

# Reconstruction d'un nuage de points 3D étant donné un modèle CAO *a priori*

Aurélien BEY<sup>1,2,3</sup>

Raphaëlle CHAINE<sup>1,2</sup>

Raphaël MARC<sup>3</sup>

Guillaume THIBAUT<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>Université de Lyon, CNRS

<sup>2</sup>Université Lyon 1, LIRIS, UMR5205, F-69622, France

<sup>3</sup>Électricité De France Recherche & Développement, F-92140, France

<sup>4</sup>CNRS, Laboratoire de Physiologie de la Perception et de l'Action, UMR7152, F-75231, France

Bâtiment Nautibus, 23-25 Avenue Pierre de Coubertin, F-69622 Villeurbanne Cedex  
aurelien.bey@liris.cnrs.fr

## Résumé

Nous abordons dans cet article le problème de la reconstruction de modèles CAO à partir de nuages de points acquis en environnement industriel, en nous appuyant sur des modèles 3D préexistants ainsi que sur des connaissances métier quant à la composition des environnements traités. Ces diverses connaissances *a priori* peuvent être utilisées pour guider la reconstruction afin d'obtenir des modèles CAO fiables correspondant aux nuages de points. Nous concentrons plus particulièrement notre travail sur le traitement des parties cylindriques. Nous proposons de formuler le problème de la reconstruction comme la recherche de la configuration la plus probable vis-à-vis de multiples contraintes. Le problème d'optimisation ainsi défini est résolu à l'aide d'une méthode d'exploration stochastique de l'espace des solutions, basée sur l'ajout d'éléments dans la configuration en cours de construction et la gestion gloutonne des conflits pouvant survenir, de manière à améliorer efficacement la configuration à chaque étape. Nous montrons que la méthode proposée permet la reconstruction de modèles fiables en présentant quelques résultats obtenus sur une scène industrielle.

## Mots Clef

Nuage de points, modèle CAO, connaissance *a priori*

## Abstract

We address the reconstruction of 3D CAD models from point cloud data acquired in industrial environments, using a pre-existing 3D model as an initial estimate of the scene to be processed, as well as some expert knowledge about this scene. Indeed, this prior knowledge can be used to drive the reconstruction so as to generate a reliable 3D model matching the point cloud. We more particularly focus our work on the cylindrical parts of the 3D models. We state the problem in a probabilistic framework : we have to search for the 3D model which maximizes some probability taking several constraints into account. The resulting optimization problem can then be handled using a stochastic

exploration of the solution space, based on the random insertion of elements in the configuration under construction, coupled with a greedy management of the conflicts which efficiently improves the configuration at each step. We show that this approach provides reliable reconstructed 3D models by presenting some results on industrial data sets.

## Keywords

Point cloud, CAD model, prior knowledge

## 1 Introduction

### 1.1 Contexte

Les modèles 3D d'installations industrielles telles que les centrales électriques, raffineries ou usines pharmaceutiques servent à différentes fins : la simulation d'opérations de maintenance, la formation, la radioprotection etc. Certaines de ces applications nécessitent de disposer de modèles 3D décrivant précisément l'état réel des scènes qu'ils représentent (précision de l'ordre du centimètre). De tels modèles sont nommés modèles "Tel Que Construit" (TQC), et sont habituellement produits à partir de nuages de points issus de relevés laser sur site.

Nous nous intéressons dans nos travaux aux modèles CAO décrits comme des assemblages de primitives géométriques simples telles que les plans, cônes, cylindres et tores. Chacune de ces primitives est un objet géométrique entièrement caractérisé par une position et une orientation, ainsi qu'un certain nombre de paramètres géométriques inhérents au type de la primitive.

En plus du nuage de points  $\mathcal{P}$ , nous considérons que nous disposons d'un modèle CAO *a priori*  $\mathcal{M}_0$ . Alors que le nuage de points définit les observations, et donc l'état réel de la scène à traiter, le modèle *a priori* représente l'état théorique de l'installation : il s'agit d'une estimation grossière de la solution que l'on cherche à reconstruire (cf. Figure 1a). Il peut exister des différences significatives entre  $\mathcal{M}_0$  et l'état réel de la scène représentée par  $\mathcal{P}$  :

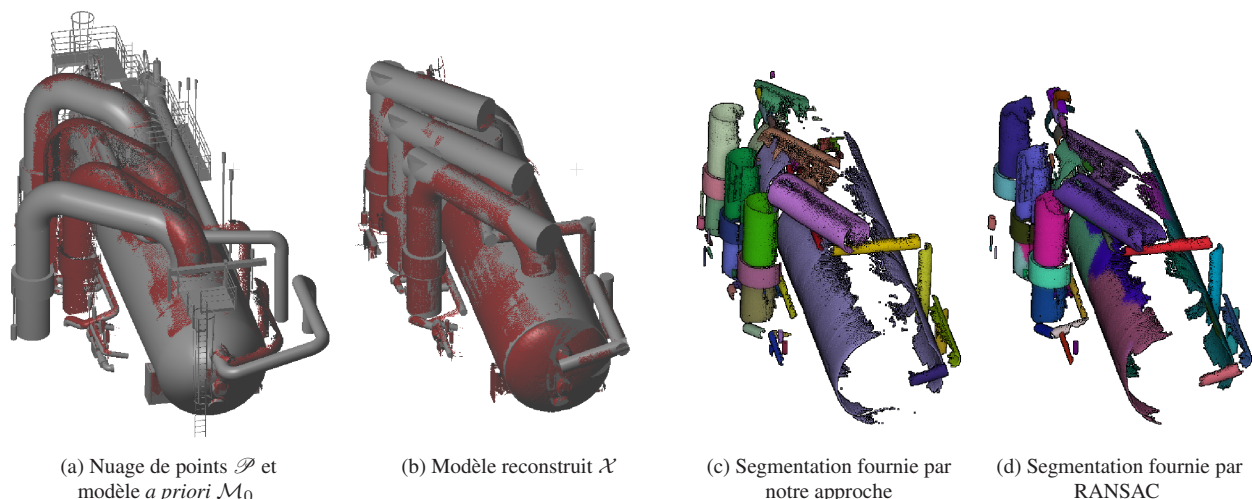


FIGURE 1 – Résultats de la reconstruction sur un jeu de données industriel. Le modèle *a priori* (en gris dans la Figure (a)) contient 626 primitives, dont 391 cylindres, et présente quelques différences évidentes avec le nuage de points (en rouge : 990323 points). La plupart des cylindres de l'*a priori* n'ont aucune correspondance dans le nuage de points. La configuration calculée (en gris dans la Figure (b)) contient 68 cylindres, et la segmentation associée et présentée en Figure (c) : chaque segment  $y$  est coloré aléatoirement. Ces résultats peuvent être comparés à ceux de l'algorithme de [13] présenté en Figure (d).

certaines éléments peuvent être déplacés, réorientés, voire même déformés. De plus, certains composants peuvent être absents ou dupliqués d'une scène à l'autre.

Concernant la provenance du modèle *a priori*, il peut par exemple s'agir d'une représentation générique du site à traiter (modèle 3D décrivant une centrale électrique type), ou de la reconstruction TQC d'un autre site semblable.

Dans cet article, nous nous intéressons plus particulièrement au traitement des cylindres, puisqu'ils représentent une part importante des composants industriels. C'est par exemple le cas des lignes de tuyauterie, des cuves, de certaines machineries, etc. De plus, les cylindres correctement détectés pourront par la suite être utilisés comme contraintes pour permettre la reconstruction fiable des tores et cônes, qui quant à eux servent essentiellement à décrire les composants de transitions (coudes et réducteurs) dans les tuyauteries.

Ainsi, étant donné  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{M}_0$ , nous cherchons à construire un modèle CAO  $\mathcal{X}$  à base de cylindres, tel que :

- $\mathcal{X}$  s'ajuste bien sur le nuage de points
- chaque cylindre de  $\mathcal{X}$  correspond bien à un cylindre de  $\mathcal{M}_0$ . Nous considérons en effet que, pour fournir des résultats fiables, les cylindres détectés doivent être validés par mise en correspondance avec les éléments de  $\mathcal{M}_0$
- $\mathcal{X}$  est consistant : les connexions entre éléments doivent être pertinentes vis-à-vis des règles métier d'assemblage des composants. Ces contraintes d'assemblage font donc partie des connaissances *a priori* dont on dispose au sujet de la scène traitée, au même titre que le modèle  $\mathcal{M}_0$ .

Nos principales contributions sont la formulation proba-

biliste du problème de reconstruction étant données des connaissances *a priori*, ainsi que la mise en place d'une nouvelle méthode permettant de résoudre le problème d'optimisation ainsi posé. Notre démarche repose sur l'utilisation du modèle disponible pour guider la reconstruction, et permet d'assurer la consistance du modèle CAO reconstruit. Non seulement le résultat s'ajuste bien sur le nuage de points, mais il est aussi pertinent vis-à-vis des contraintes d'assemblage que l'on se donne et sa ressemblance au modèle *a priori* peut en outre être assurée.

## 1.2 État de l'art

À notre connaissance, les travaux de [2] sont les seuls proposant d'utiliser un modèle CAO *a priori* en tant qu'estimation initiale du nuage de points que l'on souhaite reconstruire. L'auteur propose de recalibrer individuellement les éléments du modèle en utilisant l'algorithme ICP. Toutefois, cet algorithme est connu pour ne fournir de résultats satisfaisants que lorsque les données à recalibrer sont initialement très proches l'une de l'autre. Cette approche ne peut donc pas traiter de changements significatifs.

Les auteurs de [12] utilisent aussi des informations *a priori*, telles que les tailles de fenêtres, pour segmenter les façades de bâtiments, mais ces travaux sont très spécifiques au problème du traitement de façades, bien que certaines idées intéressantes puissent être utilisées dans un contexte différent. D'autre part, il existe de nombreux travaux traitant de la reconstruction de nuages de points à partir d'*a priori* [10, 7, 6], mais ceux-ci abordent la reconstruction de maillages surfaciques alors que nous nous intéressons à la reconstruction de modèles par assem-

blage de primitives géométriques, permettant d'obtenir une représentation de la scène plus adaptée à nos besoins.

En matière de reconnaissance de formes, deux approches sont très utilisées : les Transformées de Hough Généralisées (THG) et l'algorithme RANdom SAMple Consensus (RANSAC).

Les THG sont des méthodes à base de vote : chaque point du nuage s'exprime en faveur d'un ensemble de formes dans un espace paramétrique discrétisé. Les formes dont la description paramétrique correspond à un pic de votes sont alors validées et considérées comme reconnues dans le nuage de points. Le principal inconvénient de cette méthode, lorsqu'elle est appliquée telle quelle, est sa complexité prohibitive, puisqu'elle requiert le parcours de l'espace paramétrique (5 dimensions pour le cylindre, par exemple) pour chaque vote. Cette complexité peut être significativement amoindrie dans le cas du cylindre, en considérant successivement différents paramètres, permettant ainsi de séparer le problème en THG de dimensions inférieures [11]. Cette méthode semble fournir des résultats intéressants, mais la détection de cylindres de tailles variées dans de grandes scènes reste problématique.

L'algorithme RANSAC [5] quant à lui propose une méthode stochastique, dans laquelle des ensembles minimaux de points sont tirés aléatoirement, et des formes candidates sont générées à partir de ces ensembles minimaux. Si le tirage des points au sein du nuage est effectué de manière purement uniforme, la grande majorité des formes candidates construites ne sera pas pertinente, et le nombre de tentatives nécessaires à la reconnaissance d'une forme peut être énorme. Dans [13], les auteurs proposent une méthode astucieuse permettant de diminuer significativement le nombre de tentatives permettant d'assurer le succès de la reconnaissance. De plus, les auteurs proposent aussi une méthode efficace d'évaluation des formes candidates. Cet algorithme permet d'obtenir des résultats corrects sur les jeux de données que nous avons testés, bien qu'il reste quelques problèmes conduisant à l'apparition de formes non pertinentes dans les résultats.

### 1.3 Vue d'ensemble de la démarche

La disponibilité d'un *a priori* nous conduit naturellement à formuler le problème sous forme Bayésienne [4], où la reconstruction s'exprime comme la recherche du modèle CAO le plus probable (cf. Section 2.2). Pour ce faire, nous définissons la probabilité en question de manière à ce qu'elle concentre nos attentes en matière de qualité de la reconstruction. La probabilité que nous proposons embarque donc les différentes contraintes (cf. Section 2.3) que sont la qualité d'ajustement sur le nuage, la ressemblance au modèle *a priori* et la cohérence des connexions entre éléments composant le modèle reconstruit. Une fois la probabilité définie, nous devons adopter une méthode permettant de trouver efficacement la configuration optimale parmi l'ensemble immense des solutions possibles. Nous propo-

sons pour cela un nouvel algorithme d'optimisation itératif basé sur l'exploration stochastique de l'espace des solutions (cf. Section 3.1). À chaque étape, un cylindre candidat est généré aléatoirement puis on tente de l'insérer dans la configuration en cours de construction. Comme cette insertion est susceptible de diminuer la probabilité de la configuration courante, nous proposons un algorithme de gestion de conflits avec les cylindres déjà détectés : le cylindre candidat n'est accepté que s'il est en mesure d'augmenter la probabilité de la configuration après qu'il y ait été inséré et que les conflits aient été supprimés. Nous présentons de plus un algorithme de génération de cylindres favorisant l'apparition de formes pertinentes au regard du nuage de points et du modèle *a priori* (cf. Section 3.2).

## 2 Une approche probabiliste

### 2.1 Introduction aux données et notations

On se donne  $\mathcal{P} = \{(\mathbf{p}_0, \mathbf{n}_0), \dots, (\mathbf{p}_{n-1}, \mathbf{n}_{n-1})\}$  un nuage de points représentant l'état réel de l'installation à traiter. Chaque paire  $(\mathbf{p}_j, \mathbf{n}_j) \in \mathcal{P}$  contient un point  $\mathbf{p}_j$  ainsi que le vecteur normal  $\mathbf{n}_j$  qui lui est associé, pouvant être fourni avec les données d'acquisition ou calculé à l'aide d'ajustement de plans locaux [9]. Le modèle CAO *a priori*  $\mathcal{M}_0 = \{\mathcal{C}^0, \dots, \mathcal{C}^{m-1}\}$  est un ensemble de primitives parmi lesquelles nous ne considérons que les cylindres droits. Nous considérons que chaque  $\mathcal{C}$  évoqué dans cet article est tronqué et défini par son centre de masse  $\mathbf{c}_\mathcal{C}$ , la direction de son axe  $\mathbf{a}_\mathcal{C}$ , son rayon  $r_\mathcal{C}$  et sa longueur  $l_\mathcal{C}$ . Nous cherchons à trouver la configuration  $\mathcal{X} = \{\mathcal{C}_0, \dots, \mathcal{C}_{x-1}\}$  la plus probable, composée uniquement de cylindres  $\mathcal{C}_j$ .

### 2.2 La reconstruction vue comme problème d'optimisation

Si nous considérons la reconstruction d'un point de vue probabiliste, nous cherchons la configuration maximisant une probabilité *a posteriori*  $\pi(\cdot)$  qui, selon la règle de Bayes, est proportionnelle (à une constante de normalisation près) au produit d'un terme d'attache aux données  $P_D$  et d'un terme *a priori*  $P_P$  :

$$\pi(\mathcal{X}|\mathcal{P}, \mathcal{M}_0) \propto P_D(\mathcal{P}|\mathcal{X}, \mathcal{M}_0) \times P_P(\mathcal{X}|\mathcal{M}_0) \quad (1)$$

" $\propto$ " représente la relation de proportionnalité : la constante de normalisation peut être ignorée car elle n'intervient pas dans le processus d'optimisation.

$P_D(\mathcal{P}|\mathcal{X}, \mathcal{M}_0)$  est en fait indépendant de  $\mathcal{M}_0$  dans la mesure où  $\mathcal{P}$  est lui-même indépendant de  $\mathcal{M}_0$ . Cette mesure quantifie la qualité de l'ajustement de  $\mathcal{P}$  sur  $\mathcal{X}$ .  $P_P$  quant à elle définit une densité *a priori* sur l'ensemble de toutes les configurations possibles. Nous devons donc faire en sorte que  $P_P$  favorise les configurations consistantes, et tienne aussi compte de la ressemblance à  $\mathcal{M}_0$ .

Si nous utilisons des densités de la forme :

$$P_D(\mathcal{P}|\mathcal{X}) = e^{-\lambda_D \cdot E_D(\mathcal{X}, \mathcal{P})} \quad (2)$$

$$P_P(\mathcal{X}|\mathcal{M}_0) = e^{-E_P(\mathcal{X}, \mathcal{M}_0)} \quad (3)$$

nous devons donc trouver la configuration  $\mathcal{X}$  minimisant :

$$\begin{aligned} E(\mathcal{X}, \mathcal{P}, \mathcal{M}_0) &= -\log(\pi(\mathcal{X}|\mathcal{P}, \mathcal{M}_0)) \\ &= \lambda_D \cdot E_D(\mathcal{X}, \mathcal{P}) + E_P(\mathcal{X}, \mathcal{M}_0) \end{aligned} \quad (4)$$

où  $\lambda_D$  spécifie l'importance relative du terme d'attache aux données  $E_D$  par rapport au terme *a priori*  $E_P$ .

D'après les explications précédentes et les équations 2 et 3, il apparait que l'énergie d'attache aux données  $E_D$  mesure la qualité d'ajustement de  $\mathcal{P}$  sur  $\mathcal{X}$ , alors que l'énergie *a priori*  $E_P$  mesure la conformité de  $\mathcal{X}$  vis-à-vis des attentes *a priori*.

### 2.3 Formulation des énergies

**Terme d'attache aux données .** Étant donné un seuil  $\epsilon$  correspondant à une estimation du bruit dans  $\mathcal{P}$ , nous définissons l'énergie d'attache aux données  $E_D$  comme une contribution de chaque point du nuage :

$$E_D(\mathcal{X}, \mathcal{P}) = \frac{1}{n} \sum_{\mathcal{C}_i \in \mathcal{X}} \sum_{\mathbf{p} \in \mathcal{P}} e_D(\mathcal{C}_i, \mathbf{p}) \quad (5)$$

rappelons que  $n$  est le nombre de points dans  $\mathcal{P}$ .

Soit  $d(\mathcal{C}_i, \mathbf{p})$  (noté  $d_{\mathbf{p}}^i$ ) la distance séparant  $\mathbf{p}$  de  $\mathcal{C}_i$ . Nous définissons  $e_D$  comme suit :

$$e_D(\mathcal{C}_i, \mathbf{p}) = \begin{cases} \left(\frac{d_{\mathbf{p}}^i}{\epsilon}\right)^2 - 1 & \text{if } d_{\mathbf{p}}^i < \epsilon \text{ and } d_{\mathbf{p}}^i = \min_{\mathcal{C}_k \in \mathcal{X}} d_{\mathbf{p}}^k \\ \omega_D & \text{if } \epsilon \leq d_{\mathbf{p}}^i \leq 3\epsilon \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (6)$$

Tout point se situant dans le voisinage immédiat d'un cylindre de  $\mathcal{X}$  apporte une énergie négative si le cylindre en question est le plus proche du point étudié. Cette énergie tend vers son minimum (-1) lorsque le point se rapproche du cylindre. Toutefois, les points se situant dans le voisinage moyen  $[\epsilon, 3\epsilon]$  d'un cylindre apportent une pénalité positive constante  $\omega_D$ . Les points étant trop éloignés des cylindres de  $\mathcal{X}$  ne contribuent pas à l'énergie.

De manière générale, cette mesure tend donc à encourager les cylindres s'ajustant bien sur le nuage (ayant beaucoup de points proches), mais elle pénalise aussi ceux ne vérifiant pas une contrainte de vide dans leur voisinage moyen, de manière à empêcher les erreurs d'ajustement.

**Terme *a priori*.** La densité *a priori* quantifie la pertinence de  $\mathcal{X}$  indépendamment de  $\mathcal{P}$ . Elle définit la pertinence de toute configuration uniquement sur la base de critères *a priori*. Les deux critères que nous proposons dans le processus de reconstruction sont la qualité de la connectivité entre éléments et la ressemblance au modèle CAO *a priori* étant données des tolérances  $\sigma_A$ ,  $\sigma_R$  et  $\sigma_C$  vis à vis (respectivement) des changements de position, d'orientation et de rayon des cylindres.

Il semble donc tout à fait naturel de séparer l'énergie  $E_P$  en deux termes distincts : une énergie topologique  $E_T$  basée

sur la connectivité des éléments de  $\mathcal{X}$ , une énergie géométrique  $E_G$  basée sur la ressemblance entre  $\mathcal{X}$  et  $\mathcal{M}_0$  :

$$E_P(\mathcal{X}, \mathcal{M}_0) = \lambda_T \cdot E_T(\mathcal{X}) + \lambda_G \cdot E_G(\mathcal{X}, \mathcal{M}_0) \quad (7)$$

où les coefficients  $\lambda_T$  et  $\lambda_G$  modulent l'importance relative de chacun des termes.

Nous définissons  $E_G$  comme la somme des contributions de chaque cylindre de  $\mathcal{X}$  : chacun est comparé avec le cylindre de  $\mathcal{M}_0$  qui semble lui être le plus similaire, et apporte l'énergie correspondante :

$$E_G(\mathcal{X}, \mathcal{M}_0) = \sum_{\mathcal{C}_i \in \mathcal{X}} \min_{\mathcal{C}^j \in \mathcal{M}_0} e_G(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}^j) \quad (8)$$

où  $e_G$  est séparé en trois termes (un pour chaque paramètre principal définissant les cylindres) :

$$e_G(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}^j) = e_G^A(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}^j) + e_G^R(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}^j) + e_G^C(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}^j) \quad (9)$$

Le terme angulaire  $e_G^A$  diminue lorsque les axes des cylindres s'alignent :

$$e_G^A(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}^j) = \left( \frac{\arccos(|\mathbf{a}_{\mathcal{C}_i} \cdot \mathbf{a}_{\mathcal{C}^j}|)}{\sigma_A} \right)^2 \quad (10)$$

Le terme radial  $e_G^R$  diminue lorsque les valeurs des rayons se rapprochent :

$$e_G^R(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}^j) = \left( \frac{r_{\mathcal{C}_i} - r_{\mathcal{C}^j}}{\sigma_R \cdot r_{\mathcal{C}^j}} \right)^2 \quad (11)$$

Le terme d'éloignement  $e_G^C$  diminue lorsque la position de  $\mathcal{C}_i$  s'approche de l'axe de  $\mathcal{C}^j$  :

$$e_G^C(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}^j) = \left( \frac{\|(\mathbf{c}_{\mathcal{C}_i} - \mathbf{c}_{\mathcal{C}^j}) \times \mathbf{a}_{\mathcal{C}^j}\|}{\sigma_C} \right)^2 \quad (12)$$

(".", "×" et "||" correspondent respectivement au produit scalaire usuel, au produit vectoriel et à la norme euclidienne dans  $\mathbb{R}^3$ .

Concernant la définition de l'énergie topologique  $E_T$ , nous nous basons sur les hypothèses suivantes inspirées des connaissances métier d'assemblage des composants :

- les axes des cylindres connectés doivent "s'intersecter"
- les cylindres ne doivent pas se chevaucher : le volume d'intersection de deux cylindres doit être négligeable par rapport au volume des cylindres eux-mêmes
- l'angle entre deux cylindres connectés doit être droit ( $90^\circ$ ) ou plat ( $0^\circ$ ),
- les connexions impliquant deux cylindres de même rayon sont pertinentes, bien qu'il ne soit pas impossible de rencontrer des connexions entre cylindres ayant des rayons très différents (e.g. piquages).

Ainsi l'énergie  $E_T$  ne dépend-elle pas de  $\mathcal{M}_0$  et se définit comme la somme des énergies à chaque connexion :

$$E_T(\mathcal{X}) = \sum_{(\mathcal{C}_i \in \mathcal{X}, \mathcal{C}_j \in \mathcal{X}), i \neq j} e_T(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}_j) \quad (13)$$

avec :

$$e_T(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}_j) = \begin{cases} 0 & \text{si } \mathcal{C}_i \cap \mathcal{C}_j = \emptyset \\ g_\tau(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}_j) & \text{si } 0 < \mathcal{V}(\mathcal{C}_i \cap \mathcal{C}_j) < \frac{1}{2} \\ \omega_T & \text{si } \frac{1}{2} \leq \mathcal{V}(\mathcal{C}_i \cap \mathcal{C}_j) \end{cases} \quad (14)$$

$\mathcal{V}(\mathcal{C}_i \cap \mathcal{C}_j)$  est le maximum entre la proportion du volume de  $\mathcal{C}_i$  intersectant  $\mathcal{C}_j$  et la proportion du volume de  $\mathcal{C}_j$  intersectant  $\mathcal{C}_i$ . Cette quantité peut être grossièrement approximée en utilisant une méthode de type Monte Carlo : quelques centaines de points sont tirés aléatoirement dans chaque cylindre, et il suffit ensuite de compter la proportion de ces points se trouvant simultanément dans les deux cylindres (nous ne conservons que le maximum des deux proportions). De cette manière, les cylindres se chevauchant peuvent être fortement pénalisés à l'aide de la constante positive  $\omega_T$ . Les cylindres qui ne sont en contact avec aucun autre cylindre n'interviennent pas dans le calcul de l'énergie topologique. Dans le cas général, nous définissons une énergie favorisant les connexions satisfaisants les attentes mentionnées ci-avant (intersection des axes, angles droits ou plats, rayons identiques) :

$$g_\tau(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}_j) = g_\tau^L(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}_j) + g_\tau^R(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}_j) + g_\tau^A(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}_j) \quad (15)$$

Cette fois encore, nous proposons trois termes distincts, représentant chacun une contrainte. Puisque le centre  $\mathbf{c}_{\mathcal{C}_i}$  du cylindre  $\mathcal{C}_i$  (resp.  $\mathbf{c}_{\mathcal{C}_j}$  le centre de  $\mathcal{C}_j$ ) et la direction de son axe  $\mathbf{a}_{\mathcal{C}_i}$  (resp.  $\mathbf{a}_{\mathcal{C}_j}$ ) définissent une droite dans  $\mathbb{R}^3$ , et étant donnée une fonction  $d((\mathbf{c}_{\mathcal{C}_i}, \mathbf{a}_{\mathcal{C}_i}), (\mathbf{c}_{\mathcal{C}_j}, \mathbf{a}_{\mathcal{C}_j}))$  de distance entre deux droites, la contrainte d'intersection des axes est quantifiée par l'énergie :

$$g_\tau^L(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}_j) = 3 - 4 \left( \frac{3}{4} \right) \left( \frac{d((\mathbf{c}_{\mathcal{C}_i}, \mathbf{a}_{\mathcal{C}_i}), (\mathbf{c}_{\mathcal{C}_j}, \mathbf{a}_{\mathcal{C}_j}))}{\tau \times \min(r_{\mathcal{C}_i}, r_{\mathcal{C}_j})} \right)^2 \quad (16)$$

où  $\tau$  est une tolérance spécifiée par l'utilisateur.

Le terme angulaire  $g_\tau^A$  favorise les connexions à angle droit ou plat (énergie négative), tout en pénalisant les autres angles (énergie positive) :

$$g_\tau^A(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}_j) = 3 - 4 \left( \frac{3}{4} \right) \left( \frac{\arccos(|\mathbf{a}_{\mathcal{C}_i} \cdot \mathbf{a}_{\mathcal{C}_j}|)}{a} \right)^2 - 4 \left( \frac{3}{4} \right) \left( \frac{\arccos(|\mathbf{a}_{\mathcal{C}_i} \cdot \mathbf{a}_{\mathcal{C}_j}|) - \frac{\pi}{2}}{a} \right)^2 \quad (17)$$

$a$  étant une tolérance spécifiée par l'utilisateur.

Pour finir, le terme radial  $g_\tau^R$  favorise les connexions impliquant des cylindres de même rayon. Toutefois, cette énergie est tout à fait neutre vis-à-vis des situations où cette attente n'est pas satisfaite. Pour être considérés comme

égaux, la différence des rayons ne doit pas être significativement plus grande que le paramètre de bruit  $\epsilon$  (cf. Section 2.3) :

$$g_\tau^R(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}_j) = -e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{r_{\mathcal{C}_i} - r_{\mathcal{C}_j}}{\epsilon} \right)^2} \quad (18)$$

Les termes  $g_\tau^L$  et  $g_\tau^A$  définissent des contraintes dures : lorsque l'une d'entre elles n'est pas satisfaite, l'énergie correspondante tend vers son maximum (en l'occurrence 3), et la somme  $g_\tau$  devient automatiquement une pénalité positive puisque chacun des deux autres termes est supérieur à  $-1$ . Ceci justifie le recours aux valeurs 3 et 4 dans les Équations 16 et 17, bien que l'on puisse toutefois leur substituer toute autre paire  $(\gamma, \gamma + 1)$ , tant que  $\gamma > 2$ .

## 3 Résolution

### 3.1 Optimisation gloutonne

Nous cherchons à générer une configuration  $\mathcal{X}$  minimisant l'énergie  $E$  (cf. Section 2.2), mais nous ne savons pas à l'avance combien de cylindres exactement composent  $\mathcal{X}$ . Les outils habituels d'optimisation numérique ne permettent donc pas vraiment de traiter ce problème.

Dans [3, 8], les auteurs résolvent un problème similaire à l'aide d'approches basées sur les chaînes de Markov réversibles couplées à un recuit simulé. En effet, l'espace des configurations peut être exploré en "sautant" aléatoirement d'une configuration à une autre, chaque saut étant une opération d'ajout ou de retrait d'un élément (méthode "birth and death"). Ces transitions sont ensuite acceptées aléatoirement, selon l'évolution de l'énergie. Ce processus décrit une chaîne de Markov réversible dont la distribution stationnaire correspond à l'énergie que l'on souhaite minimiser, assurant ainsi la convergence théorique de la résolution vers le minimum global.

Pour notre part, nous pensons que la génération d'un élément (ici un cylindre) devrait plutôt être guidée à l'aide de l'ensemble des données disponibles, à savoir  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{M}_0$  (cf. Section 3.2). En effet, la génération aléatoire naïve d'éléments, en proposant les paramètres selon des lois uniformes, conduirait à un temps de résolution prohibitif puisqu'il est très peu probable qu'un tel cylindre améliore la configuration courante au sens de l'énergie  $E$ . En introduisant un biais dans le noyau de naissance (génération de nouveaux cylindres), nous pouvons favoriser l'apparition d'éléments pertinents mais ne pouvons plus garantir la réversibilité du processus de Markov. De sorte qu'on ne peut plus assurer la convergence théorique du processus. De plus, le schéma de refroidissement du recuit simulé adopté joue un rôle crucial dans la convergence du processus, et requiert de la part de l'utilisateur de spécifier certains nouveaux paramètres très difficiles à appréhender.

C'est pourquoi, au lieu d'utiliser un algorithme probabiliste, nous proposons d'utiliser une méthode gloutonne (Algorithme 1) reposant sur des mécanismes similaires d'ex-

---

**Algorithme 1** : Algorithme d'optimisation glouton

---

**Données** :  $\mathcal{P}$  : nuage de points à reconstruire $\mathcal{M}_0$  : modèle CAO approximant grossièrement  $\mathcal{P}$ **Résultat** :  $\mathcal{X}$  s'ajuste sur  $\mathcal{P}$ , "ressemble" à  $\mathcal{M}_0$  et est consistante

```
1  $\mathcal{X} \leftarrow \emptyset$ ;  
2 Répéter  
3   Pour tout  $\mathcal{C}^i \in \mathcal{M}_0$  faire  
4     Générer "aléatoirement" un cylindre  $\mathcal{C}$  à partir de  
        $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{C}^i$ ;  
5      $\mathcal{X}^* \leftarrow \mathcal{X} \cup \{\mathcal{C}\}$ ,  $E^0 \leftarrow E(\mathcal{X}^*, \mathcal{P}, \mathcal{M}_0)$ ;  
6     Calculer l'ensemble  $\mathcal{K}$  des cylindres de  $\mathcal{X}$  en  
       contact avec  $\mathcal{C}$ ;  
7     Trier  $\mathcal{K}$  par ordre décroissant de  $e_T(\mathcal{C}, \mathcal{C}_j \in \mathcal{K})$ ;  
8      $\mathcal{K}^* \leftarrow \emptyset$ ,  $\mathcal{Q} \leftarrow \emptyset$ ;  
9     Pour tout  $\mathcal{C}_j \in \mathcal{K}$  faire  
10       $\mathcal{Q} \leftarrow \mathcal{Q} \cup \{\mathcal{C}_j\}$ ,  $E^j \leftarrow E(\mathcal{X}^* - \mathcal{Q}, \mathcal{P}, \mathcal{M}_0)$ ;  
11      Si  $E^j < E^0$  alors  
12         $E^0 \leftarrow E^j$ ,  $\mathcal{K}^* \leftarrow \mathcal{Q}$ ;  
13      Si  $E^0 < E(\mathcal{X}, \mathcal{P}, \mathcal{M}_0)$  alors  
14         $\mathcal{X} \leftarrow \mathcal{X}^* - \mathcal{K}^*$ ;  
15 jusqu'à  $\mathcal{X}$  n'a pas été modifié ;  
16 Retourner  $\mathcal{X}$ 
```

---

ploration stochastique de l'espace des solutions. La décision portant sur l'acceptation ou non d'une transition est prise de manière déterministe en vue de minimiser systématiquement  $E$  à chaque pas. Lorsqu'un nouveau cylindre  $\mathcal{C}$  est généré (cf. Section 3.2), nous tentons de l'insérer dans la configuration  $\mathcal{X}$ . Il se peut que cette insertion augmente l'énergie bien que  $\mathcal{C}$  soit un candidat pertinent, à cause de conflits avec d'autres cylindres de  $\mathcal{X}$ . Avant toute prise de décision, nous devons donc résoudre ces conflits. Soit  $\mathcal{K} \subset \mathcal{X}$  l'ensemble des cylindres de  $\mathcal{X}$  en contact avec  $\mathcal{C}$ . Il nous faut trouver le sous-ensemble  $\mathcal{K}^* \subset \mathcal{K}$  qui minimise  $E(\mathcal{X} - \mathcal{K}^* \cup \{\mathcal{C}\}, \mathcal{P}, \mathcal{M}_0)$ , i.e. la suppression optimale de conflits. En théorie, nous devrions tester toute les parties de l'ensemble  $\mathcal{K}$  pour trouver  $\mathcal{K}^*$ . Mais pour éviter une explosion combinatoire, nous proposons d'utiliser une heuristique gloutonne : les cylindres de  $\mathcal{K}$  dont l'énergie topologique  $e_T$  vis-à-vis de  $\mathcal{C}$  est élevée sont supprimés en premier. En supprimant les éléments conflictuels dans cet ordre, nous pouvons garder une trace du sous-ensemble atteignant l'énergie minimale en un temps proportionnel à  $|\mathcal{K}^*|$  au lieu de  $2^{|\mathcal{K}^*|}$ . Finalement, une fois les conflits résolus, le cylindre  $\mathcal{C}$  est accepté et la suppression des conflits validée si et seulement si l'énergie atteinte est moins élevée.

### 3.2 Génération de cylindres

Dans notre cas, nous disposons d'une estimation de la solution que nous recherchons et cette connaissance *a priori*  $\mathcal{M}_0$  peut être utilisée pour générer des cylindres pertinents

dans le nuage de points, et ainsi améliorer la convergence du processus d'optimisation. Étant donné un cylindre  $\mathcal{C}^i \in \mathcal{M}_0$ , nous proposons de construire un cylindre candidat en utilisant une approche similaire à l'algorithme RANSAC : dans un premier temps, nous localisons la zone dans le nuage de points où le candidat va être créé. Pour ce faire, nous sélectionnons à l'aide d'une méthode d'acceptation/rejet un premier point qui semble pertinent de part sa distance à  $\mathcal{C}^i$  et la normale qui lui est associée. Nous choisissons ensuite un voisinage sphérique de taille appropriée, en nous basant sur le rayon de  $\mathcal{C}^i$ . Dans ce voisinage, nous ne retenons que  $\kappa$  points susceptibles de ce trouver sur la même surface que le premier point sélectionné, en nous basant sur un ajustement grossier de cylindre sur les points du voisinage. Pour finir, le cylindre candidat est calculé comme étant la forme s'ajustant au mieux sur les  $\kappa$  points retenus, par minimisation au sens des moindres carrés (initialisée à l'aide de l'estimation locale grossière mentionnée ci-avant).

Cet algorithme génère aléatoirement des cylindres pertinents tendant à ressembler au cylindre *a priori*  $\mathcal{C}^i$ , et s'ajustent bien dans le nuage de points  $\mathcal{P}$ . En effet, nous utilisons les paramètres de  $\mathcal{C}^i$  pour guider la sélection des points. Et puisque cette sélection s'effectue selon un processus fiable, nous pouvons générer le cylindre candidat à partir d'une grande quantité de points (nous utilisons  $\kappa = 20$  à  $50$ ), alors que les méthodes RANSAC habituelles ne peuvent fonctionner qu'avec des ensembles minimaux de points (2 à 7). Cette méthode rend l'étape de génération plus précise et robuste envers le bruit et les incertitudes sur les normales. La probabilité pour un cylindre d'être généré augmente donc lorsque les énergies  $E_D$  et  $E_G$  correspondantes diminuent.

De plus, l'ensemble des cylindres pouvant être construits par cette méthode est fini et dénombrable, et le cardinal de cet ensemble est inférieur ou égal au nombre de parties de  $\mathcal{P}$  possédant  $\kappa$  points. En particulier, les cylindres n'étant pas supportés par un nombre suffisant de points ont une probabilité nulle d'apparaître. La méthode que nous proposons définit donc un espace probabilisé sur l'espace des cylindres, ayant un ensemble fini dénombrable d'événements de probabilité non nulle, et cette méthode peut donc être utilisée pour l'exploration efficace de l'espace des solutions en vue de résoudre le problème Bayésien formulé dans cet article.

## 4 Résultats

### 4.1 Quelques mots au sujet des paramètres

Nous avons présenté plusieurs paramètres tout au long de cet article. Certains d'entre eux doivent être spécifiés par l'utilisateur, puisqu'ils apportent une connaissance au sujet du problème. Ainsi,  $\epsilon$  spécifiant le bruit dans le nuage de points  $\mathcal{P}$ , ou  $\sigma_A$ ,  $\sigma_R$  et  $\sigma_C$  spécifiant l'incertitude au sujet de l'approximation initiale  $\mathcal{M}_0$ , ou encore les coefficients de pondération  $\lambda_D$ ,  $\lambda_G$  et  $\lambda_T$ , doivent-ils être four-

nis par l'utilisateur en entrée de la méthode. Cependant, il n'est pas simple d'appréhender les paramètres  $\lambda_D$ ,  $\lambda_G$  et  $\lambda_T$ , et une approche estimant automatiquement ces valeurs pourrait être très utile. Pour simplifier légèrement ce paramétrage, nous imposons  $\lambda_D + \lambda_G + \lambda_T = 1$ .

D'autres paramètres peuvent être estimés indépendamment des données en entrée. C'est par exemple le cas de la tolérance topologique  $\tau$ , pour laquelle nous préconisons une valeur de 0.1 : la distance entre les axes de deux cylindres connectés ne devrait en aucun cas excéder un dixième du rayon du plus petit cylindre (cf. Équation 16). De même, nous fixons ici  $a = 5^\circ$  (cf. Équation 17). En supposant que plus de 90% des points voisins de cylindres se situent dans leur voisinage immédiat, nous proposons de fixer  $\omega_D = 12$ . Pour finir, le fait de poser  $\omega_T = 4$  permet la suppression des cylindres se chevauchant malgré la présence de 4 connexions parfaites (au plus) avec d'autres cylindres.

## 4.2 Résultats sur une scène industrielle

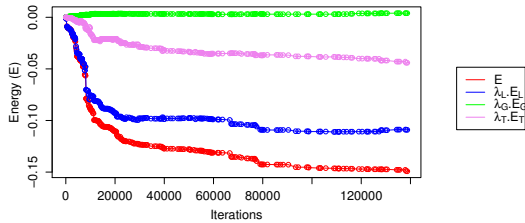


FIGURE 2 – Évolution des énergies durant le processus de reconstruction sur le jeu de données présenté en Figure 1. Nous utilisons ici la pondération  $\lambda_D = 0.1$ ,  $\lambda_T = 0.7$  et  $\lambda_G = 0.2$ .

Nous présentons ici quelques uns des résultats que nous avons obtenus sur le jeu de données présenté en Figure 1, afin de montrer la capacité de notre méthode à créer des modèles CAO consistant à partir de données laser. Nous utilisons dans cet exemple un modèle CAO *a priori* grossièrement recalé avec le nuage de points (les erreurs de recalage sont de l'ordre de 10 cm), et présentant quelques différences non négligeables avec le nuage de points : certains tuyaux sont absents et d'autres ont été significativement modifiés (réorientés et/ou déplacés). Nous utilisons donc des tolérances au changement relativement permissives :  $\sigma_A = 30^\circ$ ,  $\sigma_R = 0.2$  et  $\sigma_C = 3.5$  m. La configuration reconstruite contient bien les tuyaux qui ne figuraient pourtant pas dans le modèle *a priori*, mais qui ont été détectés à cause de leur similarité avec d'autres composants voisins. De même, les tuyaux déplacés et réorientés ont été relativement bien gérés. De plus, nous pouvons constater que le modèle obtenu est consistant : ces cylindres sont bien connectés, et nous n'y voyons aucun chevauchement indésirable. Le modèle s'ajuste aussi très bien sur le nuage de points. Un autre aspect intéressant de cet algorithme tient au fait qu'il permet la reconnaissance

d'une grande variété d'objets, puisqu'il permet de détecter des cylindres dont les rayons varient entre 10 mm et 2300 mm environ. Toutefois, la détection des plus petits éléments est bien moins précise puisque leur rayon est inférieur au bruit du nuage spécifié (nous utilisons  $\epsilon=30$  mm).

L'évolution des énergies au cours de la résolution est présentée en Figure 2. Le processus nécessite environ 140000 itérations (une itération correspondant à la génération d'un cylindre candidat) soit environ 10 minutes de calcul sur un processeur 2.4 GHz.

Nous comparons aussi notre approche avec un algorithme RANSAC de référence [13] permettant la détection de tores, cylindres, plans et sphères, et n'utilisant aucune information *a priori*. Cet algorithme est plus rapide que le nôtre (une trentaine de secondes). Les cylindres segmentés par cet algorithme sont montrés en Figure 1d : notons que nous ne montrons pas les autres formes (tores, cônes, etc.) afin de permettre la comparaison. Nous pouvons constater sur les résultats de segmentation que notre approche parvient à détecter correctement les plus gros cylindres, alors que le RANSAC tend à détecter plusieurs fragments de formes se chevauchant (plusieurs couleurs pour un même cylindre). Ce phénomène est particulièrement visible sur le cylindre au centre de la scène.

La table ci-après présente quelques éléments de comparaison entre l'algorithme RANSAC (pour lequel nous ne considérons que les cylindres) et notre méthode. Nous pouvons constater que notre approche fournit de meilleurs résultats en matière d'ajustement des cylindres sur les points (deuxième ligne). Elle permet aussi d'éviter les conflits et chevauchements entre cylindres (quatrième ligne) et optimise la distribution des points à la surface des cylindres, signe probablement d'une meilleure qualité d'ajustement (troisième ligne).

	RANSAC	Bayésien
Quantité de cylindres détectés	42	68
Distance moyenne aux voisins ( $\epsilon$ -inliers)	14.58 mm	10.12 mm
Nombre moyen de points par unité de surface	21,18 points/dm <sup>2</sup>	25,81 points/dm <sup>2</sup>
Points simultanément voisins de plus d'un cylindre	5.67%	0.85%

Pour finir, nous avons exécuté notre algorithme de reconstruction sur un modèle *a priori* partiel, ne représentant qu'un composant de la scène à traiter (Figure 3). Conformément aux attentes, nous pouvons constater que l'algorithme réussit à ne détecter que les parties correspondant effectivement au modèle *a priori*.

## 5 Conclusion

Nous avons posé le problème de la reconstruction de nuages de points comme la recherche d'un modèle CAO satisfaisant plusieurs contraintes basées sur des connaissances *a priori*. Nous avons plus particulièrement concen-

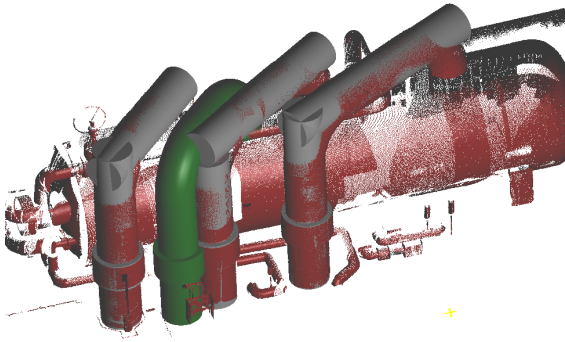


FIGURE 3 – Reconstruction à partir d'un modèle CAO partiel. Dans la mesure où il ne recherche que les parties du nuage comparables au modèle *a priori* (vert), notre algorithme ne retrouve que les parties pertinentes (gris) dans le nuage de points (rouge). Nous utilisons les mêmes paramètres que ceux décrits pour l'exemple de la Figure 1.

tré nos travaux sur l'utilisation d'un modèle CAO existant décrivant grossièrement l'état de la scène à traiter. Nous utilisons cette connaissance *a priori* afin de permettre une reconstruction de modèles CAO de qualité. En effet, les approches de reconstruction existantes ne traitent, pour la plupart, le problème de reconstruction que comme un problème d'ajustement sur le nuage de points, négligeant la qualité du modèle résultant, alors que la formulation Bayésienne proposée permet d'embarquer différentes contraintes telles que la consistance du résultat ou sa conformité vis-à-vis d'un modèle *a priori* étant par hypothèse une approximation du résultat recherché. Nous proposons de plus d'utiliser le modèle *a priori* comme un outil permettant de cibler la reconstruction sur les parties de la scène dont nous savons qu'elles sont pertinentes.

La probabilité *a posteriori* que nous proposons définit nos trois attentes vis-à-vis du résultat. De plus, nous proposons une nouvelle approche qui permet la recherche de la solution maximisant cette probabilité. Cette méthode fournit des résultats satisfaisants sur le jeu de données testé : la résolution permet effectivement d'obtenir un modèle CAO ayant une énergie faible (donc une probabilité élevée), s'ajustant bien sur le nuage de points, composé de formes convenablement connectées et dont les éléments correspondent effectivement au modèle *a priori* que l'on se donne.

Cette approche peut encore certainement être améliorée, en tenant par exemple compte des autres types de formes présents dans les scènes étudiées, et plus particulièrement des plans.

## Références

- [1] BEY, A., CHAINE, R., MARC, R., THIBAULT, G., AND AKKOUCHE, S. Reconstruction of consistent 3d cad models from point cloud data using a priori cad models. In *ISPRS Workshop on Laser Scanning* (2011).
- [2] BOSCHÉ, F. Automated Recognition of 3D CAD Model Objects and Calculation of As-built Dimensions for Dimensional Compliance Control in Construction. *Elsevier Journal of Advanced Engineering Informatics* (2010).
- [3] DESCOMBES, X., MINLOS, R., AND ZHIZHINA, E. Object Extraction Using a Stochastic Birth-and-Death Dynamics in Continuum. *Journal of Mathematical Imaging and Vision* 33, 3 (Oct. 2008), 347–359.
- [4] DIEBEL, J., THRUN, S., AND BRUNIG, M. A Bayesian method for probable surface reconstruction and decimation. *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 25, 1 (2006), 39–59.
- [5] FISCHLER, M. A., AND BOLLES, R. C. Random Sample Consensus : a Paradigm for Model Fitting with applications to Image Analysis and Automated Cartography. *Readings in computer vision : issues, problems, principles, and paradigms* (1987), 726–740.
- [6] GAL, R., SHAMIR, A., HASSNER, T., PAULY, M., AND COHEN-OR, D. Surface Reconstruction using Local Shape Priors. *Proceedings of the fifth Eurographics symposium on Geometry processing* (2007), 253–262.
- [7] JENKE, P., WAND, M., BOKELOH, M., SCHILLING, A., AND STRASSER, W. Bayesian point cloud reconstruction. *Computer Graphics Forum* 25, 3 (2006), 379–388.
- [8] LAFARGE, F., GIMEL'FARB, G., AND DESCOMBES, X. Geometric feature extraction by a multimarked point process. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence* 32, 9 (Sept. 2010), 1597–609.
- [9] MITRA, N. J., AND NGUYEN, A. Estimating Surface Normals in Noisy Point Cloud Data. *Special Issue of International Journal of Computational Geometry and Applications* 14 (2004), 261–276.
- [10] PAULY, M., MITRA, N., GIESEN, J., GROSS, M., AND GUIBAS, L. Example-based 3D scan completion. *Proceedings of the third Eurographics symposium on Geometry processing* (2005), 23–es.
- [11] RABBANI, T., AND VAN DEN HEUVEL, F. Efficient hough transform for automatic detection of cylinders in point clouds. *ISPRS WG III/3, III/4* 3 (2005), 60–65.
- [12] SCHMITTWILKEN, J., AND PLÜMER, L. Model-based reconstruction and classification of facade parts in 3d point clouds. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* 38, 1 (2010), 269–274.
- [13] SCHNABEL, R., WAHL, R., AND KLEIN, R. Efficient RANSAC for Point-Cloud Shape Detection. *Computer Graphics Forum* 26, 2 (2007), 214–226.