface noire. Cependant, sa zone de collecte, représentée par un cercle, couvre une surface majoritairement blanche, sur laquelle des photons peuvent tomber. En utilisant la BSDF du HitPoint, on s'assure d'utiliser une BSDF noire, alors que celle des photons sera en majorité blanche. Le résultat en utilisant la BSDF du photon (a) apparaît flou contrairement à l'autre méthode (b). Les deux images sont générées avec deux fois plus d'échantillons pour l'image (a).

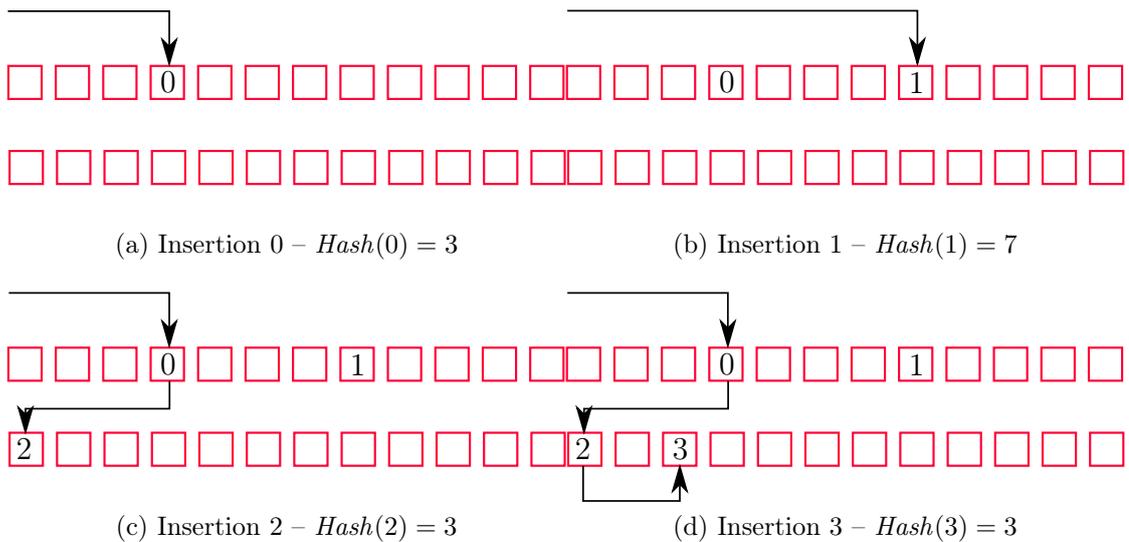
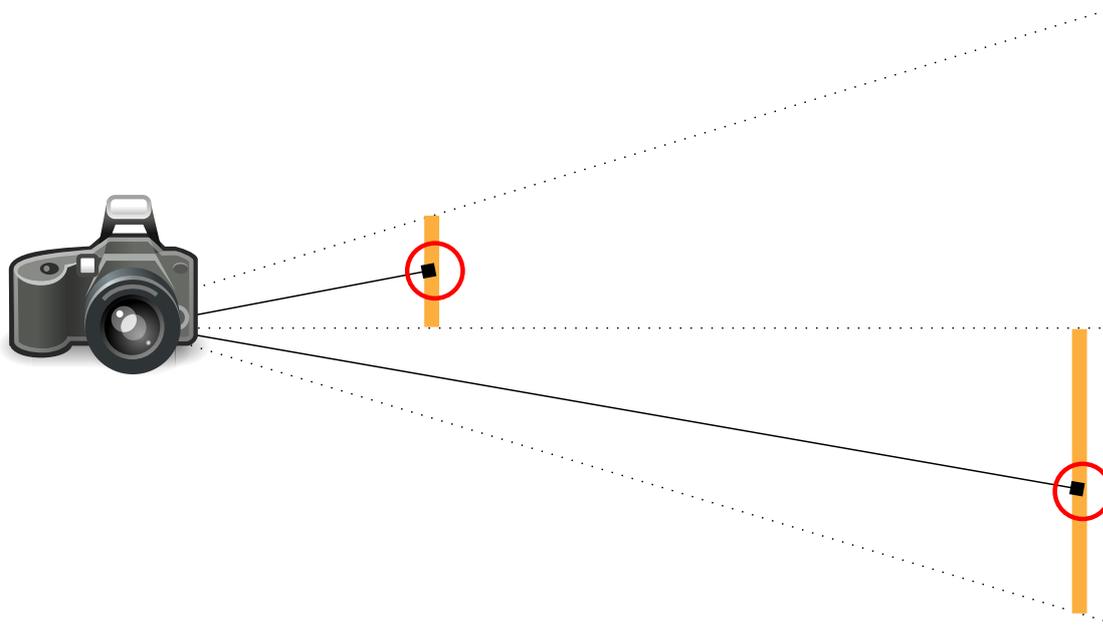
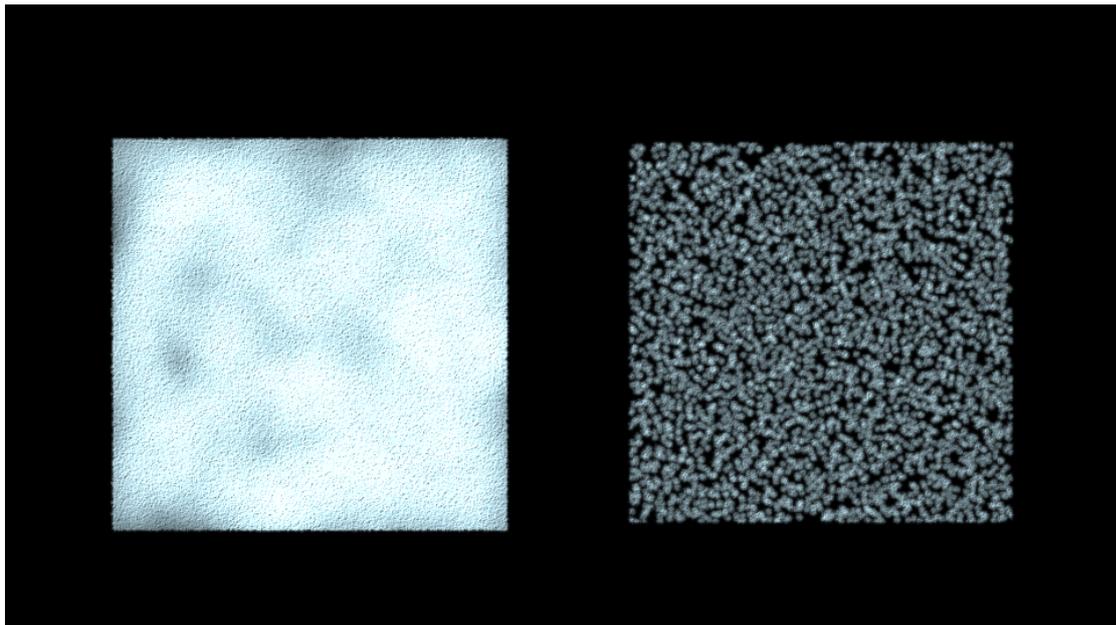


FIGURE 7.3 – Insertion dans une table de hachage atomique – La structure est composée de deux tableaux. Chaque élément à insérer est associé à un hash calculé à partir de la valeur de l'élément. Les éléments 0 et 1 sont insérés dans le tableau supérieur en fonction de la valeur de leur hash (a) et (b). En cas de conflit, lors de l'insertion de l'élément 2 (c), l'insertion se fait dans la seconde liste à l'index indiqué par l'élément qui entre en conflit (ici 0). Cette gestion de conflit se répète jusqu'à ce que l'élément soit finalement inséré (d). Toutes ses opérations peuvent se faire de manière atomique.



(a) Schéma



(b) Résultat

FIGURE 7.4 – Influence du rayon global sur les artefacts – Deux plans de tailles différentes sont observés selon un axe leur donnant la même proportion à l'écran. En utilisant un rayon global, le rayon de collecte sur le plan le plus proche couvre une grande partie de celui-ci (et se projette sur plusieurs pixels) et ainsi l'image est trop filtrée et apparaît floue. À l'inverse, le rayon de collecte sur le plan le plus éloigné est petit vis-à-vis du plan et nécessite un sur-échantillonnage pour ne pas introduire de bruit.

## 7.5 Parallélisme

Le parallélisme dans une méthode comme SPPM est plus complexe que dans un lancer de rayon traditionnel. Dans une méthode traditionnelle, chaque rayon lancé est indépendant des autres, et la seule structure de données critique est l'accès à l'image finale où sont stockées les contributions. Ainsi, il est facile de lancer plusieurs *threads* de calcul, chacun lançant arbitrairement des rayons.

Dans SPPM, il faut réaliser le cache des *HitPoints* dans une première passe, puis lancer les photons qui contribueront aux *HitPoints* par la suite. Ainsi, les *threads* de calcul doivent effectuer ces tâches et effectuer de nombreuses synchronisations, à la fin de la génération des *HitPoints*, à la fin de la création de la structure de données et à la fin de la propagation des photons avant de recommencer à la passe suivante, comme illustrée figure 7.5 page ci-contre.

Pour être efficace dans les opérations avant les points de synchronisation, il faut mettre en place un parallélisme dynamique, où la charge de travail est répartie entre plusieurs *threads* dynamiquement. Le dynamisme est important, car si certains photons peuvent être très rapides à tracer (ils disparaissent au bout d'un unique rebond), d'autres peuvent avoir une durée de vie plus longue. Ainsi un parallélisme statique risque de laisser certains *threads* sans travail.

Pour cette opération, nous ne pouvions pas utiliser *OpenMP* [3], une librairie de parallélisme, car non disponible sur *Clang* [42], le compilateur pour MacOS. Ainsi nous avons implémenté une librairie de parallélisme de tâches, où une tâche principale soumet des tâches secondaires qui sont dynamiquement affectées à chaque *thread*. Chaque tâche secondaire représentant un sous-ensemble de photon/*HitPoint* à calculer. Notre implémentation s'inspire de la librairie *TBB* [31] et de sa fonction `tbb::parallel_for`.

En second lieu, SPPM est associé à un état du rendu. Ainsi, chaque passe est associée à un rayon de collecte différent. Cet état est problématique pour le partage en réseau du rendu, car chaque nœud réseau doit effectuer une passe différente et un nœud maître doit affecter dynamiquement à chaque nœud esclave le numéro de passe à effectuer, ce qui complexifie l'implémentation du rendu en réseau comparé à une méthode traditionnelle où chaque esclave est indépendant et où le maître se contente d'additionner les images provenant des esclaves.

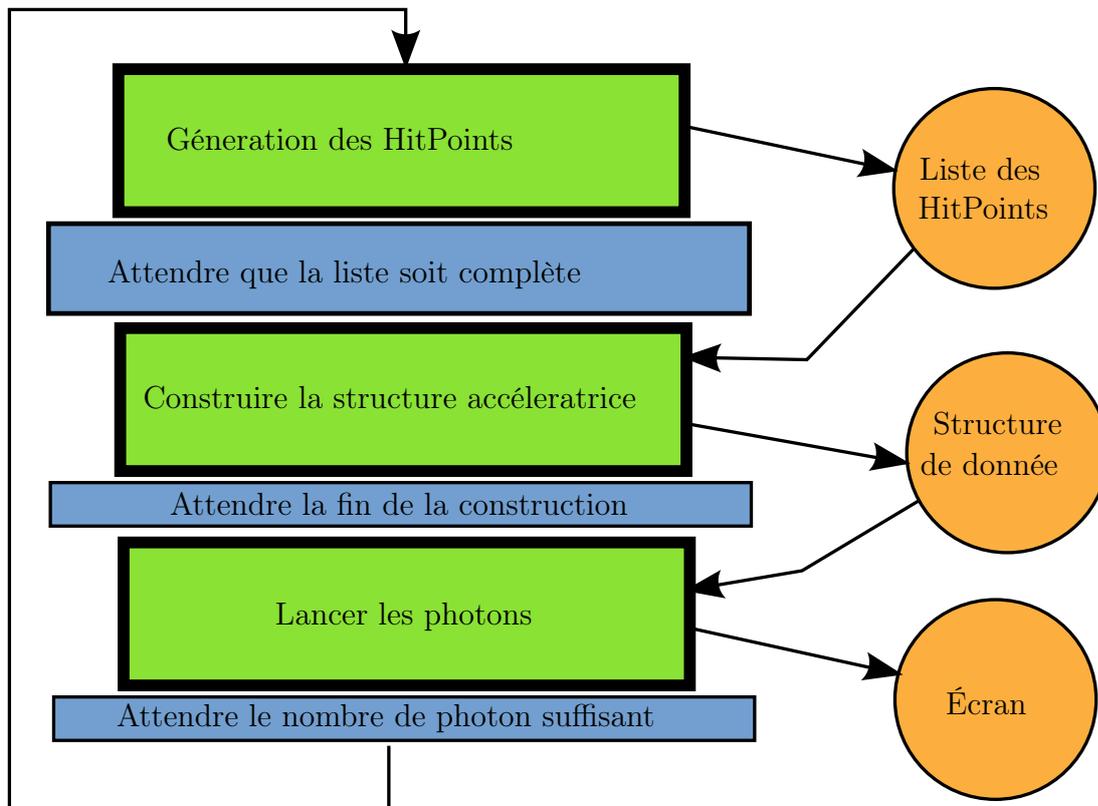
Nous n'avons pas trouvé de solution élégante à ce problème.

## 7.6 *Multiple Importance Sampling*

Dernièrement, GEORGIEV, KRIVANEK, DAVIDOVIC et SLUSALLEK [14], GEORGIEV, KŘIVÁNEK et SLUSALLEK [15], HACHISUKA, PANTALEONI et JENSEN [25]



(a) Path tracing standard



(b) SPPM

FIGURE 7.5 – *Problématiques de parallélisme – En vert les actions, en rond orange, les structures de données critiques, en bleu les points de synchronisation. SPPM demande beaucoup plus de points de synchronisation qu’un lancer de rayon classique.*

et VORBA et KŘIVÁNEK [58] ont proposé des extensions de SPPM, noté VCM, où les *HitPoints* ne sont pas seulement posés sur la première surface diffuse rencontrée, mais sur tout le chemin provenant de la caméra. Puis, lorsqu'un chemin complet est généré lorsqu'un photon tombe dans la zone de collecte d'un *HitPoint*, le chemin est pondéré en utilisant MIS par rapport aux autres stratégies photons ou bidirectionnels non biaisés disponibles.

Cette pondération permet de réduire la variance en présence de chemins complexes qui ne sont pas optimalement rendus par SPPM, les chemins impliquant des surfaces *glossy* et les chemins impliquant de l'éclairage direct.

Lors de notre implémentation de SPPM, nous avons rencontré des problématiques similaires que nous avons réglées avec des méthodes naïves, mais simple d'implémentation comparées à VCM.

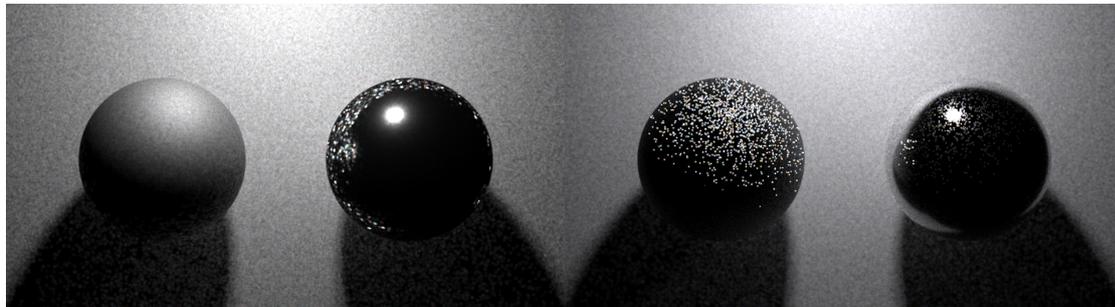
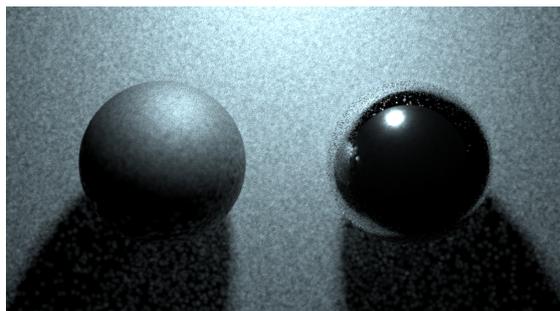
Pour l'éclairage direct, nous avons utilisé la passe de dépose des *HitPoints* pour prendre en compte celui-ci. Lors de la dépose d'un *HitPoint*, l'éclairage direct est aussi calculé. La variance est réduite et il n'est plus nécessaire de prendre en compte les photons au premier rebond, ce qui améliore les performances de la passe de photons. Cette méthode peut être vue comme une approche de MIS où le paramètre  $\alpha = \infty$ .

En fonction du type de la surface sur laquelle est déposé le *HitPoint*, que sa BSDF soit faiblement ou fortement directionnelle, on observe différents comportements de convergence. On observe qu'il est préférable de déposer les *HitPoints* sur les surfaces diffuses et d'échantillonner une nouvelle direction sur les surfaces *glossy* en espérant trouver une surface diffuse par la suite, voir figure 7.6d page suivante. Ce comportement est cohérent avec les remarques faites dans chapitre 5 page 45 sur l'influence des BSDFs sur la variance.

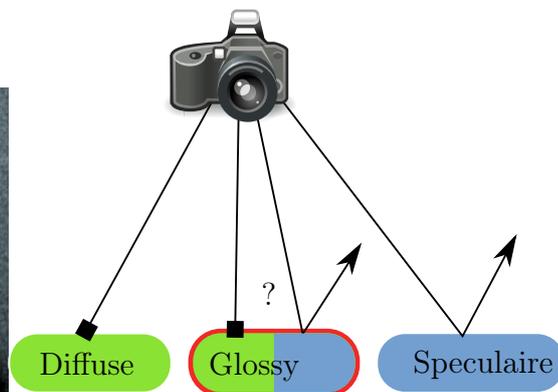
Cependant il existe des cas où il n'existe pas de surfaces strictement diffuses sur le chemin. Nous appliquons un critère différent basé sur l'importance du comportement directionnel de la BSDF. En utilisant un paramètre arbitraire défini par l'utilisateur et comparé à la rugosité de la surface, celles-ci sont classifiées en deux catégories, diffuse ou *glossy*.

Les *HitPoints* sont toujours stockés sur les surfaces classifiées diffuses. Pour les surfaces classifiées en tant que *glossy*, le chemin est continué est stocké sur la seconde surface rencontrée, qu'elle soit diffuse ou *glossy*. Ce mécanisme est réglable pour chaque BSDF sur chaque surface, ainsi l'utilisateur peut influencer le fonctionnement du rendu. La figure 7.6 page suivante montre ces comportements.

Enfin, pour les surfaces comportant des BSDFs mélangeants comportement diffus, *glossy* et spéculaire, une roulette russe est appliquée à chaque interaction pour

(a) *HitPoints* sur la première surface(b) *HitPoints* sur les autres

(c) Résultat de l'heuristique



(d) Choix : stocker ou transmettre ?

FIGURE 7.6 – *Influence des comportements glossy sur SPPM* – La scène représente une sphère faiblement directionnelle à gauche, celle de droite étant plus directionnelle. (a) effectue le stockage des *HitPoints* sur la première surface rencontrée, ce qui résulte en beaucoup de bruit pour la sphère de droite. Inversement, (b) n'effectue pas le stockage sur la première surface rencontrée, ce qui génère du bruit sur la sphère faiblement directionnelle. (c) effectue le stockage des *HitPoints* en fonction d'un critère de rugosité. (d) résume le mécanisme. – La différence de teinte est liée à l'échantillonnage de la longueur d'onde.

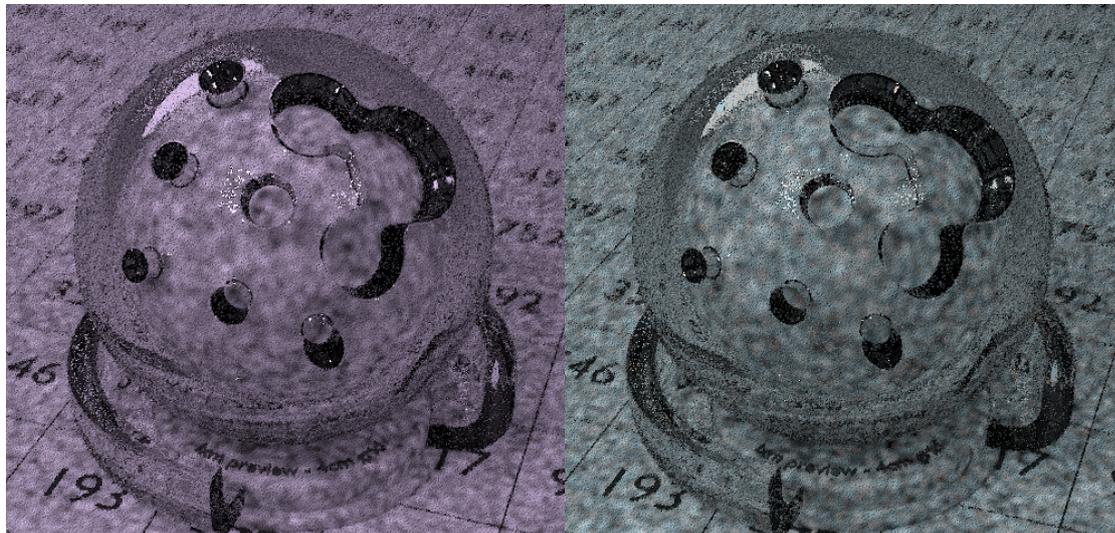
choisir le comportement qui influencera la suite de la propagation. Nous appliquons la roulette russe proportionnellement à la quantité d'énergie transmise par chaque comportement.

Ces solutions sont naïves et pas aussi efficaces qu'une stratégie de MIS correcte, comme [14]. Cependant, elles ont le mérite d'être plus simples à implémenter et de consommer moins de mémoire, puisque les *HitPoints* ne sont stockés que sur la première surface rencontrée, contrairement à toutes les surfaces dans le cas de VCM, et qu'il n'est pas nécessaire de stocker d'information supplémentaire pour le calcul des pondérations de MIS.

## 7.7 Échantillonnage de la longueur d'onde ou du temps

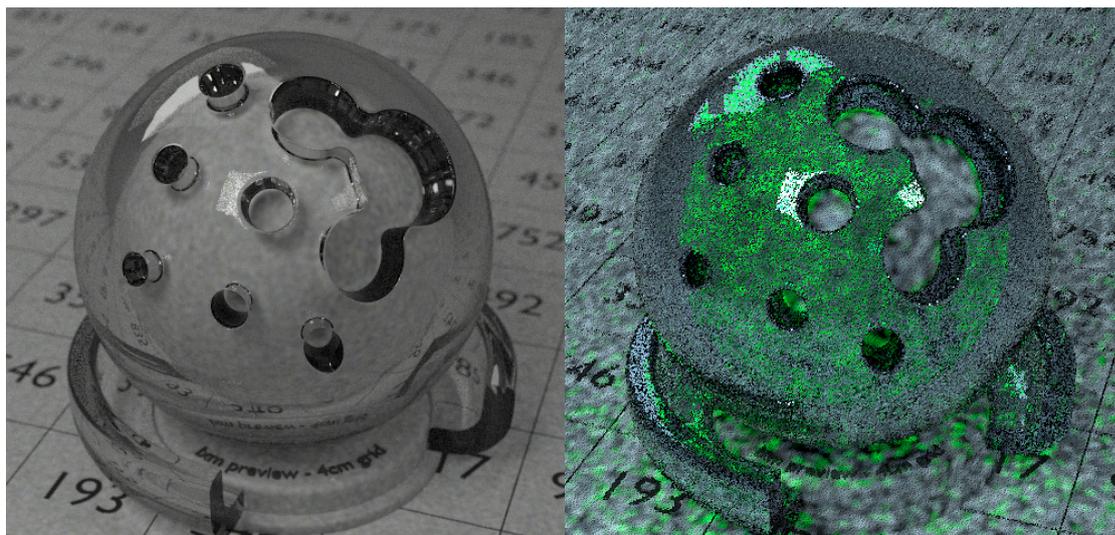
Comme détaillé dans la section 6.5.2 page 79, l'échantillonnage de la longueur d'onde et du temps, pour modéliser le flou de mouvement, impose que lors d'une passe, chaque photon partage la même longueur d'onde et le même temps ou qu'une régularisation sur la longueur d'onde et le temps soit mise en place. Nous avons fait le choix de partager ces échantillons pendant une passe, ceci résultant dans les artéfacts présentés en figure 7.7 page suivante.

LuxRender utilisant l'échantillonnage de plusieurs longueurs d'onde par chemin, EVANS et MCCOOL [12], chaque passe est capable de fournir une reconstruction des couleurs satisfaisante. Cependant, en présence de matériaux dispersifs qui influencent le trajet de la lumière en fonction de la longueur d'onde, LuxRender ne conserve qu'une unique longueur d'onde, résultant en un sous-échantillonnage du spectre visible après peu de passes de rendu.



(a) Biais de couleur

(b) Biais de couleur



(c) Référence

(d) Dispersion

FIGURE 7.7 – Artéfacts liés à l'utilisation de longueurs d'onde cohérentes. – Au bout d'une passe de rendu, (a) et (b) présentent un faible biais de couleur dû aux sous-échantillonnages des longueurs d'onde comparée à l'image de référence (c). Lorsque le verre est dispersif, une unique longueur d'onde est conservée, provoquant un fort biais de couleur, ici en vert (d).



# Visualisation interactive

“*Big fucking gun.*”

— Sarge  
“*Doom*”

## Sommaire

---

<b>8.1</b>	<b>Implémentation</b>	<b>102</b>
<b>8.2</b>	<b>Comparaisons</b>	<b>104</b>
8.2.1	KNIEP, HARING et MAGNOR [40]	104
8.2.2	MCGUIRE et LUEBKE [43]	105
<b>8.3</b>	<b>Résultats</b>	<b>105</b>
<b>8.4</b>	<b>Détails d’implémentation</b>	<b>108</b>
8.4.1	Accumulation des contributions	108
8.4.2	Empreinte écran	108
8.4.3	<i>Culling</i>	108
8.4.4	<i>Shaders</i>	109

---

LA visualisation temps réel ou interactive d’un produit sous différents angles est un outil pertinent lors d’une phase de prototypage. Au vu des temps de calcul nécessaires pour calculer une image, cela ne semble pas réalisable actuellement<sup>1</sup>.

Cependant, en fixant certaines contraintes, il est possible de ne pas recalculer l’intégralité du transport lumineux. Dans le cas d’une visualisation interactive, la

---

<sup>1</sup>Pour obtenir un affichage fluide, il faudrait être capable de réaliser environ 30 images par secondes, ainsi chaque image en moins de 40ms.

caméra se déplace, mais la scène ainsi que les lampes ne bougent pas. Ainsi tous les chemins lumineux calculés depuis la source de lumière restent valides et seules les connexions à la caméra changent et doivent être recalculées.

Comme illustré en figure 8.1a page ci-contre, de façon similaire au PM, une première phase de pré-calcul effectue la propagation des échantillons depuis la source de lumière et stocke ceux-ci sur les différentes surfaces de la scène. Puis, chaque image est générée en connectant les échantillons à la caméra et en tenant compte de la visibilité.

MCGUIRE et LUEBKE [43] ont appliqué cette méthode dans le contexte du jeu vidéo, en limitant toutefois la longueur des chemins lumineux afin de réduire le temps de la phase de propagation pour permettre d’effectuer celle-ci en temps réel.

Cependant, du fait de la singularité introduite par les surfaces spéculaires, leur méthode ne peut pas rendre les surfaces transparentes ou miroirs et se contente de *transparence alpha*<sup>2</sup>, où réalisent un lancer de rayon à partir de la caméra pour les surfaces spéculaires uniquement, réduisant l’efficacité de la méthode aux scènes contenant peu de surfaces spéculaires.

En introduisant une régularisation sur les surfaces spéculaires aux extrémités de chemins provenant de la source de lumière, il devient possible d’effectuer la connexion entre la caméra et celles-ci. KNIEP, HARING et MAGNOR [40] ont appliqué cette méthode à la visualisation d’optiques de phares et nous proposons une approche similaire plus adaptée au rendu temps réel que nous illustrons en figure 8.1d page suivante.

## 8.1 Implémentation

Nous proposons une implémentation GPU de cet algorithme de projection utilisant la régularisation directionnelle pour traiter les surfaces spéculaires. La propagation des échantillons est faite sur CPU et les photons sont stockés sur les surfaces spéculaires<sup>3</sup> rencontrées.

---

<sup>2</sup> La transparence alpha, ou verre architectural, est une astuce utilisée en rendu temps réel où les surfaces transparentes ne dévient pas la lumière et se contentent d’atténuer son énergie, donnant l’impression d’une surface transparente sans réfraction.

<sup>3</sup>Bien que cet algorithme fonctionne aussi sur les surfaces diffuses, nous nous concentrons sur la visualisation de surfaces spéculaires.

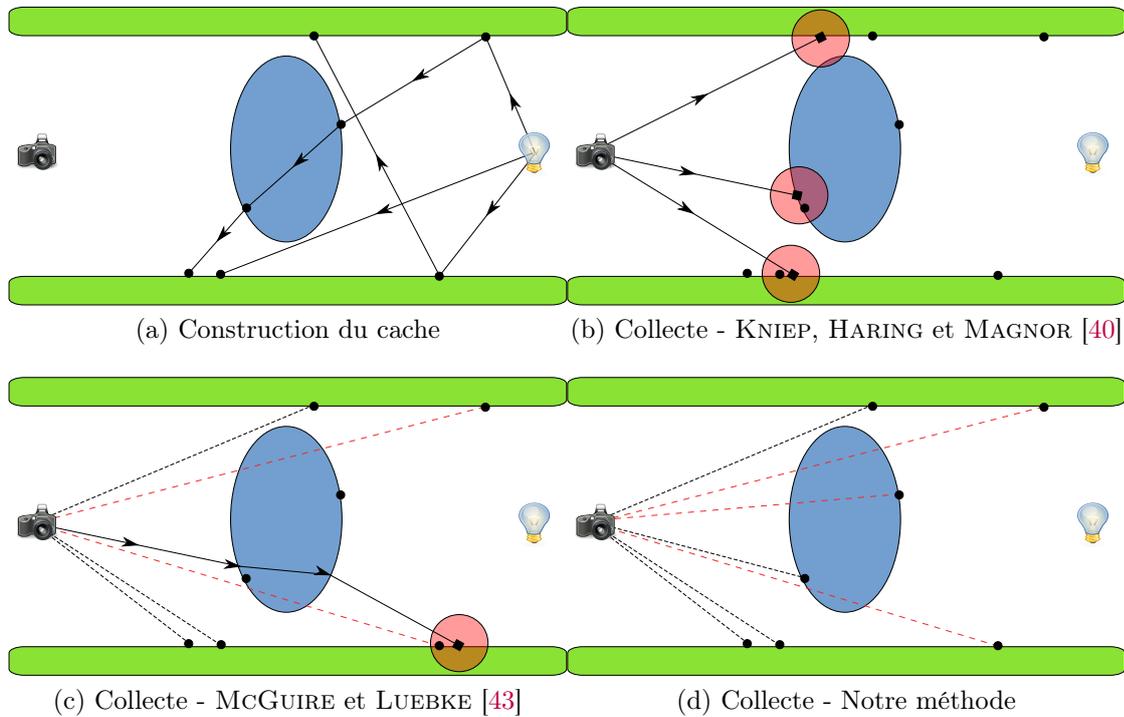


FIGURE 8.1 – Photon Mapping en espace écran – Premièrement des échantillons sont propagés dans la scène depuis la source de lumière ; l'objet bleu représente une surface spéculaire transparente et les objets verts sont diffus (a). Les échantillons sont ensuite collectés par la caméra. Kniep, Haring et Magnor [40] proposent une collecte équivalente au PM, où des rayons de collecte sont propagés dans la scène pour trouver les échantillons proches d'un point de collecte (b). McGuire et Luebke [43] projettent chaque échantillon sur la caméra sauf dans le cas spéculaire où des rayons de collecte sont lancés (c). Notre méthode (d) réalise la projection quelque soit le type de surfaces sur lesquelles sont stockés les échantillons en réalisant une régularisation directionnelle pour les échantillons situés sur des surfaces modélisées avec une singularité.

Chaque échantillon stocke sa direction sortante  $\mathbf{s}$ , position  $\mathbf{p}$  et la quantité d'énergie portée  $\Phi$ . Dans le cas d'une surface miroir, ces informations sont suffisantes. Dans le cas d'une surface transparente, il est possible de stocker deux échantillons pour la direction réfléchiée et réfractée, ou de stocker la direction incidente  $\mathbf{i}$ , la normale à la surface  $\mathbf{n}$  et le type de surface ainsi que son indice de réfraction.

Pour des raisons de simplicité, nous avons choisi de stocker seulement les échantillons qui après propagation quittent la scène, puisque nous supposons que la caméra est en dehors de la scène.

Dans un *Vertex Shader* (voir liste 1 page 110), chaque échantillon est projeté sur la caméra et sa contribution est calculée en appliquant la régularisation entre sa direction de propagation et la direction à la caméra. Dans un *Fragment Shader* (voir liste 2 page 111), la contribution énergétique est étalée sur les pixels avoisinants pour réaliser le filtrage spatial. En utilisant `gl_PointSize` dans le *vertex shader*, on peut moduler cette zone de filtrage en fonction de la distance à l'écran.

## 8.2 Comparaisons

Cette section propose une comparaison avec les propositions de KNIEP, HARING et MAGNOR [40] et MCGUIRE et LUEBKE [43] illustrées en figure 8.1 page 103.

### 8.2.1 KNIEP, HARING et MAGNOR [40]

Leur contribution introduit un couplage entre régularisation directionnelle et spatiale grâce à un support de régularisation :

$$\tilde{\delta}_{h,d}(\mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{p}_y, \mathbf{i}_y) = \tilde{\delta}_d(\mathbf{p} - \mathbf{p}_y) + \lambda \tilde{\delta}_h(-\mathbf{i}_y - \mathbf{s}), \quad (8.1)$$

avec  $\mathbf{p}_y$  et  $\mathbf{i}_y$  le point d'observation visé par la caméra et la direction d'observation.  $\lambda$  est un paramètre de couplage arbitraire. On utilise  $-\mathbf{i}_y$  pour retourner la direction d'observation depuis la caméra.

Cette méthode nécessite la création d'un arbre à 5 dimensions – 3 spatiales et 2 directionnelles. Par la suite, la valeur de chaque pixel est calculée en lançant un rayon de collecte dans la scène et en faisant une requête de proximité dans l'arbre pour trouver les échantillons satisfaisant l'équation (8.1). Cette façon de procéder introduit des coûts algorithmiques et de mémoire différents de notre proposition, résumés dans le tableau 8.1 page ci-contre.

Notre proposition est triviale à implémenter sur GPU et permet la projection de 300 millions d'échantillons à 30 images par seconde sur un GPU moyenne gamme, *GeForce GTI 560 Ti*, alors que leur solution effectue un calcul similaire en 80

Opération	KNIEP, HARING et MAGNOR [40]	Projection GPU
Construction	$O(n^2 \log(n))$	$\emptyset$
Requête	$O(\log(n)) \times \text{résolution}$	$O(n)$
Empreinte mémoire	$n + \text{structure}$	$n$
Accès mémoire	Aléatoire	Linéaire

TABLEAU 8.1 – *Comparaison des coûts de la projection GPU – Notre méthode, en projetant chaque échantillon, permet de calculer une valeur similaire à un coût différent. Notre proposition consomme moins de mémoire, ne nécessite pas de structure de données et expose un motif d'accès mémoire linéaire et donc plus efficace. En contrepartie la différence se fait sur la complexité de calcul de l'image, linéaire au nombre d'échantillons pour nous, linéaire à la résolution pour eux.*

secondes pour 30 millions d'échantillons sur un Pentium M à 1.7 GHz d'après les données de l'article original.

Nous avons réalisé une implémentation CPU de ce travail, qui effectue le calcul en une minute pour 300 millions d'échantillons sur un intel i7 950.

### 8.2.2 MCGUIRE et LUEBKE [43]

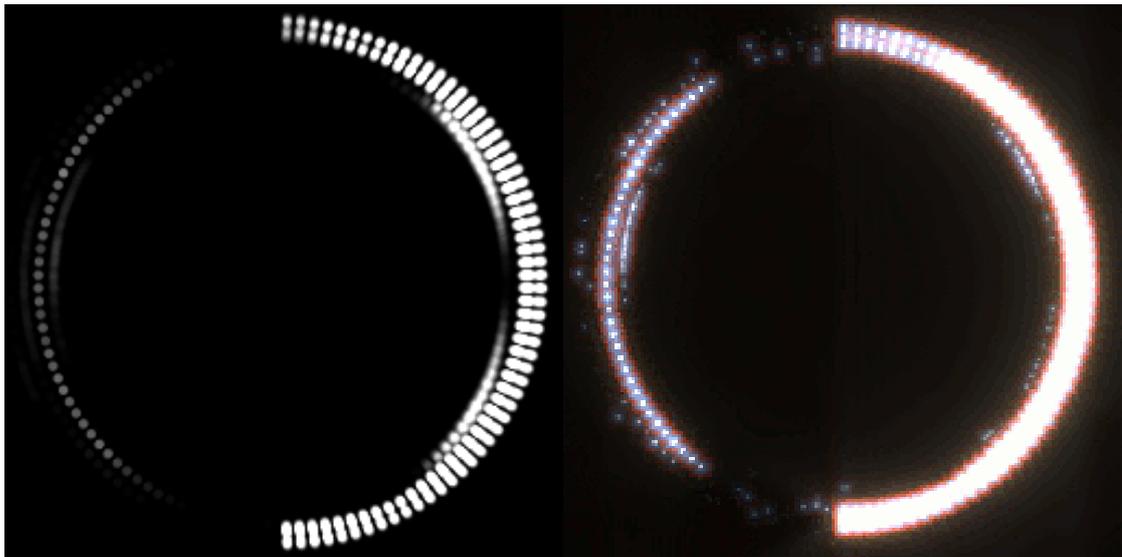
Leur méthode est similaire à la notre, cependant elle n'utilise pas la régularisation directionnelle pour les photons stockés sur des surfaces spéculaires. Dans leur cas, pour chaque pixel de l'écran affichant une surface spéculaire, ceux-ci utilisent un échantillonnage unidirectionnel naïf ou de la transparence alpha, résumant leur méthode à une application directe du PM en scènes dynamiques – voir [61].

Leur approche est plus efficace si le chemin échantillonné inclut une surface faiblement directionnelle, car la connexion se fait sur celle-ci. Dans notre cas où les phares sont presque 100% spéculaires, leur méthode n'est pas pertinente, car elle se résume à un échantillonnage unidirectionnel depuis la caméra.

## 8.3 Résultats

La figure 8.2 page suivante montre un guide de lumière. La génération des 6 millions d'échantillons est effectuée par un logiciel de simulation optique propriétaire. La visualisation est en temps réel.

La figure 8.3 page 107 montre un produit plus classique. La génération des 30 millions d'échantillons est effectuée pré-traitement dans LuxRender. La visualisation est effectuée par notre méthode.



(a) Résultat GPU

(b) Référence

FIGURE 8.2 – *Visualisation interactive d'un guide de lumière* – L'image de référence (b) est obtenue de façon non interactive par une méthode de référence chez Valeo, un effet d'éblouissement est ajouté. (a) est obtenue à partir de 8 millions d'échantillons, visualisés en 9ms grâce à la projection et la régularisation directionnelle sur GPU.

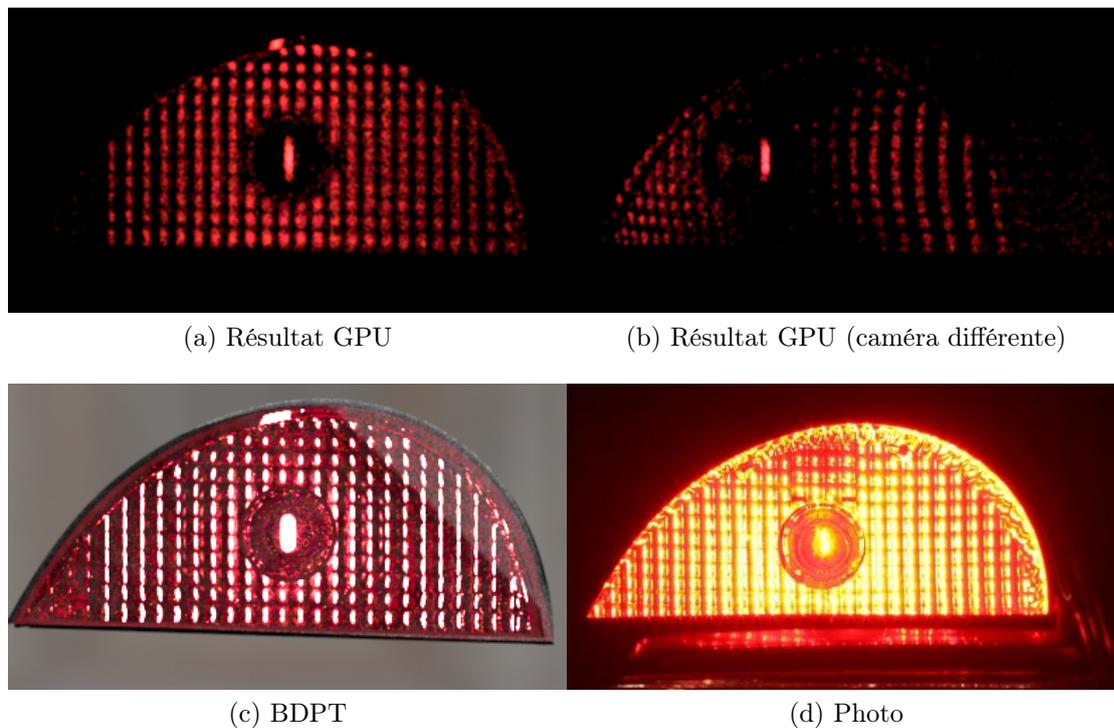


FIGURE 8.3 – *Visualisation interactive d'un phare à filament – (d) est une photo d'un produit similaire donné pour référence. Une simulation par BDPT (c) à été effectuée en plusieurs heures. Elle est jugée satisfaisante, car elle met en évidence les points importants du produit et la répartition des reflets. (a) est une visualisation interactive à 10 images par seconde du produit. On note des différences, mais la répartition des reflets est suffisamment pertinente pour donner à un utilisateur une idée précise du produit fini. Celui-ci peu explorer librement différents angles de vues interactivement (b). Cette comparaison est donnée à titre indicatif, les conditions de rendus et de photographie variants pour chaque image.*

## 8.4 Détails d'implémentation

Nous avons utilisé *OpenGL* [17] pour l'implémentation.

### 8.4.1 Accumulation des contributions

Chaque échantillon est projeté sur l'écran et sa contribution, une fois pondérée, doit être étalé sur les pixels adjacents et sommée sur ceux-ci. Cette somme se fait en activant le *Blending* du GPU sur un *Framebuffer* 32 bits flottant.

### 8.4.2 Empreinte écran

Il est possible de réaliser le *splatting*, la répartition de l'énergie d'un échantillon sur plusieurs pixels, de deux manières différentes.

En premier lieu, en utilisant la méthode proposée par MCGUIRE et LUEBKE [43], où chaque échantillon est associé à une géométrie, qui sera par la suite projetée sur l'écran. Cette géométrie peut être instanciée ou générée dans un *Geometry Shader*.

Inversement, chaque point peut prendre une taille différente à l'écran grâce au réglage OpenGL `gl_PointSize`. Cette méthode permet un gain de performance, car elle génère moins d'opérations sur le GPU – voir tableau 8.2 page suivante.

### 8.4.3 Culling

De nombreux échantillons ne vont pas participer à l'estimation, car ceux-ci ne satisfont pas les critères de régularisation. L'opération de *Blending* des échantillons est très couteuse pour le GPU, car celle-ci opère sur une ressource critique, le *Framebuffer* de l'image finale.

Une solution triviale consiste à supprimer les échantillons dans le *Fragment Shader* avec l'opérateur `discard`. Cette méthode soulage les opérateurs de *Blending*, mais désactive l'optimisation de *earlyZ*. Celle-ci est capable de totalement désactiver les échantillons dans le cas où ils sont couverts par un morceau de géométrie.

Une solution plus efficace consiste à changer la position des échantillons dans le *Vertex Shader* si ceux-ci ne contribuent pas. En déplaçant ceux-ci en dehors du cube unitaire de vue, ils seront naturellement supprimés par le *Culling* du GPU. Cette méthode permet un gain de performance important, car elle supprime totalement l'exécution du *Fragment Shader*, et ainsi du *Blending*, pour les échantillons ne contribuant pas – voir tableau 8.2 page ci-contre.

	Géométrie	gl_PointSize
<i>culling</i>	95ms	33ms
Pas de <i>culling</i>	2.08s	1.85s

TABLEAU 8.2 – *Influence du Culling et du Splatting* – Pour 300 millions échantillons, on observe un gain de performance de 3 fois en utilisant la méthode par *gl\_PointSize* comparé à la méthode projetant de la géométrie. Le Culling offre un gain de performance de l'ordre entre 20 et 60 fois.

#### 8.4.4 *Shaders*

Les *Shaders* sont donnés en listes 1 et 2 page suivante et page 111. Ceux-ci génèrent une contribution en `float32` qui est ensuite normalisée par un autre *Shader* en appliquant un *Tonemapping* linéaire. Les noyaux Epanechnikov sont non normalisés dans ce code, mais comme leur support est le même pour tous les échantillons, le résultat est correct à une constante multiplicative près, qui disparaît lors du *Tonemapping*.

```

1  #version 430
2  #define PI 3.14159 //  $\pi$ 
3
4  uniform vec3 eye; // Position de la caméra
5  uniform mat4 transform; // Matrice de projection
6
7  in vec3 vertex; // p
8  in vec3 normal; // s
9  in vec3 flow; //  $\Phi$ 
10
11 uniform float h; // Support de régularisation directionnelle
12 uniform float ptsize; // Support de splatting
13
14 out vec3 color; // Contribution
15
16 // Epanechnikov kernel non normalisé
17 float EKernel(const float angle, const float bandwidth)
18 {
19     return max(0.0, 1.0 - angle / bandwidth);
20 }
21 float sqr(const float v) //  $v^2$ 
22 {
23     return v * v;
24 }
25
26 void main()
27 {
28     gl_Position = transform * vec4(vertex, 1.0);
29
30     // Direction d'observation  $-i_y$ 
31     vec3 direction = normalize(eye - vertex);
32
33     // Calcul de l'angle entre  $i_y$  et s
34     float angle = dot(direction, normalize(normal));
35
36     // Régularisation
37     color = EKernel(sqr(1.0 - angle), sqr(PI / (2.0 * h))) * flow;
38
39     // Clipping
40     if(color == 0)
41     {
42         gl_Position.z = 1.1;
43         gl_Position.w = 1.0;
44     }
45
46     // Splatting
47     gl_PointSize = ptsize;
48 }

```

Listing 1: Vertex Shader – Celui-ci prend en entrée un échantillon, et retourne sa contribution après régularisation et effectuée le Culling.

```
1  #version 430
2  #define PI 3.14159 //  $\pi$ 
3
4  in vec3 color; // Contribution à splatter
5
6  out vec4 frag_color; // Contribution splattée
7
8  // Epanechnikov kernel non normalisé
9  float EKernel(const float distance, const float bandwidth)
10 {
11     return max(0.0, 1.0 - distance / bandwidth);
12 }
13 void main()
14 {
15     // Splatting sur les pixels voisins, contribution atténuée
16     // en fonction de la distance au centre
17     float coef = EKernel(
18         dot(2.0 * gl_PointCoord - vec2(1.0),
19            2.0 * gl_PointCoord - vec2(1.0))
20         , 1.0);
21
22     frag_color = coef * vec4(color, 1.0);
23 }
```

Listing 2: Fragment Shader – Celui-ci prend en entrée une contribution après Culling et retourne sa pondération sur les pixels voisins.



# Chapitre 9

## Calcul des pondérations de MIS

“There is no adrenaline rush. If there’s a rush, that means you did something wrong.”

– Alex Honnold

### Sommaire

---

<b>9.1</b>	<b>Calcul récursif</b>	<b>113</b>
<b>9.2</b>	<b>Libertés de la pondération</b>	<b>114</b>
9.2.1	Singularités	114
<b>9.3</b>	<b>Intégration de la régularisation dans la PDF</b>	<b>115</b>

---

DANS cette section nous discutons du calcul des pondérations de *Multiple Importance Sampling* – équation (4.1) page 41, rappelée ici :

$$w_{S_{l,e}}(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{P_{S_{l,e}}(\bar{\mathbf{x}})^\alpha}{\sum_{i=0}^{i=k} P_{S_{i,k-i}}(\bar{\mathbf{x}})^\alpha} \quad (9.1)$$

### 9.1 Calcul récursif

ANTWERPEN [1] propose un calcul récursif des pondérations, très simple à mettre en œuvre, car elles nécessitent peu d’opérations, et simplement un flottant par point. De plus tous les calculs sont locaux et le calcul de la pondération finale d’un chemin  $\bar{\mathbf{x}}$  après connexion de deux points  $\mathbf{p}_i$  et  $\mathbf{p}_{i+1}$  se fait en utilisant seulement les informations des points.

Ceci en fait une méthode efficace, autant sur la simplicité d'implémentation que sur la complexité, en temps et en mémoire. GEORGIEV, KRIVANEK, DAVIDOVIC et SLUSALLEK [14] ont étendu cette méthode pour y intégrer la pondération du *Photon mapping*.

Cependant, cette méthode souffre d'une limitation, chaque événement aléatoire doit être local à un point et ne pas utiliser d'information supplémentaire. C'est une chaîne de Markov de longueur 0. Par exemple, il n'est pas possible de définir un critère de roulette russe basé sur la longueur du chemin, celui-ci doit être le même en chaque point. Ceci force à appliquer la roulette russe à partir de la première interaction du chemin, ce qui augmente sensiblement la variance.

De même, certaines optimisations complexes ne sont pas prises en compte dans cette heuristique. Par exemple, les matériaux laissant passer la lumière en ligne droite comme le verre architectural, peuvent être ignorés lors du calcul de l'éclairage direct.

Dans LuxRender, nous avons expérimenté cette heuristique et le gain en simplicité du code et en efficacité n'a pas contrebalancé la perte des optimisations spécifiques qui réduisent fortement la variance.

## 9.2 Libertés de la pondération

La pondération implique l'utilisation des PDFs associées à chaque stratégie,  $S_{l,e}$ . Cependant, si ces valeurs sont complexes à calculer, des approximations peuvent être utilisées sans pour autant rendre le résultat biaisé. La seule contrainte étant que :

$$\sum_{i=0}^{i=k} w_{S_{i,k-i}} = 1. \quad (9.2)$$

### 9.2.1 Singularités

Une BSDF incluant une singularité contient un terme  $\delta$  dans sa PDF et dans sa valeur  $f$ . Lors du calcul de l'échantillon de Monte-Carlo, le terme  $f/PDF$  est utilisé, supprimant les fonctions  $\delta$ .

Si on désire calculer une pondération de MIS en utilisant la PDF de la surface spéculaire, VEACH et GUIBAS [53] montrent que ce terme apparaît forcément dans toutes les stratégies capables de générer le chemin, ainsi il peut être mis en facteur du dénominateur de la pondération et s'annule avec le terme du numérateur.

JAKOB et MARSCHNER [32] détaillent le calcul de la vraie PDF d'une interaction sur une surface introduisant une singularité, en montrant que sur un chemin

$\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2\mathbf{p}_3$ , avec une singularité en  $\mathbf{p}_2$ , on peut définir la PDF  $P(\mathbf{p}_3|(\mathbf{p}_1, \mathbf{i}_1))$  en introduisant un terme géométrique généralisé  $G(\mathbf{p}_1 \leftrightarrow \mathbf{p}_3)$ .

### 9.3 Intégration de la régularisation dans la PDF

Nous avons implémenté la régularisation directionnelle en quelques lignes de C++ dans *LuxRender* [8] sous la forme d'une BSDF personnalisée et sans aucune autre modification du cœur de rendu.

Ceci est cohérent avec la définition que nous avons faite dans ce document. Cependant, nous avons constaté que dans leurs travaux, GEORGIEV, KRIVANEK, DAVIDOVIC et SLUSALLEK [14] et HACHISUKA, PANTALEONI et JENSEN [25] considèrent la régularisation spatiale comme un cas particulier de la pondération de MIS. Nous proposons une unification de ce calcul de pondération.

HACHISUKA, PANTALEONI et JENSEN [25] proposent d'unifier les stratégies non biaisées et la régularisation spatiale en considérant celles-ci comme une perturbation des points d'un chemin. Ainsi, un point  $\mathbf{p}_{n+1}$  échantillonné depuis un point  $\mathbf{p}_n$  peut être vu comme la succession de deux événements. En premier lieu une perturbation spatiale de  $\mathbf{p}_n$  est effectuée, générant  $\mathbf{p}'_n$ , puis le point  $\mathbf{p}_{n+1}$  est échantillonné de manière traditionnelle depuis  $\mathbf{p}'_n$ . Ainsi, la PDF de génération de  $\mathbf{p}_{n+1}$  est :

$$P(\mathbf{p}_{n+1}|(\mathbf{p}_n, \mathbf{i}_n)) = P(\mathbf{p}_{n+1}|(\mathbf{p}'_n, \mathbf{i}'_n))P(\mathbf{p}'_n|(\mathbf{p}_n, \mathbf{i}_n)) \quad (9.3)$$

avec  $\mathbf{i}'_n = \mathbf{i}_n$  et  $P(\mathbf{p}'_n|(\mathbf{p}_n, \mathbf{i}_n))$  la PDF associée à l'échantillonnage de la perturbation spatiale. Celle-ci est normalisée sur le disque de régularisation spatiale.

Pour limiter le biais introduit, HACHISUKA, PANTALEONI et JENSEN [25] proposent d'échantillonner de façon systématique  $\mathbf{p}'_n = \mathbf{p}_n$ . Ce procédé est similaire à celui que nous utilisons dans la régularisation directionnelle.

En introduisant l'équation (9.3) et le calcul de la PDF d'un chemin – équation (3.9) page 31 – et en effectuant les changements de variables suivants :

$$k \leftarrow 2 * k, \quad (9.4)$$

$$2n \leftarrow n, \quad (9.5)$$

$$2n + 1 \leftarrow n', \quad (9.6)$$

on obtient un formalisme générique incluant le calcul de la PDF – et ainsi de la pondération de MIS. Ce formalisme est compatible avec le BDPT non biaisé et biaisé par régularisation directionnelle et/ou spatiale.



# Quatrième partie

## Bilan



# Chapitre 10

## Conclusion & perspectives

*“After climbing a great hill, one only finds that there are many more hills to climb.”*

Nelson Mandela

DANS ce travail, nous nous sommes intéressés à la synthèse d’images physiquement réalistes dans un contexte incluant de nombreuses surfaces spéculaires. Nous avons montré que les surfaces spéculaires sont source de variance dans le processus d’intégration de Monte-Carlo, car elles complexifient la création de chemins lumineux. Pour améliorer cette situation, nous avons introduit un biais dans le traitement des surfaces spéculaires générant ainsi une régularisation directionnelle.

Nous avons montré que cette régularisation directionnelle pouvait être utilisée pour simuler des phénomènes optiques que les méthodes non biaisées ne savent pas simuler, comme des chemins parfaitement spéculaires incluant des caméras ou des sources ponctuelles. Grâce à cette extension à la mise en œuvre aisée, un simple moteur de rendu unidirectionnel est capable de simuler tous les phénomènes optiques.

Nous avons étudié l’intégration de la régularisation directionnelle avec *Multiple Importance Sampling*. En intégrant de nouvelles stratégies d’échantillonnages aux algorithmes bidirectionnels, la régularisation directionnelle permet de réduire la variance de l’estimateur de Monte-Carlo. Ainsi, le temps de rendu nécessaire pour obtenir une image satisfaisante est réduit au prix de l’introduction de biais directionnel.

Cependant, nous montrons que l’estimateur reste consistant et que l’introduction de biais n’est réalisée que lorsque cela améliore la convergence. Ainsi notre

méthode n'introduit pas de biais sur des scènes où les surfaces spéculaires ne sont pas problématiques.

La régularisation directionnelle est orthogonale à de nombreuses autres méthodes de réduction de variance. Ainsi nous avons montré qu'elle se combinait bien avec MIS ou avec l'échantillonnage de Metropolis. Il est aussi possible de construire une méthode combinant régularisation spatiale, directionnelle et l'échantillonnage non biaisé bidirectionnel afin de profiter de la meilleure réduction de variance en fonction du contexte.

Bien que l'application de la régularisation soit principalement dédiée aux méthodes progressives *off-line*, nous avons appliqué celle-ci à la visualisation en temps réel d'un ensemble d'échantillons pré-calculé, permettant ainsi d'exploiter efficacement les résultats d'une simulation en changeant seulement le point de vue.

Finalement, notre travail nous a amenés à tester et à implémenter de nombreux algorithmes, principalement *Stochastic Progressive Photon Mapping*. Afin que la communauté profite de ces implémentations, nous les avons rendues publiques, sous licence GPL, au sein du logiciel libre LuxRender. Ainsi notre travail sert actuellement en production à de nombreux artistes ou industriels, notamment Valeo, et nous espérons qu'il pourra servir de base de départ pour de futures recherches.

## 10.1 Perspectives

La régularisation directionnelle pouvant être couplée à de nombreuses autres méthodes de réduction de variance, nous n'en avons testé que quelques-unes, mais d'autres applications sont possibles.

En particulier, comparée à la régularisation spatiale (c.-à-d. le *Photon Mapping*), la régularisation directionnelle est une meilleure méthode d'échantillonnage. Cependant, le PM peut être très facilement couplé à un cache d'échantillons qui réduit grandement la variance. Même si, contrairement au PM, la régularisation directionnelle n'a pas besoin de ce cache pour être efficace, celui-ci a le même potentiel de réduction de variance.

Cependant, nos expérimentations actuelles n'ont pas abouti à une structure de données suffisamment efficace pour interroger le cache en un temps satisfaisant. Ainsi, dans le contexte où l'utilisation d'un cache est possible, le PM est généralement plus efficace et la régularisation directionnelle n'est efficace que dans des cas particuliers où le cache ne peut être utilisé (c.-à-d. mémoire restreinte, rendu spectrale, implémentation simple).

L'introduction de biais par régularisation des singularités est un outil puissant. Bien que prouvé consistant, le biais fait peur et laisse supposer qu'un résultat avant convergence finale sera faux et ainsi encourage à l'utilisation des méthodes non biaisées. Cependant, celles-ci souffrent d'un problème similaire : le résultat avant convergence, bien que non biaisé, peut-être totalement différent du résultat final. Là où le résultat biaisé peut être flou, le non biaisé peut être très bruité ou manquer des phénomènes importants.

C'est pourquoi nous pensons qu'il est important de focaliser le travail sur la mesure de l'erreur, non pas à convergence finie, mais au cours du rendu. Pour cela, il faut s'intéresser au compromis entre la réduction de variance proposée par la régularisation et le biais introduit, probablement par le biais d'études perceptuelles.

Ainsi, avec un budget de temps de calcul donné, il serait possible de fixer un support de régularisation optimale, assurant le meilleur résultat pour l'utilisateur selon ses critères. De plus, fixer la taille du support permet de nombreuses optimisations algorithmiques<sup>1</sup> améliorant les performances brutes de rendu.

L'analogie entre filtrage et introduction de biais est aussi une voie permettant d'améliorer les algorithmes biaisés. La régularisation agissant comme un filtre passe-bas, ses paramètres sont liés au filtre de reconstruction en espace-écran.

Ainsi, on pourrait voir la régularisation non pas comme une introduction de biais, mais comme une opération de filtrage dans l'espace des chemins.

La visualisation temps réel demande un temps de pré-calcul important pour générer les échantillons. Arriver à générer ceux-ci plus vite serait un point positif pour cette visualisation ainsi que pour tout calcul progressif impliquant des produits très complexes comme les guides de lumière. En ce point la régularisation aide, car elle permet de générer plus de chemins à contribution non nulle. Elle est aussi efficace lorsque couplée à un algorithme de mutation comme *Metropolis Light Transport* ou *Manifold Exploration*. Cependant ces algorithmes ne prennent pas en compte la réduction de biais lors des mutations "aveugles". Ainsi il faudrait s'intéresser au développement d'une stratégie d'échantillonnage par mutation prenant en compte le biais et sa réduction.

La visualisation temps réel reste naïve et demande un grand nombre d'échantillons pour être efficace. L'accès à ces échantillons est séquentiel et exploite efficacement la mémoire. Cependant nous aurions aimé nous intéresser à une stratégie de compression, potentiellement à base d'harmoniques sphériques. Ceci permettrait de réduire l'empreinte mémoire des échantillons et potentiellement le temps

---

<sup>1</sup>Par exemple, la réduction progressive du rayon de collecte introduit un état dans l'algorithme qu'il faut maintenir et communiquer, complexifiant le parallélisme.

de rendu, permettant ainsi plus d'interactivité ou des reconstructions plus précises utilisant plus d'échantillons.

## 10.2 Conclusion personnelle

Il y a un peu plus de quatre ans, nous commençons cette thèse avec *Valeo* avec un projet ambitieux : régler les problèmes de simulations sur les produits complexes.

En premier lieu, il fallait arriver à échantillonner des chemins lumineux au sein des guides de lumière. En second lieu, la haute dynamique de luminance liée à l'observation des phares étant impossible à reproduire sur un écran, nous voulions améliorer les algorithmes de *Tonemapping*. Pour finir, nous visions le temps réel.

Quelques années après, beaucoup de travail reste à faire. Nous avons une visualisation temps réel, mais celle-ci dépend d'une phase de pré-calcul qui est inefficace sur les guides de lumière. Sur ce point, je pense que la régularisation est une partie de la solution.

De mon côté, je suis satisfait, bien qu'il me reste beaucoup à apprendre, j'ai acquis un certain recul. Mais il reste cette frustration de n'avoir pas totalement résolu les problèmes initiaux et que certains de nos travaux n'aient pas abouti.

Je n'ai pas assez publié, car à la recherche de la perfection j'ai trop souvent négligé les petites contributions. Toutes les contributions ne sont pas destinées à SIGGRAPH et je suis maintenant convaincu qu'une idée simple a plus de chance de changer le monde qu'une méthode trop complexe. De plus, une petite publication peut protéger des publications concurrentes qui me laissent un goût amer tant j'ai l'impression d'être trop souvent arrivé second.

Finalement, j'aurais aimé partir plus tôt en collaboration à Montréal. Ce séjour a été très formateur, mais il est arrivé tard dans le déroulement de cette thèse à un moment où ma priorité était la rédaction, et où je n'avais plus le temps pour explorer de nouvelles idées

D'un point de vue technique, je me suis fait plaisir et j'ai appris énormément en implémentant dans lanceurs de rayons en C++, en Python, en GLSL, sur GPU, *etc.* Je trouve que *Multiple Importance Sampling* est une très belle solution, mais avec un coût non négligeable. La complexité d'implémentation, l'occupation mémoire qui peut en résulter et le temps CPU nécessaire pour calculer les pondérations en font une méthode pas toujours exploitable. Bien souvent, des heuristiques plus

simples, plus naïves, comme celles implémentées dans LuxRender sont efficaces, plus rapides à mettre en œuvre et associées à moins de limitations.

Au début, je voyais la thèse comme une finalité. Je suis maintenant satisfait de savoir que ce n'est qu'une étape vers la suite. Que ce soit professionnellement ou dans mes loisirs, l'avenir semble excitant.



# Cinquième partie

## Annexes



## Formulation sur les directions

*“A new car built by my company leaves somewhere traveling at 60 mph. The rear differential locks up. The car crashes and burns with everyone trapped inside. Now, should we initiate a recall? Take the number of vehicles in the field, A, multiply by the probable rate of failure, B, multiply by the average out-of-court settlement, C. A times B times C equals X. If X is less than the cost of a recall, we don’t do one.”*

– Narrator  
“Fight Club”

DANS le chapitre 2 page 17 nous faisons directement référence à la formulation sur les chemins proposée par VEACH [55]. Cependant pour des raisons d’exhaustivité, voici la formulation sur les directions proposée par KAJIYA [35] :

$$L_s(\mathbf{p}_i, \mathbf{s}_i) = L_e(\mathbf{p}_i, \mathbf{s}_i) + \int_{\Omega} f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i) \underbrace{L_i(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i)}_{\infty} |\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{s}_i| d\mathbf{i}_i. \quad (\text{A.1})$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{L_s(\mathbf{p}_{i+1}, \mathbf{s}_{i+1})}$$

Ainsi, la quantité de lumière  $L_s(\mathbf{p}_i, \mathbf{s}_i)$  mesurée en un point  $\mathbf{p}_i$  dans une direction  $\mathbf{s}_i$  est équivalente à la somme de  $L_e(\mathbf{p}_i, \mathbf{s}_i)$ , la lumière naturellement émise par la surface, et de la lumière incidente  $L_i(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i)$  transmise par la surface. La figure A.1 page suivante explicite ces termes.

L'accolade met en évidence un phénomène récursif où  $L_i(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i)$ , l'énergie incidente en un point  $\mathbf{p}_i$  est liée à  $L_s(\mathbf{p}_{i+1}, \mathbf{s}_{i+1})$ , l'énergie émise par un point  $\mathbf{p}_{i+1}$ .

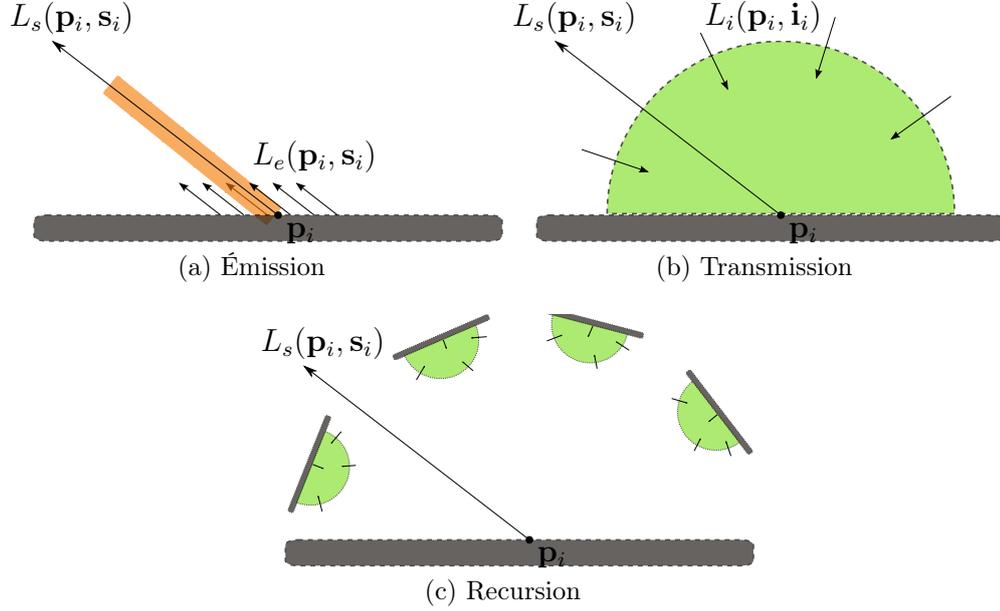


FIGURE A.1 – *Formulation récursive du rendu* – La lumière sortante depuis un point  $\mathbf{p}_i$  est la composition de l'émission depuis ce point (a) et de la transmission de la lumière incidente en ce point par la BSDF (b). Ce phénomène est récursif (c) et ainsi la lumière sortante d'un point  $\mathbf{p}_{i+1}$  devient la lumière incidente en un autre point  $\mathbf{p}_i$ .

**Changement de variable** La formulation sur les chemins, équation (2.6) page 21, est dérivée de la formulation sur les directions en effectuant principalement un changement de variable :

$$d\mathbf{i}_i = \frac{|\mathbf{n}_{i+1} \cdot \mathbf{i}_{i+1}|}{\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i+1}\|^2} d\mathbf{p}_{i+1}. \quad (\text{A.2})$$

Ainsi, en réutilisant la définition du terme géométrique, équation (2.9) page 22, on obtient :

$$f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i) |\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{s}_i| d\mathbf{i}_i = f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i) |\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{s}_i| \frac{|\mathbf{n}_{i+1} \cdot \mathbf{i}_{i+1}|}{\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i+1}\|^2} d\mathbf{p}_{i+1} \quad (\text{A.3})$$

$$= f(\mathbf{p}_i, \mathbf{i}_i, \mathbf{s}_i) G(\mathbf{p}_i \leftrightarrow \mathbf{p}_{i+1}) d\mathbf{p}_{i+1}. \quad (\text{A.4})$$

## Monte-Carlo

*“There’s a passage I got memorized. Ezekiel 25:17. “The path of the righteous man is beset on all sides by the inequities of the selfish and the tyranny of evil men. Blessed is he who, in the name of charity and good will, shepherds the weak through the valley of the darkness, for he is truly his brother’s keeper and the finder of lost children. And I will strike down upon thee with great vengeance and furious anger those who attempt to poison and destroy My brothers. And you will know I am the Lord when I lay My vengeance upon you.””*

— Jules  
“Pulp Fiction”

### Sommaire

---

<b>B.1</b>	<b>Combinaisons d’estimateurs</b>	<b>130</b>
<b>B.2</b>	<b>Mesures</b>	<b>130</b>
<b>B.3</b>	<b>Variance des échantillons</b>	<b>131</b>
<b>B.4</b>	<b>Biais</b>	<b>131</b>
<b>B.5</b>	<b>MSE</b>	<b>131</b>
<b>B.6</b>	<b>Importance Sampling</b>	<b>132</b>
<b>B.7</b>	<b>Génération d’échantillons</b>	<b>133</b>
<b>B.8</b>	<b>Exemple</b>	<b>133</b>

---

La méthode de Monte-Carlo permet d'estimer la valeur d'une intégrale  $I$  sous la forme d'une somme infinie :

$$I = \int_D g(x) dx = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g(x_i)}{P_S(x_i)}. \quad (\text{B.1})$$

Dans cet exemple,  $g$  est une fonction arbitraire que l'on cherche à intégrer sur un domaine  $D$ . Pour ce faire,  $N$  échantillons  $x_i$  provenant du domaine  $D$  sont réalisés aléatoirement suivant une stratégie d'échantillonnage  $S$  associée à une *densité de probabilité* (PDF)  $P_S(x_i)$ .

Cette méthode numérique permet de calculer la valeur d'une intégrale dans le cas où celle-ci ne peut pas être calculable de façon analytique. S'il s'agit d'une méthode peu efficace en faible dimension, elle devient très pratique à utiliser lorsque le domaine d'intégration comporte de nombreuses dimensions et lorsque la fonction  $g$  contient des singularités et des discontinuités, d'après HABER [19].

## B.1 Combinaisons d'estimateurs

Il est possible de combiner plusieurs estimateurs de Monte-Carlo (équation (B.1)) issus de multiples stratégies  $S_j$  différentes à condition de pondérer chaque échantillon  $x_i$  issu d'une stratégie par un poids  $w_{S_j}(x_i)$  associé à cette stratégie respectant la contrainte :

$$\sum w_{S_j}(x_i) = 1, \quad (\text{B.2})$$

et en s'assurant que le poids associé aux stratégies incapables d'échantillonner cet échantillon soit nul.

Par exemple, supposons que l'on veuille échantillonner l'espace  $[0, 2]$ . Une première stratégie uniforme est telle que  $S_1(\xi) = 2\xi$  et une seconde  $S_2(\xi) = \xi + 1$ . Les stratégies  $S_1$  et  $S_2$  sont capables de générer des échantillons dans  $[1, 2]$ , cependant seul  $S_1$  est capable de couvrir l'espace  $[0, 1]$ . Ainsi un échantillon  $x_i = 1.5$  peut être échantillonné par les deux stratégies et une pondération pourrait être  $w_{S_1} = 0.3$  et  $w_{S_2} = 0.7$ . Par contre, un échantillon  $x_i = 0.25$  ne peut être échantillonné que par la stratégie  $S_1$ , forçant les poids à  $w_{S_1} = 1$  et  $w_{S_2} = 0$ .

## B.2 Mesures

L'estimateur de Monte-Carlo tend vers la valeur correcte  $I$  lorsque  $N$  augmente vers l'infini. Cependant pour une valeur finie de  $N$ , nous obtenons une approxi-

mation de  $I$  notée  $\hat{I}_N$  :

$$I \approx \hat{I}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g(x_i)}{P_S(x_i)}. \quad (\text{B.3})$$

Généralement, plus  $N$  augmente, plus l'approximation est proche de la valeur réelle. L'erreur de l'approximation apparaît sous la forme de bruit qui peut être structuré.

### B.3 Variance des échantillons

La variance associée à une stratégie d'échantillonnage est définie par le carré de la différence à la moyenne (*i.e.* la valeur convergée de l'estimateur) avec chaque échantillon :

$$\text{Var}(S) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{g(x_i)}{P_S(x_i)} - I \right)^2. \quad (\text{B.4})$$

Cette valeur est absolue, et ainsi elle n'a de sens que pour comparer la même intégrale échantillonnée avec deux méthodes différentes. La stratégie donnant une plus faible variance est considérée comme la plus efficace, car elle résulte en moins de bruit à nombre d'échantillons  $N$  équivalent.

### B.4 Biais

Il est parfois pratique d'utiliser une autre fonction  $\tilde{g}$  approximative telle que :

$$\tilde{g}(x) = g(x) + \beta(x) \approx g(x), \quad (\text{B.5})$$

avec  $\beta(x)$  une erreur introduite. Cette approximation peut permettre une convergence plus rapide si la fonction  $\tilde{g}$  est plus simple à intégrer que  $g$ .

Une stratégie d'échantillonnage introduisant du biais, mais convergeant vers la même valeur qu'une stratégie équivalente non biaisée est dite *consistante*.

### B.5 MSE

Cette métrique d'erreur peut être appliquée à plusieurs intégrations indépendantes, comme pour le résultat des pixels d'une image. Elle intègre le biais et la variance des échantillons.

$$\text{RMSE}(S) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\odot_i - \tilde{\odot}_i)^2, \quad (\text{B.6})$$

avec  $N$  le nombre d'intégrales,  $\odot_i$  la valeur attendue de l'intégrale et  $\tilde{\odot}_i$  la valeur calculée. Bien souvent, on ne dispose pas d'une valeur exacte pour  $\odot_i$ . On utilise pour cela le résultat d'un autre processus de Monte-Carlo que l'on sait suffisamment satisfaisant. Ainsi cette métrique sert à comparer l'efficacité de deux processus vis-à-vis d'un processus de référence.

Il peut aussi être fait référence à  $\text{RMSE}(S) = \sqrt{\text{MSE}}$ .

## B.6 Importance Sampling

La première méthode pour réduire la variance des échantillons, et ainsi améliorer la qualité du processus de Monte-Carlo est d'augmenter le nombre  $N$  d'échantillons, la convergence, ou réduction du bruit, étant linéaire avec le nombre d'échantillons.

Une solution plus efficace est d'influencer sur la variance de l'estimateur en diminuant la variance du terme  $g(x_i)/P_S(x_i)$  en choisissant une stratégie  $S$  pertinente, par exemple pour laquelle  $F(x_i) \neq 0$  pour tous les  $x_i$ .

La méthode d'*Importance Sampling* essaye de choisir  $P_S$  proportionnel à  $g$ . Ainsi, si on peut définir une stratégie telle que :

$$P_S(x_i) = \frac{g(x_i)}{C}, \quad (\text{B.7})$$

avec  $C$  une constante, on obtient en intégrant l'équation (B.3) page 131 :

$$\hat{I}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g(x_i)}{P_S(x_i)}, \quad (\text{B.8})$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(x_i) \frac{C}{g(x_i)}, \quad (\text{B.9})$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C, \quad (\text{B.10})$$

$$= C. \quad (\text{B.11})$$

Ainsi l'estimateur  $\hat{I}_N$  ne dépend plus de  $N$  et offre un résultat sans variance qui ne dépend plus des échantillons.

Malheureusement, il est souvent impossible de trouver une stratégie optimale de ce type, car cela revient à connaître à l'avance le résultat souhaité. Cependant, on peut souvent trouver une stratégie approximative des sous-termes de  $g$  ce qui a pour effet de réduire la variance et ainsi rendre l'estimateur plus efficace.

## B.7 Génération d'échantillons

Pour pouvoir exploiter la réduction de variance proposée par l'*Importance Sampling* une stratégie  $S$  doit générer des échantillons  $x_i$  proportionnellement à une PDF  $P_S$  sur un domaine  $D = [a, b]$ . On définit ainsi la stratégie  $S$  tel que :

$$S(\xi) = x_i = \left( \int_a^{x_i} P_S(x) dx \right)^{-1} (\xi), \quad (\text{B.12})$$

avec  $()^{-1}$  représentant la fonction inverse.

Par exemple, pour générer des échantillons proportionnels à  $\cos(x)$  dans le domaine  $D = [0, \pi/2]$  :

$$S(\xi) = x_i = \left( \int_0^{x_i} \cos(x) dx \right)^{-1} (\xi), \quad (\text{B.13})$$

$$= (\sin(x_i) - \sin(0))^{-1} (\xi), \quad (\text{B.14})$$

$$= (\sin(x_i))^{-1} (\xi), \quad (\text{B.15})$$

$$= \arcsin(\xi). \quad (\text{B.16})$$

Pour une évolution en dimensions supérieures et quelques résultats connus, on se référera à un ouvrage de référence comme DUTRE, HECKBERT, MA, PELLACINI, PORSCHKA, RAMASUBRAMANIAN, SOLER et WARD [11].

## B.8 Exemple

Par exemple, supposons que l'on veuille calculer l'intégrale de  $g(x) = \cos(x) + 1/100 * \sin(100 * x)$  :

$$\int_0^{\pi/2} g(x) dx = [\sin(x) - 1/10000 \cos(100x)]_0^{\pi/2} = 1 \quad (\text{B.17})$$

Dans le cas où la primitive est inconnue, mais que nous soyons capables d'évaluer  $g$  quelque soit  $x \in [0, \pi/2]$ , nous pouvons utiliser l'estimateur de Monte-Carlo :

$$\int_0^{\pi/2} x \cos(x) dx = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g(x_i)}{P_S(x_i)}. \quad (\text{B.18})$$

Nous définissons deux stratégies, une uniforme,  $P_u$  et l'autre par importance,  $P_i$  :

$$P_u(x_i) = \frac{2}{\pi}, \quad (\text{B.19})$$

$$P_i(x_i) = \cos(x_i). \quad (\text{B.20})$$

Les constantes sont là pour s'assurer que la PDF d'une stratégie intègre à 1 sur le domaine de définition.

Pour générer les échantillons, il faut définir les fonctions des stratégies associant un nombre aléatoire uniforme  $\xi$  à un échantillon  $x_i$  :

$$S_u(\xi) = \xi * \pi/2, \quad (\text{B.21})$$

$$S_i(\xi) = \arcsin(\xi). \quad (\text{B.22})$$

De multiples échantillons  $x_i$  sont ainsi générés et intégrés dans l'équation (B.18) page 133. En fonction du nombre d'échantillons, une approximation du résultat est donnée au tableau B.1, montrant la supériorité de la stratégie  $S_i$ .

$N$	$S_u$	$S_i$
1	1.258	0.990
10	1.042	1.002
100	0.908	1.001
1000	1.005	1.000
10000	1.000	1.000
100000	0.999	1.000
1000000	0.999	1.000

TABLEAU B.1 – *Un processus de Monte-Carlo –  $N$  échantillons sont utilisés pour évaluer  $\int_0^{\pi/2} \cos(x) + 1/100 \sin(100x) dx = 1$ . On observe que la valeur approximative  $\hat{I}_N$  converge vers la valeur correcte à mesure que  $N$  augmente. La stratégie uniforme  $S_u$  donne toutefois une approximation de moins bonne qualité que la stratégie par importance  $S_i$  à nombre d'échantillons  $N$  équivalent.*

## Résultats de MIS

“6b.”

— Thibaut Vuillemin

LES figures C.2 et C.3 page suivante et page 137 montrent le résultat sur toutes les classes de chemin pour la scène rappelée en figure C.1a. La scène montrée en figure C.1b inclue des phénomènes indirects plus complexes analysés en figures C.4 et C.5 page 138 et page 139. Ces figures montrent les résultats de la pondération de MIS discutée dans le chapitre 4 page 35.

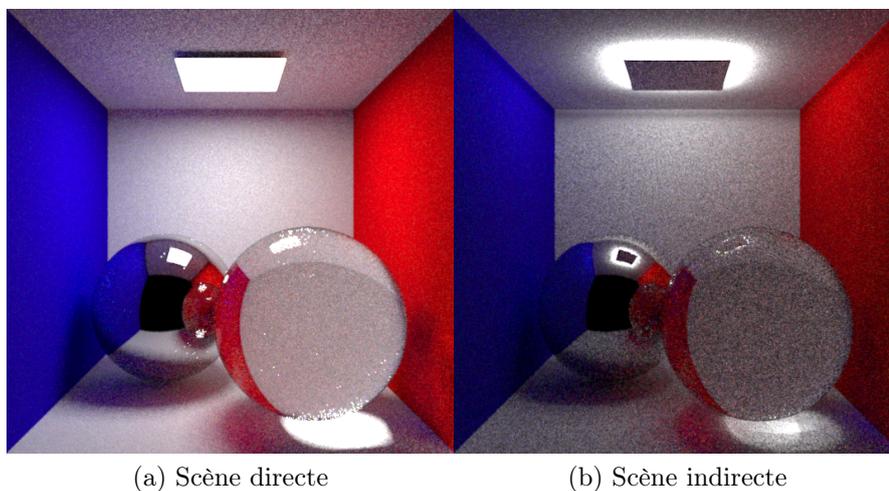


FIGURE C.1 – *Rappel des scènes* – Ces deux scènes présentent une disposition similaire, mais contrairement à (a), la scène (b) présente peu d’éclairage direct. En effet, la lumière doit être réfléchiée par le plafond avant d’éclairer la scène.

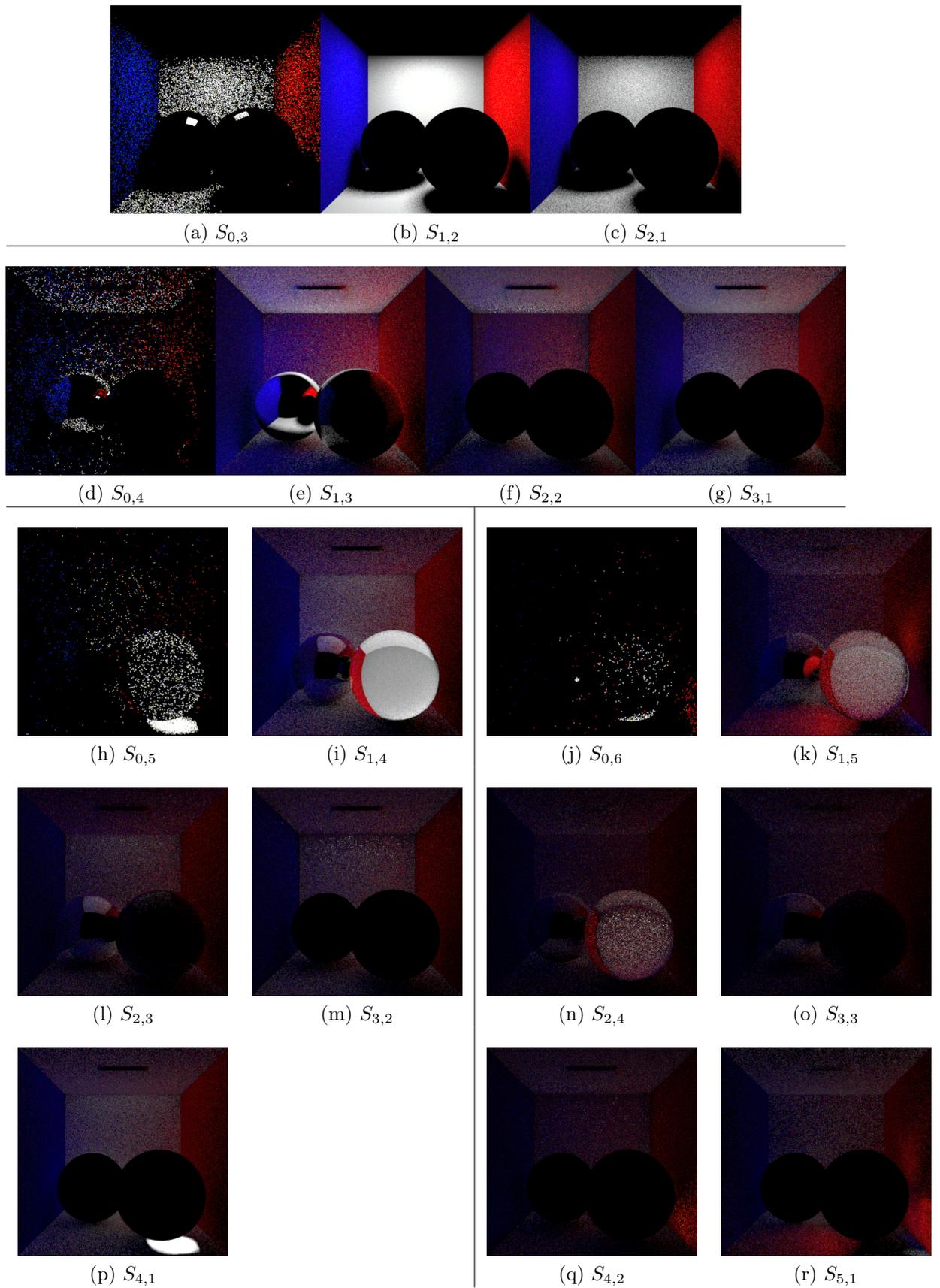


FIGURE C.2 – *Stratégies non pondérées pour la scène directe* – Ces stratégies ne sont pas pondérées par MIS et représentent la scène C.1a.

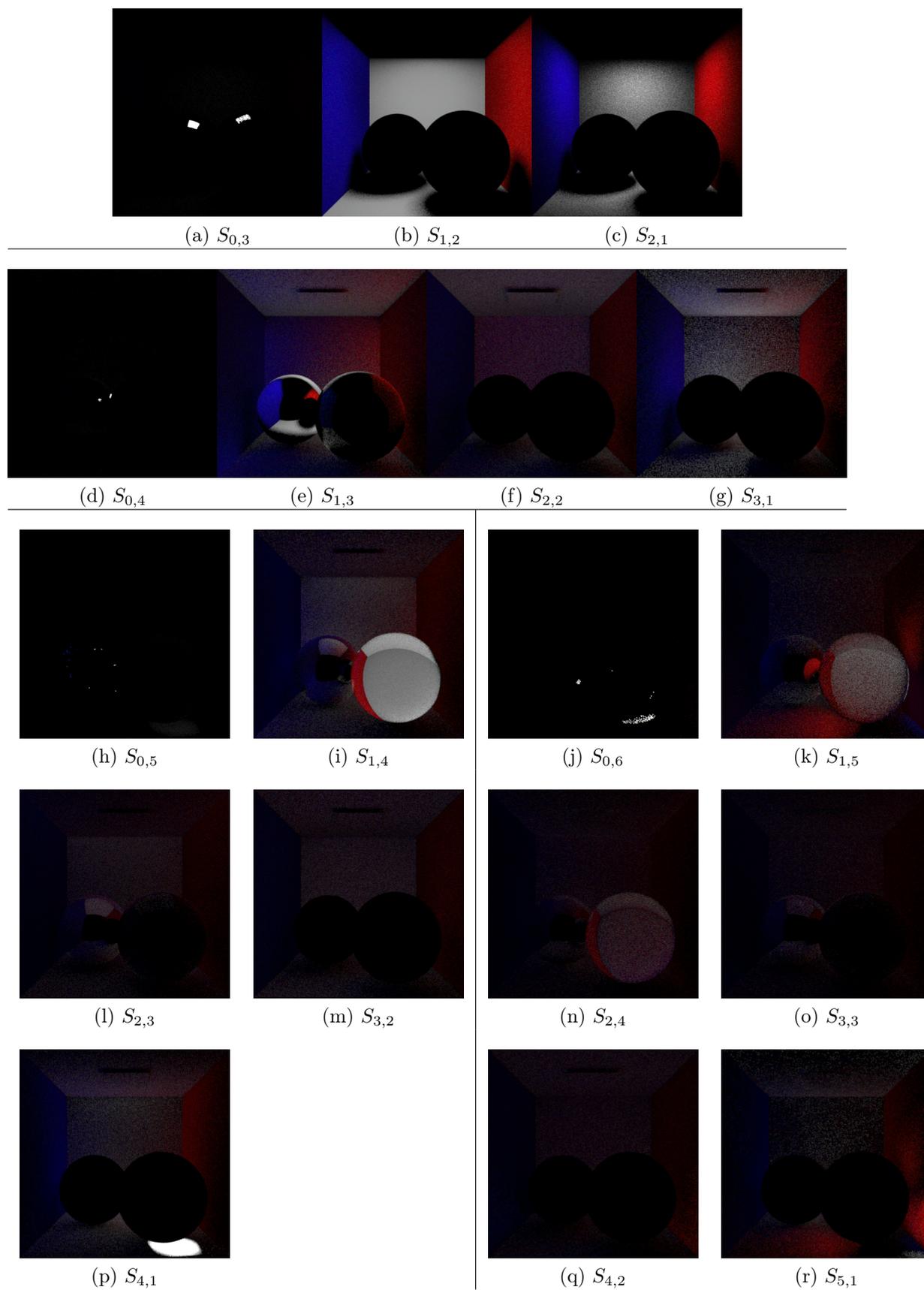


FIGURE C.3 – *Stratégies pondérées pour la scène directe* – Ces stratégies sont pondérées par MIS et représentent la scène C.1a.

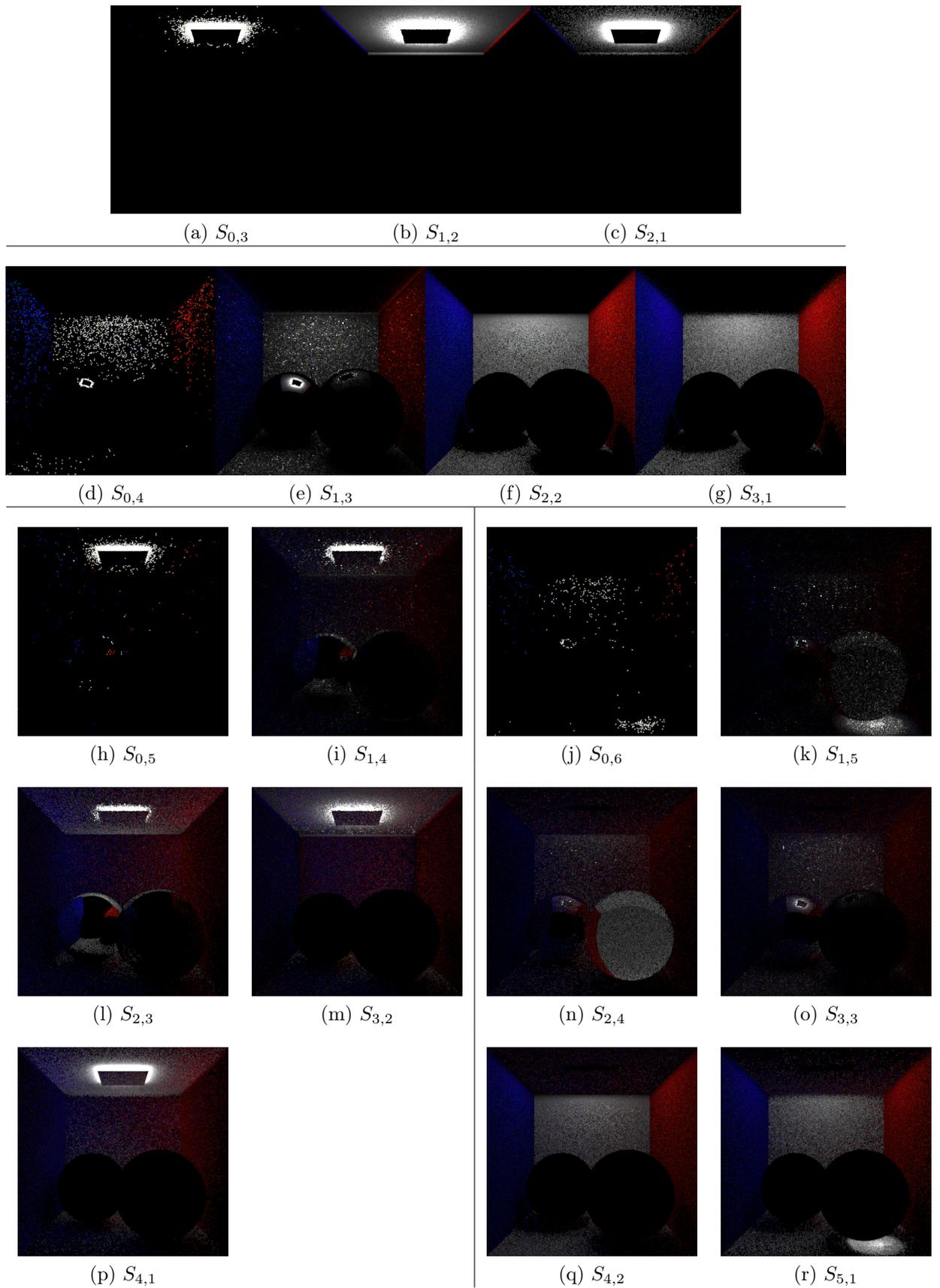


FIGURE C.4 – *Stratégies non pondérées pour la scène indirecte – Ces stratégies ne sont pas pondérées par MIS et représentent la scène C.1b.*

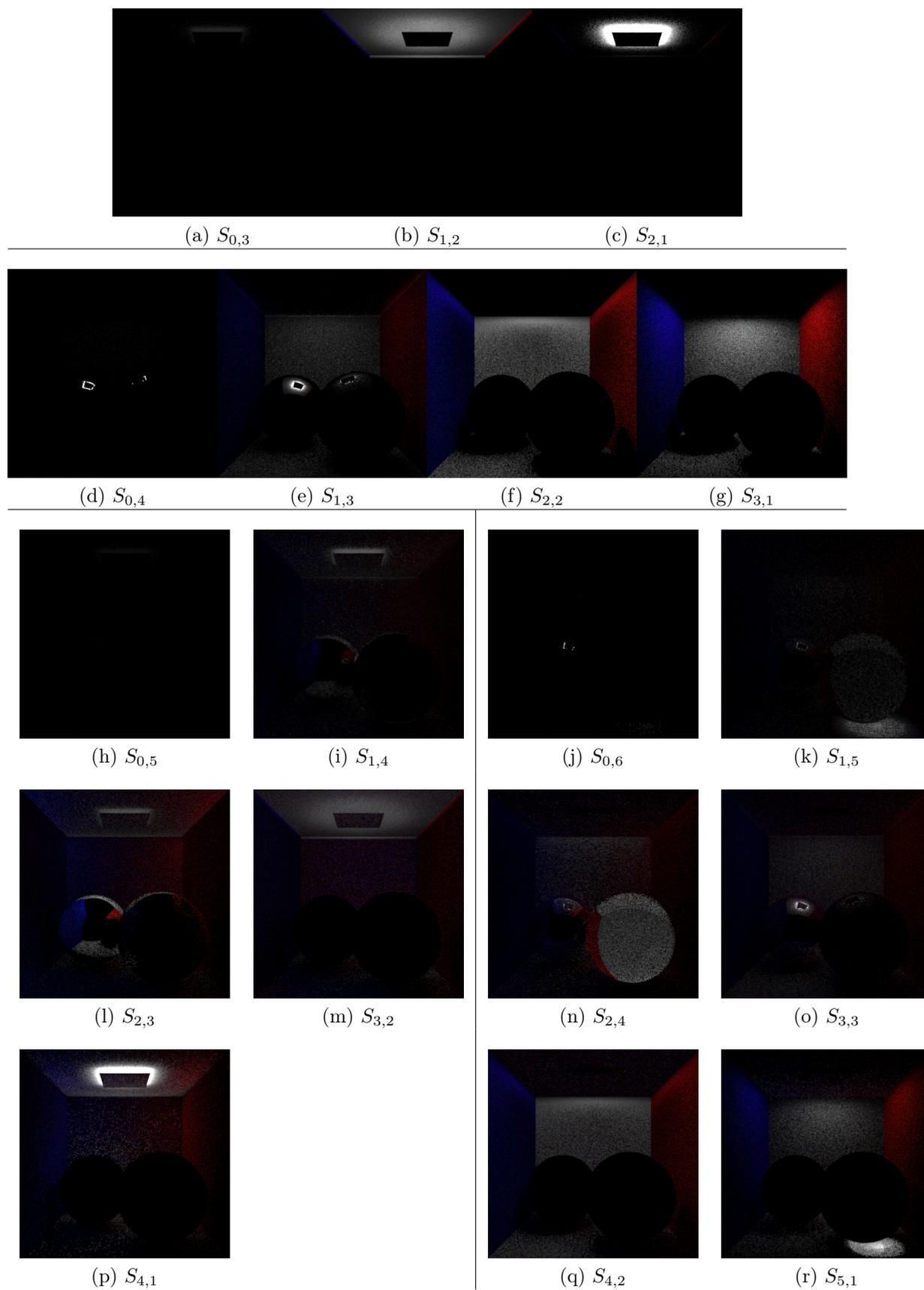


FIGURE C.5 – *Stratégies pondérées pour la scène indirecte – Ces stratégies sont pondérées par MIS et représentent la scène C.1b.*



# Bibliographie

- [1] Dietger van ANTWERPEN. “Recursive MIS Computation for Streaming BDPT on the GPU”. In : (2011). <http://graphics.tudelft.nl/dietger/> (cf. p. 113).
- [2] Petr BECKMANN et Andre SPIZZICHINO. “The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces”. In : *Norwood, MA, Artech House, Inc., 1987, 511 p.* 1 (1987) (cf. p. 49).
- [3] OpenMP Architecture Review BOARD. *OpenMP*. <http://openmp.org/> (cf. p. 94).
- [4] Guillaume BOUCHARD, JC IEHL, V. OSTROMOUKHOV, B. PÉROCHE, S. ALBIN, R. GUENEGOU et C. USON. “Specular BSDF Approximation for Efficient Specular Scene Rendering”. In : *International Light Simulation Symposium 2012*. Steinbeis Transfer Center Applied Lighting Technology. 2012, p. 217–231 (cf. p. 14).
- [5] Guillaume BOUCHARD, Jean-Claude IEHL, Victor OSTROMOUKHOV et Pierre POULIN. “Improving Robustness of Monte-Carlo Global Illumination with Directional Regularization”. In : *SIGGRAPH-ASIA*. Sous la dir. d’ACM. Déc. 2013, 22 :1–22 :4. DOI : [10.1145/2542355.2542383](https://doi.org/10.1145/2542355.2542383). URL : <http://liris.cnrs.fr/publis/?id=6352> (cf. p. 14).
- [6] Blender COMMUNITY. *Blender*. <http://blender.org> (cf. p. 86).
- [7] LuxRender COMMUNITY. *LuxRays*. <http://www.luxrender.net/wiki/LuxRays> (cf. p. 86).
- [8] LuxRender COMMUNITY. *LuxRender*. <http://luxrender.net>. 2008 (cf. p. 14, 78, 85, 115).
- [9] H. DAMMERTZ, J. HANIKA et A. KELLER. “Shallow bounding volume hierarchies for fast SIMD ray tracing of incoherent rays”. In : *Computer Graphics Forum* 27.4 (2008), p. 1225–1233 (cf. p. 26, 90).

- [10] Thomas DAVIDOVIC. *SmallVCM A (not too) small physically based renderer*. <http://www.smallvcm.com/>. 2012 (cf. p. 78).
- [11] Philip DUTRE, Paul HECKBERT, Vincent MA, Fabio PELLACINI, Robert PORCHKA, Mahesh RAMASUBRAMANIAN, Cyril SOLER et Greg WARD. *Global Illumination Compendium*. 2001. URL : <http://people.cs.kuleuven.be/~philip.dutre/GI/> (cf. p. 133).
- [12] Glenn EVANS et Michael D MCCOOL. “Stratified wavelength clusters for efficient spectral monte carlo rendering”. In : *Graphics Interface*. T. 99. Citeseer. 1999 (cf. p. 98).
- [13] Kurt Otto FRIEDRICHS. “The identity of weak and strong extensions of differential operators”. In : *Transactions of the American Mathematical Society* 55.1 (1944), p. 132–151 (cf. p. 52).
- [14] I. GEORGIEV, J. KRIVANEK, T. DAVIDOVIC et P. SLUSALLEK. “Light Transport Simulation with Vertex Connection and Merging”. In : *ACM Trans. on Graphics (SIGGRAPH Asia '12)* 31.6 (2012), 192 :1–10 (cf. p. 54, 56, 66, 71, 94, 98, 114, 115).
- [15] I. GEORGIEV, J. KŘIVÁNEK et P. SLUSALLEK. “Bidirectional light transport with vertex merging”. In : *SIGGRAPH Asia 2011 Sketches*. ACM. 2011, p. 27 (cf. p. 94).
- [16] Khronos GROUP. *OpenCL*. <http://www.khronos.org/opencv/> (cf. p. 86).
- [17] Khronos GROUP. *OpenGL*. <http://www.opengl.org/> (cf. p. 108).
- [18] Stephane GUY et Cyril SOLER. “Graphics gems revisited : fast and physically-based rendering of gemstones”. In : *ACM Transactions on Graphics (TOG)*. T. 23. 3. ACM. 2004, p. 231–238 (cf. p. 33).
- [19] Seymour HABER. “Stochastic quadrature formulas”. In : *Mathematics of Computation* 23.108 (1969), p. 751–764 (cf. p. 130).
- [20] T. HACHISUKA. *Small PPM*. [http://cs.au.dk/~toshiya/smallppm\\_exp.cpp](http://cs.au.dk/~toshiya/smallppm_exp.cpp) (cf. p. 88).
- [21] T. HACHISUKA et H.W. JENSEN. “Parallel progressive photon mapping on GPUs”. In : *ACM SIGGRAPH ASIA 2010 Sketches*. ACM. 2010, p. 54 (cf. p. 55, 90).
- [22] T. HACHISUKA et H.W. JENSEN. “Robust adaptive photon tracing using photon path visibility”. In : *ACM Trans. on Graphics* 30.5 (2011), p. 114 (cf. p. 88, 89).
- [23] T. HACHISUKA et H.W. JENSEN. “Stochastic progressive photon mapping”. In : *ACM Trans. on Graphics* 28.5 (2009), p. 141 (cf. p. 54, 86).

- [24] T. HACHISUKA, S. OGAKI et H.W. JENSEN. “Progressive photon mapping”. In : *ACM Trans. on Graphics* 27.5 (2008), p. 130 (cf. p. 54, 86).
- [25] T. HACHISUKA, J. PANTALEONI et H. W. JENSEN. “A Path Space Extension for Robust Light Transport Simulation”. In : *ACM Trans. on Graphics (SIGGRAPH Asia '12)* 31.6 (2012), 191 :1–10 (cf. p. 54, 66, 94, 115).
- [26] Toshiya HACHISUKA, Wojciech JAROSZ, Guillaume BOUCHARD, Per CHRISTENSEN, Jeppe Revall FRISVAD, Wenzel JAKOB, Henrik Wann JENSEN, Michael KASCHALK, Claude KNAUS, Andrew SELLE et Ben SPENCER. “State of the art in photon density estimation”. In : *ACM SIGGRAPH 2012 Courses. SIGGRAPH '12*. Los Angeles, California : ACM, 2012, 6 :1–6 :469. ISBN : 978-1-4503-1678-1. DOI : [10.1145/2343483.2343489](https://doi.org/10.1145/2343483.2343489). URL : <http://doi.acm.org/10.1145/2343483.2343489> (cf. p. 14, 88).
- [27] Vlastimil HAVRAN, Robert HERZOG et Hans-Peter SEIDEL. “Fast final gathering via reverse photon mapping”. In : *Computer Graphics Forum*. T. 24. 3. Wiley Online Library. 2005, p. 323–332 (cf. p. 55, 88).
- [28] Paul S HECKBERT. “Adaptive radiosity textures for bidirectional ray tracing”. In : *ACM SIGGRAPH Computer Graphics* 24.4 (1990), p. 145–154 (cf. p. 23, 47, 54, 56, 64).
- [29] Markus HEGLAND et Robert Scott ANDERSEN. “A mollification framework for improperly posed problems”. In : *Numerische Mathematik* 78.4 (1998), p. 549–575 (cf. p. 52).
- [30] H. IGEHY. “Tracing ray differentials”. In : *Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. 1999, p. 179–186 (cf. p. 56, 90).
- [31] INTEL. *TBB*. <https://www.threadingbuildingblocks.org/> (cf. p. 94).
- [32] W. JAKOB et S. MARSCHNER. “Manifold exploration : a Markov Chain Monte Carlo technique for rendering scenes with difficult specular transport”. In : *ACM Trans. on Graphics* 31.4 (2012), p. 58 (cf. p. 31, 64, 114).
- [33] Wenzel JAKOB. *Mitsuba renderer*. <http://www.mitsuba-renderer.org>. 2010 (cf. p. 31).
- [34] Henrik Wann JENSEN. *Realistic image synthesis using photon mapping*. AK Peters, Ltd., 2001 (cf. p. 52, 55, 88).
- [35] J.T. KAJIYA. “The rendering equation”. In : *Proc. SIGGRAPH '86*. ACM. 1986, p. 143–150 (cf. p. 21, 127).
- [36] Anton S. KAPLANYAN et Carsten DACHSBACHER. “Path Space Regularization for Holistic and Robust Light Transport”. In : *Computer Graphics Forum (Proc. Eurographics '13)* 32.2 (2013), p. 63–72 (cf. p. 56, 64, 66).

- [37] C. KELEMEN, L. SZIRMAY-KALOS, G. ANTAL et F. CSONKA. “A simple and robust mutation strategy for the metropolis light transport algorithm”. In : *Computer Graphics Forum* 21.3 (2002), p. 531–540 (cf. p. 31, 64, 71).
- [38] Alexander KELLER, Simon PREMOZE et Matthias RAAB. “Advanced (quasi) monte carlo methods for image synthesis”. In : *ACM SIGGRAPH 2012 Courses*. ACM. 2012, p. 21 (cf. p. 27).
- [39] C. KNAUS et M. ZWICKER. “Progressive photon mapping : A probabilistic approach”. In : *ACM Trans. Graphics* 30.3 (2011), p. 25 (cf. p. 54, 56, 86).
- [40] S. KNIEP, S. HARING et M. MAGNOR. “Efficient and Accurate Rendering of Complex Light Sources”. In : *Computer Graphics Forum* 28.4 (2009), p. 1073–1081 (cf. p. 88, 102–105).
- [41] E.P. LAFORTUNE et Y.D. WILLEMS. “Bi-directional path tracing”. In : *Proc. CompuGraphics*. T. 93. 1993, p. 145–153 (cf. p. 36).
- [42] Chris LATTNER, APPLE, GOOGLE et AL. *Clang*. <http://clang.llvm.org/> (cf. p. 94).
- [43] Morgan MCGUIRE et David LUEBKE. “Hardware-accelerated global illumination by image space photon mapping”. In : *Proceedings of the Conference on High Performance Graphics 2009*. ACM. 2009, p. 77–89 (cf. p. 102–105, 108).
- [44] D. MITCHELL et P. HANRAHAN. “Illumination from curved reflectors”. In : *ACM SIGGRAPH Computer Graphics* 26.2 (1992), p. 283–291 (cf. p. 22, 26, 32).
- [45] A. PAJOT, L. BARTHE, M. PAULIN et P. POULIN. “Combinatorial Bidirectional Path-Tracing for Efficient Hybrid CPU/GPU Rendering”. In : *Computer Graphics Forum* 30.2 (2011), p. 315–324 (cf. p. 61).
- [46] M. PHARR et G. HUMPHREYS. *Physically based rendering : From theory to implementation*. Morgan Kaufmann, 2004 (cf. p. 57, 86).
- [47] M. PHARR et G. HUMPHREYS. *Physically based rendering : From theory to implementation*. Morgan Kaufmann, 2010 (cf. p. 57, 86).
- [48] Benjamin SEGOVIA, Jean-Claude IEHL et Bernard PÉROCHE. *Coherent metropolis light transport with multiple-try mutations*. Rapp. tech. Tech. Rep. RR-LIRIS-2007-015, LIRIS UMR 5205 CNRS/INSA de Lyon, 2007 (cf. p. 32).
- [49] B.W. SILVERMAN. *Density estimation for statistics and data analysis*. T. 26. Chapman & Hall/CRC, 1986 (cf. p. 52).
- [50] Y. SUN, F.D. FRACCHIA et M.S. DREW. “Rendering diamonds”. In : *Proc. WCGS 2000*. 2000, p. 9–15 (cf. p. 33).

- [51] F. SUYKENS et Y.D. WILLEMS. “Path differentials and applications”. In : *Proceedings of the 12th Eurographics Workshop on Rendering Techniques*. Springer-Verlag. 2001, p. 257–268 (cf. p. [56](#), [90](#)).
- [52] E. VEACH et L.J. GUIBAS. “Metropolis light transport”. In : *Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. New York, NY, USA. 1997, p. 65–76 (cf. p. [31](#)).
- [53] E. VEACH et L.J. GUIBAS. “Optimally combining sampling techniques for Monte Carlo rendering”. In : *Proc. SIGGRAPH '95*. ACM. 1995, p. 419–428 (cf. p. [114](#)).
- [54] Eric VEACH. “Non-symmetric scattering in light transport algorithms”. In : *Rendering Techniques' 96*. Springer, 1996, p. 81–90 (cf. p. [19](#)).
- [55] Eric VEACH. “Robust Monte Carlo methods for light transport simulation”. Thèse de doct. Stanford University, 1997 (cf. p. [21](#), [23](#), [36](#), [40](#), [127](#)).
- [56] Eric VEACH et Leonidas GUIBAS. “Bidirectional estimators for light transport”. In : *Photorealistic Rendering Techniques*. Springer, 1995, p. 145–167 (cf. p. [36](#)).
- [57] Hermann VON HELMHOLTZ. *Handbuch der physiologischen Optik : mit 213 in den Text eingedruckten Holzschnitten und 11 Tafeln*. T. 9. Voss, 1866 (cf. p. [29](#)).
- [58] Jiri VORBA et J KŘIVÁNEK. “Bidirectional photon mapping”. In : *Proc. of the Central European Seminar on Computer Graphics (CESCG'11)*. 2011 (cf. p. [94](#)).
- [59] I. WALDYZ, J. GÜNTHERY et P. SLUSALLEKY. “Balancing Considered Harmful : Faster Photon Mapping using the Voxel Volume Heuristic”. In : *Computer Graphics Forum* 23.3 (2004), p. 595–603 (cf. p. [90](#)).
- [60] B. WALTER, S. ZHAO, N. HOLZSCHUCH, K. BALA et al. “Single scattering in refractive media with triangle mesh boundaries”. In : *ACM Trans. on Graphics* 28.3 (2009) (cf. p. [26](#), [32](#)).
- [61] Maayan WEISS et Thorsten GROSCH. “Stochastic Progressive Photon Mapping for Dynamic Scenes”. In : *Computer Graphics Forum*. T. 31. 2pt3. Wiley Online Library. 2012, p. 719–726 (cf. p. [105](#)).
- [62] Turner WHITTED. “An improved illumination model for shaded display”. In : *ACM SIGGRAPH 2005 Courses*. ACM. 2005, p. 4 (cf. p. [25](#)).

- [63] WIKIPEDIA. *Talk :Leonardo da Vinci*. [http://en.wikiquote.org/w/index.php?title=Talk:Leonardo\\_da\\_Vinci&oldid=1631681#Once\\_you\\_have\\_tasted\\_flight](http://en.wikiquote.org/w/index.php?title=Talk:Leonardo_da_Vinci&oldid=1631681#Once_you_have_tasted_flight) [En ligne. Accédée le 5 décembre 2013]. 2013 (cf. p. 35).
- [64] Y. YUAN, T.L. KUNII, N. INAMOTO et L. SUN. “GemstoneFire : adaptive dispersive ray tracing of polyhedrons”. In : *The Visual Computer* 4.5 (1988), p. 259–270 (cf. p. 33).

# Table des figures

1.1	<i>Différents types de rendus</i>	5
1.2	<i>Différents types de réalismes</i>	6
1.3	<i>Image réaliste</i>	7
1.4	<i>Prototype virtuel d'un produit Valeo</i>	8
1.5	<i>Exemple de caustiques de synthèse</i>	9
1.6	<i>Exemples de matériaux</i>	11
1.7	<i>Variation haute fréquence</i>	12
1.8	<i>Haute combinatoire</i>	12
2.1	<i>Représentation d'une BSDF</i>	18
2.2	<i>Nomenclature des matériaux</i>	19
2.3	<i>Exemples de matériaux</i>	20
3.1	<i>Influence du nombre d'échantillons <math>N</math></i>	27
3.2	<i>Échantillonnage d'un chemin</i>	28
3.3	<i>Méthodes d'échantillonnage</i>	30
3.4	<i>Metropolis Light Transport</i>	32
4.1	<i>Influence de la longueur des chemins</i>	37
4.2	<i>Efficacité des stratégies</i>	38
4.3	<i>Combinaisons des stratégies</i>	39
4.4	<i>Pondérations de Multiple Importance Sampling</i>	41
4.5	<i>Résultat de MIS - Scène complète</i>	42
5.1	<i>Influence des surfaces spéculaires sur les connexions</i>	47
5.2	<i>Mise en évidence du manque de phénomènes</i>	48
5.3	<i>Évolution de la réflectivité en fonction de la rugosité</i>	49
5.4	<i>Exemples de noyaux de régularisation</i>	53
5.5	<i>Photon Mapping</i>	53

5.6	<i>Régularisation directionnelle</i>	55
5.7	<i>Comparaison de deux stratégies impliquant une régularisation</i>	58
5.8	<i>Relation entre la régularisation spatiale et directionnelle</i>	61
6.1	<i>Échantillonnage d'une nouvelle classe de chemins</i>	65
6.2	<i>Comparaison entre la régularisation simple et multiple</i>	66
6.3	<i>Réduction de variance par régularisation directionnelle</i>	67
6.4	<i>Réduction de variance – Differences qualitative</i>	68
6.5	<i>Comparaison de l'évolution de l'erreur</i>	69
6.6	<i>Influence de MIS dans la pondération des contributions</i>	70
6.7	<i>Comparaison avec VCM</i>	71
6.8	<i>Évolution de la convergence pour cent millions échantillons aléatoires</i>	75
6.9	<i>Évolution de la convergence sur 8 millions échantillons</i>	76
6.10	<i>Évolution de la convergence sur 0.2 million échantillons</i>	77
6.11	<i>Implication du cache sur les effets de bandes</i>	79
7.1	<i>Présentation de LuxRender</i>	87
7.2	<i>Influence de l'utilisation de la BSDF des HitPoints ou des photons</i>	91
7.3	<i>Insertion dans une table de hachage atomique</i>	92
7.4	<i>Influence du rayon global sur les artefacts</i>	93
7.5	<i>Problématiques de parallélisme</i>	95
7.6	<i>Influence des comportements glossy sur SPPM</i>	97
7.7	<i>Artéfacts liés à l'utilisation de longueurs d'onde cohérentes.</i>	99
8.1	<i>Photon Mapping en espace écran</i>	103
8.2	<i>Visualisation interactive d'un guide de lumière</i>	106
8.3	<i>Visualisation interactive d'un phare à filament</i>	107
A.1	<i>Formulation récursive du rendu</i>	128
C.1	<i>Rappel des scènes</i>	135
C.2	<i>Stratégies non pondérées pour la scène directe</i>	136
C.3	<i>Stratégies pondérées pour la scène directe</i>	137
C.4	<i>Stratégies non pondérées pour la scène indirecte</i>	138
C.5	<i>Stratégies pondérées pour la scène indirecte</i>	139

# Liste des tableaux

5.1	<i>Mise en évidence de l'inefficacité de stratégies</i>	48
5.2	<i>Relation entre les types de surface et la PDF directionnelle</i>	50
5.3	<i>PDFs associées à différents événements d'échantillonnage</i>	59
6.1	<i>Répartitions des échantillons</i>	72
6.2	<i>Distribution des échantillons non biaisés</i>	73
6.3	<i>Distribution des échantillons biaisés</i>	74
6.4	<i>Évolution de la variance sur plusieurs séquences</i>	74
6.5	<i>Empreinte mémoire du cache d'échantillons en Photon mapping</i>	78
6.6	<i>Taille des domaines de régularisation</i>	81
8.1	<i>Comparaison des coûts de la projection GPU</i>	105
8.2	<i>Influence du Culling et du Splatting</i>	109
B.1	<i>Un processus de Monte-Carlo</i>	134