Master 2 Recherche Informatique Parcours Informatique Graphique et Image Rapport de Stage Génération de maillages multirésolution et multiphysiques à partir d'un empilement d'images de très grandes dimensions

Ricardo Uribe Lobello Encadrants: Florent Dupont et Florence Denis

Laboratoire d'InfoRmatique en Image et Systèmes d'information LIRIS UMR 5205 CNRS/INSA de Lyon/Université Claude Bernard Lyon 1, Bâtiment Nautibus 8, Bd Niels Bohr 69622 Villeurbanne Cedex http://liris.cnrs.fr

Résumé Dans le cadre d'un projet visant à reconstruire un modèle de l'oreille interne avec une très grande précision, nous cherchons à concevoir une méthode de génération de maillages à partir de coupes histologiques de très grande taille. Pour cela, nous avons étudié les différentes approches de génération de maillages à partir d'un empilement d'images. Ainsi, nous avons choisi d'utiliser une méthode de reconstruction basée sur l'algorithme "dual contouring" pour la génération de maillages multirésolution et de l'adapter aux volumes discrets. Notre solution inclus l'implémentation d'un octree généralisé et l'utilisation de la courbure pour mieux traduire les caractéristiques de la surface réelle. Nous avons appliqué notre algorithme à un empilement d'images et mesuré la qualité des maillages produits. Les résultats montrent que notre approche est pleinement justifiée pour les volumes discrets et permettra de générer des maillages utilisables dans des simulations multiphysiques.

Abstract : In the context of a project to generate a highly exact model of the inner ear, we work to conceive a method to generate meshes from huge histological sections. In order to do it, we have studied the main approaches for mesh generation using set of images. So, we have decided to use a reconstruction method based on the "dual contouring" algorithm for multiresolution mesh generation adapted to discret volumes. Our solution includes the implementation of a generalized octree and the use of the curvature to localize the features of the real surface. Our method has been applied to a set of images and we have mesured the quality of the generated meshes. The results show that our approach is applicable to discret volumes and it will allow us to generate suitable meshes in order to be applied in multiphysical simulations.

Table des matières

Μ	aster	2 Recherche Informatique Parcours Informatique Graphique				
et	Imag	ge Rapport de Stage Génération de maillages multirésolution				
et multiphysiques partir d'un empliement d'images de tres grandes						
Ricardo Urihe Labello Encadrante · Florent Dynant et Florence						
	Den					
1	1 Introduction					
	1.1	Contexte	3			
	1.2	Objectif	5			
2	Éta	t de l'art	5			
	2.1	Génération de maillages	5			
	2.2	Méthodes de génération du maillage	5			
		L'algorithme des marching cubes et ses extensions	5			
	2.3	Dual Contouring	6			
		Dual Contouring avec des données de Hermite	7			
		Dual Marching Cubes (DMC)	9			
		Primal Contouring des Pavages Duaux (PGCD)	10			
0	a	Manifold Dual Contouring (MDC)	11			
3	Con	tributions	13			
4	Le p	bipeline propose	14			
0 6	Pré-traitement des images d'entrée					
0) Méthode de génération de maillage					
	0.1	Los cos limitos	10			
	6 9	Les das minutes	19			
	0.2	A palvea de courbura	18			
		Application de la courbure à la localisation des sommets duaux	20			
		Cas limites	$\frac{20}{20}$			
	6.3	Polygonalisation	$\frac{20}{20}$			
7	Rés	ultats	24			
•	7.1	Implémentation	24			
		*	24			
	7.2	Génération de maillage	25			
8	Con	clusions et perspectives	27			

1 Introduction

1.1 Contexte

Il est reconnu depuis peu par les experts du domaine que la compréhension globale du fonctionnement de l'oreille reste encore mal maîtrisée au niveau mondial. Les industriels des prothèses auditives et des implants cochléaires ont amélioré leurs produits par l'introduction de traitements numériques des sons. Soutenus par les progrès dans le domaine de l'imagerie au service des neurosciences, industriels et chercheurs tentent actuellement d'appréhender plus finement le processus de transformation des sons en stimuli nerveux et l'interaction des électrodes des implants avec les cellules sensorielles et plus directement avec les premières fibres nerveuses.

La transformation des sons en stimuli nerveux commence par une conversion des longueurs d'ondes de la gamme audible en signaux détectables dans l'oreille interne par des cellules sensorielles micrométriques. Les acousticiens et les physiciens doivent introduire les effets non-linéaires et les divers couplages pour appréhender cette conversion et ne doivent plus se contenter d'effectuer leurs calculs sur des représentations 2D très simplifiées d'un organe 3D extrêmement compact et sophistiqué.

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre d'une étude exploratoire réunissant l'équipe M2DisCo du LIRIS, la Direction de la Recherche Technologique du CEA, l'Institut des Neurosciences de Montpellier (INSERM) et la Plateforme RIO d'imagerie de Montpellier (INSERM) et dont l'objectif est de reconstruire les structures anatomiques de l'oreille. L'originalité de ce projet est de viser à reconstruire (pour ensuite pouvoir le modéliser) l'organe de l'ouïe complet alors qu'il est traditionnellement séparé en deux parties (audition et équilibre) étudiées indépendamment.

Pour cette phase de reconstruction, nous disposons d'empilements d'images numériques capturées avec le microscope virtuel Nanozoomer (VMN) [7] Le VMN intègre les nouvelles technologies pour la capture et le stockage des images numériques de grande taille et il offre la possibilité de voir une image microscopique sur un ordinateur dans une résolution de 0.23 x 0.46 micromètres par pixel. Dans le cadre de notre étude, il est utilisé pour numériser des lames ou coupes histologiques avec une résolution qui peut atteindre 80000 x 140000 pixels. Avec un codage sur 3 octets par pixel, cela correspond à une taille approximative de 270 Go par image. A terme, il est envisagé de travailler sur des empilements de 200 images. Le dispositif est présenté dans figure 1.

A partir d'un empilement d'images étiquetées (Voir figure 2), il est nécessaire de créer des maillages surfaciques pour les différents éléments anatomiques présents, avec une géométrie aussi précise que possible, tout en garantissant une topologie cohérente de l'ensemble (Voir figure 3).



FIGURE 1. Nanozoomer



FIGURE 2. Images acquises par le Nanozoomer



FIGURE 3. Reconstruction de l'oreille interne, moyenne et nerfs [1].

1.2 Objectif

Dans le cadre de ce travail, nous allons nous concentrer sur la problématique de la génération de maillages surfaciques à partir des empilements d'images multilabel. Nous devrons nous adapter aux caractéristiques particulières des données d'entrée (images gigapixels et anisotropie de la résolution intra et inter-coupe) tout en respectant des contraintes topologiques réalistes pour créer des maillages multirésolution exploitables à des fins de simulations multi-physiques.

2 État de l'art

2.1 Génération de maillages

La génération des maillages à partir d'un empilement d'images consiste en l'extraction d'une 2-variété combinatoire qui reflète au mieux les caractéristiques du volume d'intérêt. Une 2-variété combinatoire est un maillage fermé tel que chaque sommet a un voisinage équivalent topologiquement à un disque ouvert et chaque arête est partagée strictement par deux polygones. Les 2-variétés combinatoires sont très utilisés dans les simulations multiphysiques.

Pour résoudre ce type de problème, il existe plusieurs approches qui seront présentées plus en détail dans les paragraphes suivants.

2.2 Méthodes de génération du maillage

De nombreuses méthodes permettent d'extraire une surface à partir d'une fonction implicite ou d'un volume discret. Ces méthodes peuvent se classifier en deux types : les méthodes basées sur les "Marching cubes" et les méthodes de "Dual Contouring".

L'algorithme des marching cubes et ses extensions L'algorithme des Marching Cubes (MC), introduit par Lorensen et Cline[15], est le plus utilisé dans l'extraction d'isosurfaces à partir de données volumiques dans le cadre de la visualisation scientifique. Cet algorithme consiste en une première division spatiale du volume d'intérêt en utilisant un pavage uniforme. Ensuite, l'algorithme doit calculer la manière dont la surface traverse chaque cellule 3D du pavage. Pour ce faire, il marque les sommets (voxel) de chaque cellule avec un 1 si la valeur de ce voxel est supérieure à un seuil et 0 si non. A partir de cette information, il est possible d'interpoler linéairement les points d'intersection de la surface avec les arêtes de chaque cellule.

Comme il y a seulement huit sommets par cellule et deux valeurs possibles pour chaque sommet, l'algorithme utilise un tableau indexé par rapport aux différentes combinaisons des valeurs des sommets. Les cas possibles dans ce tableau sont initialement au nombre de 256, mais, à partir de considérations de symétrie, ces cas sont réduits aux 15 configurations illustrées sur la figure 4.

Ensuite, les morceaux de surface sont construits cellule par cellule (On "marche" d'une cellule à une autre). Les sommets de la surface sont localisés sur les arêtes



FIGURE 4. Les différents cas possibles dans l'algorithme de Marching Cubes [15]

des cellules. L'étape finale des Marching Cubes est de calculer une normale pour chacun des sommets de la surface.

L'algorithme des Marching Cubes garantit la génération d'une surface fermée et avec une topologie correcte. Néanmoins, il présente plusieurs problèmes dans le cas de grandes quantités de données ou d'ensembles d'images de très grande taille, car la division régulière de l'espace devient alors trop coûteuse. De plus, à cause de l'échantillonnage régulier, cette méthode génère des maillages qui contiennent trop de triangles et ne conservent pas les détails fins de la surface.

Pour résoudre ces problèmes, plusieurs extensions ont été proposées. L'agorithme Extended Marching Cubes (EMC), proposé par Kobbelt et col.[12], permet d'appliquer l'algorithme des Marching Cubes sur un pavage adaptatif tel qu'un octree. Il résout le problème de cassure de la surface dans les cellules de résolutions différentes avec l'utilisation d'un algorithme spécifique dit de "patch cracking". Cette opération est appliquée après la génération de la surface et dans les facettes partagées par des cellules de résolutions différentes. De plus, avec l'ajout d'informations géométriques telles que les normales sur les intersections de la surface avec les arêtes des cellules, EMC peut mieux positionner les sommets de la surface à l'intérieur de la cellule et ainsi mieux refléter les petits détails de la surface. Cette idée est illustrée sur la figure 5.

Il existent d'autres extensions de l'algorithme du Marching cubes qui tentent d'éviter ses configurations ambiguës. En dépliant chaque cube, ces méthodes utilisent un marching squares pour extraire le contour de la surface en 2D et, en le pliant à nouveau, ils obtiennent les polygones de la surface (Voir cubical Marching Squares en [10], [9] et [21]).

2.3 Dual Contouring

Les méthodes duales, à la différence des méthodes basées sur les Marching Cubes, ne localisent pas les sommets qui vont faire partie de la surface sur les



FIGURE 5. Marching Cubes Vs Extended Marching Cubes. La surface est marquée en bleu.

arêtes des cellules, mais, à l'intérieur de chaque cellule contenant un morceau de la surface. Cette caractéristique donne à l'algorithme une plus grande liberté au moment de localiser un sommet de la surface. De plus, le Dual Contouring produit des maillages multirésolution sans besoin d'utiliser des techniques de patch cracking. Les méthodes les plus importantes pour le Dual Contouring sont présentées brièvement dans les prochaines sections.

Dual Contouring avec des données de Hermite Le Dual Contouring avec des données de Hermite [11] est une méthode duale introduite initialement pour générer des surfaces 2-variétés à partir de fonctions implicites. Les principes fondamentaux de l'algorithme sont les suivantes :

- Utilisation d'un pavage adaptatif (par exemple, un octree) au lieu d'un pavage régulier où les 8 sommets de chaque cellule vont stocker la valeur 1 si la valeur de la fonction implicite est supérieure au seuil et 0 sinon comme cela avait été proposé par Perry et col. [17].
- Ajout d'informations additionnelles sur la fonction dans chacune des cellules feuilles de l'octree qui contiennent un morceau de surface pour mieux refléter ses détails au niveau local. Ces informations sont les points exacts d'intersection de la surface avec les arêtes de la cellule et le gradient de la fonction en ces points (données de Hermite).
- Stockage d'une fonction de minimisation quadratique (QEF) à l'intérieur de chaque cellule feuille pour mieux localiser le sommet dual qui fera partie de la surface.

Les fonctions de minimisation quadratique ont été introduites par Lindstrom [14] dans le contexte de la simplification des modèles polygonaux. Le Dual Contouring construit une fonction de minimisation pour chaque cellule feuille afin de calculer la position du sommet dual qui capture au mieux les caractéristiques de la surface à l'intérieur de la cellule. Cette fonction QEF est construite avec les points d'intersection de la surface avec les arêtes de la cellule et la normale aux points d'intersection. Elle est exprimée par l'équation suivante :

$$E[x] = \sum_{i} (n_i \bullet (x - p_i))^2 \tag{1}$$

où n_i est la normale au point d'intersection p_i .

La minimisation de la valeur de la fonction E[x] permet de localiser le sommet dual. La figure 6 illustre le calcul d'un sommet dual dans une cellule.



FIGURE 6. Approximation d'un sommet dual avec l'aide des données de Hermite

Le manière dont le Dual Contouring distribue les points de la surface dans les cellules est illustrée sur la figure 7.



FIGURE 7. Marching Cubes Vs Dual Contouring

La méthode DC a plusieurs avantages par rapport aux méthodes basées sur les Marching Cubes. D'abord, elle n'a pas besoin d'un pavage régulier du volume. L'utilisation d'un pavage adaptatif, dans le cas d'un octree, permet de traiter des volumes d'une plus grande taille avec un coût plus faible en terme de mémoire. De plus, un octree va générer des maillages avec des résolutions différentes en fonction des détails de la surface sans nécessiter de techniques de patch cracking. De plus, les angles de la surface seront mieux positionnés grâce à la possibilité de changer librement le critère de localisation des sommets à l'intérieur de chaque cellule. Un autre avantage du Dual Contouring est que, en calculant des QEF au fur et à mesure que l'on construit l'octree et en divisant les cellules seulement si l'erreur calculée est supérieure à un seuil ϵ , il produit des maillages possédant moins de triangles et mieux adaptés aux caractéristiques locales de la surface. Si l'erreur est inférieure à ϵ la cellule devient une feuille et le sommet sera généré à l'intérieur de la cellule. Enfin, comme le Dual Contouring ne force pas les sommets de la surface à être sur les arêtes des cellules de l'octree, il construit des triangles de meilleure qualité et évite les problèmes d'aliasing rencontrés dans les maillages construits par Marching Cubes.

Malheureusement, les critères de polygonalisation proposés dans le Dual Contouring ne sont pas facilement applicables dans le cas d'un volume discret. De plus, la limitation à un sommet par cellule peut conduire à des maillages non 2-variété sur les configurations qui sont ambiguës pour l'algorithme de Marching Cubes comme l'illustre la figure 8.



FIGURE 8. Configurations DC non variétés

Dual Marching Cubes (DMC) Gregory Nielson a proposé une combinaison de l'algorithme de Dual Contouring avec celui des Marching Cubes [16]. Cet algorithme permet de générer plusieurs sommets duaux dans chaque cellule, évitant ainsi les problèmes de topologie qui peuvent se présenter dans l'algorithme de Dual Contouring. Il génère une surface qui est duale de la surface générée avec les Marching Cubes. Pour cela, DMC utilise un nouveau tableau indexé par les mêmes configurations de sommets que MC mais il génère des quadrilatères au lieu de polygones triangulés. Cette table est présentée figure 9.

La dualité de la surface générée par Dual Marching Cubes par rapport à celle des Marching Cubes peut se valider si on observe que chaque arête de la surface duale correspond à une arête de la surface primale qui la traverse. De plus, la méthode DMC garantit que la surface duale a la même topologie que la grille produite par les Marching Cubes en vérifiant que chaque sommet est appartient à quatre facettes en forme de quadrilatère de la surface duale.

Les maillages produits par Dual Marching Cubes sont toujours des 2-variétés. Cependant, il y a plusieurs inconvénients avec cette méthode. En particulier le



FIGURE 9. Dual Marching Cubes look-up table [16]

maillage généré étant dual du maillage produit par Marching Cubes et conservant la même topologie, il est nécessaire d'avoir un pavage uniforme. De plus, comme la topologie et la géométrie des morceaux des surface dans une cellule sont déjà prédéfinis par la table d'index, ce qui a pour effet que le maillage construit ne conserve pas bien les petits détails de la surface qu'il approche. Pour améliorer l'approximation de la surface réele par le maillage il faudra augmenter la résolution du pavage.

Primal Contouring des Pavages Duaux (PGCD) La méthode de Primal Contouring des pavages duaux a été proposée par Scott Schaeffer dans [19] pour extraire une surface à partir d'une fonction implicite f(x, y, z). Cet algorithme se base sur l'idée de générer la surface en parcourant un pavage dual extrait à partir d'un échantillonnage adaptatif de la fonction implicite comme on peut le voir sur l'image 10.

Pour trouver le sommet qui fera partie du pavage dual à l'intérieur d'une cellule 3D, on utilise une fonction d'erreur quadratique (QEF). La construction de cette fonction se base sur un échantillonnage des points à l'intérieur de la cellule c et des plans tangents à la fonction implicite f(x, y, z). La QEF s'exprime par la formule suivante :

$$E(w, x, y, z) = \sum_{i} \frac{(w - T_i(x, y, z))^2}{1 + |\nabla f(x_i, y_i, z_i)|^2}$$
(2)

où $T_i(x, y, z)$ est l'équation du plan tangent f(x, y, z) en (x_i, y_i, z_i) et le dénominateur de la fonction sert à normaliser la contribution de chaque échantillon.

La minimisation de cette fonction E sur la cellule c produit le sommet du pavage dual dans c.



FIGURE 10. Pavage dual [19]

L'algorithme commence avec un échantillonnage adaptatif de la fonction implicite f(x, y, z) en utilisant un octree. Pour construire l'octree, on implémente un processus top-down qui commence avec une seule cellule c. Ensuite, des points sont échantillonnés uniformément dans c et on construit une QEF E(w,x,y,z) en utilisant ces points. Si la valeur de la fonction E est plus grande qu'un seuil ϵ on divise la cellule c. Le processus s'arrête quand la valeur de E(w,x,y,z) est inférieure au seuil ϵ . Ensuite, les sommets duaux sont calculés à l'intérieur de chaque cellule feuille. Puis, on utilise une extension de la méthode de la polygonalisation du Dual Contouring afin de générer un pavage dual. Il est alors possible d'utiliser la table d'index des Marching Cubes pour générer la topologie dans chaque cellule. L'utilisation du tableau de Marching Cubes est possible parce que l'algorithme d'extraction du pavage dual produit des cellules qui ont une topologie équivalente à celle d'un cube.

Les avantages de l'alorithme PCDG sont qu'il produit des surfaces qui s'adaptent bien aux caractéristiques de la fonction. De plus, les maillages produits sont des polygonalisations adaptatives qui ne nécéessitent pas d'utiliser de technique de crack patching.

Manifold Dual Contouring (MDC) Dans leur Manifold Dual Contouring, Schaefer et al. [20] ont proposé un algorithme qui assure que les surfaces produites sont des 2-variétés combinatoires. Il s'agit une extension de l'algorithme traditionnel de Dual Contouring qui permet d'avoir plusieurs composants de la surface à l'intérieur d'une cellule de l'octree. Cette caractéristique évite les configurations non manifold que l'on pouvait trouver avec le Dual Contouring. L'utilisation de la table d'index des Dual Marching Cubes [16] permet de déterminer le nombre des sommets dans une cellule. La localisation géométrique des sommets duaux dans une cellule est estimée en utilisant une fonction d'erreur quadratique avec les données de Hermite calculées au moment de la construction de l'octree. Cela est illustré sur la figure 11.



FIGURE 11. (a) Configuration non variété et ambigüe en Dual Contouring, (b) Solution de l'ambiguité en Manifold Dual Contouring.

Le Manifold Dual Contouring implémente un mécanisme bottom-up de "vertex clustering". Cet algorithme est appliqué sur les sommets qui ont une QEF inférieure à une valeur ϵ préétablie. Ces sommets sont marqués comme candidats à la fusion. Une fois que l'octree a été construit, il part des cellules les plus profondes de l'octree qui ne sont pas des feuilles, regarde leurs cellules filles et fusionne les sommets liés entre eux par des arêtes qui traversent les facettes intérieures de la cellule. Si les nouveaux sommets ont une valeur de QEF inférieure à ϵ , ils sont de nouveau marqués comme candidats à la fusion. Néanmoins, la simplification précédente peut introduire des configurations qui ne sont pas 2variété. Pour éviter ce problème, le Manifold Dual Contouring a introduit un nouveau critère :

Soit C_v une cellule de l'octree, v un sommet créé par fusion et S_v le morceau de surface construit avec les sommets qui on été fusionnés sur v. Pour que la surface au point v soit une 2-variété, il faut que le voisinage de v ait une topologie équivalente à celle d'un disque. Il faut donc que S_v ait une seule frontière connectée, ce qui est établi avec la caractéristique d'Euler :

$$\chi(S_v) = V(S_v) - E(S_v) + F(S_v)$$

La proposition est que la cellule fusionnée présentée dans le paragraphe précédent produit toujours une 2-variété si et seulement si :

- 1. $\chi(S_v) = 1$
- 2. Le nombre d'intersections de S_v avec les quatre arêtes de chaque facette de C_v est 0 ou 2.

La deuxième condition assure que le processus de fusion génère des arêtes partagées par seulement deux facettes.

En conclusion, la méthode de Manifold Dual Contouring est une extension qui résoudre les inconvénients de l'algorithme de Dual Contouring dans les cas de configurations ambiguës au niveau topologique. Plusieurs travaux sur les méthodes duaux ont été publiés afin d'améliorer les résultats obtenues en ajoutant plus d'information dans les cellules [24] et [25]. Aussi le problème de l'extraction des maillages à partir des volumes multimateriaux a été développé par Zhang en [26]

Les méthodes présentées ont chacune leurs avantages et leurs inconvénients. Le tableau 1 résume les caractéristiques des méthodes étudiées par rapport aux caractéristiques désirées dans un maillage.

Caractéristique	MC	EMC	DC	DMC	PCDG	MDC
Qualité du maillage	-	-	+	-	-	+
Multirésolution	-	-	+	-	-	+
Conservation de détailles	-	+	+	+	+	+
Génère de 2-variété	+	+	-	+	+	+
Non auto intersection	+	+	+	-	-	+

TABLE 1. (MC) Marching Cubes 1987, (EMC) Extended Marching Cubes 1998, (DC) Dual Contouring 2002, (DMC) Dual Marching Cubes 2004, (PCDG) Primal contouring of dual grids 2005, (MDC) Manifold Dual Contouring 2007

D'après le tableau 1, les méthodes duales et leurs extensions semblent être les meilleures options pour générer des maillages de bonne qualité sur des grandes quantités de données. Les détails du choix de l'algorithme que nous allons utiliser seront expliqués dans les prochaines sections.

3 Contributions

Dans le cadre de ce travail, nous cherchons un algorithme qui soit applicable dans le cas de volumes discrets de grande taille. Par ailleurs, l'algorithme doit bien approcher les détails de la surface afin de pouvoir construire des modèles qui soient les plus exacts possibles. Par rapport au cahier de charges, nous avons décidé d'utiliser une approche de Dual Contouring afin de résoudre le problème. Les justifications sont les suivantes :

- 1. Les algorithmes de Dual Contouring sont basés sur une structure de division spatiale adaptative de type Octrees. Cela permet le traitement des images de grande taille avec peu de ressources en termes de mémoire.
- 2. Une approche du type Dual Contouring conserve les petit détails de la surface à approcher et donne une plus grande liberté dans la localisation des sommets appartenant au maillage final.
- 3. Même si la méthode originale "Dual Contouring avec des données de Hermite" pose quelques problèmes pour générer des maillages qui soient des 2-variétés, il y a plusieurs extensions de cet algorithme qui permettent de surmonter ces inconvénients.

En revanche, l'algorithme original de Dual Contouring a été conçu pour être utilisé initialement avec des fonctions implicites. Afin de pouvoir utiliser efficacement une méthode duale dans le cadre d'un volume discret, quelques modifications de l'algorithme original sont nécessaires. Nous en proposons essentiellement trois :

- 1. Utilisation d'un octree généralisé au lieu d'un octree. Un octree généralisé peut déplacer les plans de coupe dans les directions parallèles aux trois axes xyz. Cela implique que les octants produits par un octree généralisé n'ont pas besoin, contrairement à ceux d'un octree, d'avoir la même taille. Cette caractéristique permet des divisions jusqu'au niveau du voxel sans nécessiter des dimensions de l'image en puissance de 2.
- Adaptation du critère pour décider si une cellule contient une ambiguïté topologique dans le cas des volumes discrets. Ce critère est utilisé dans l'algorithme de construction de l'octree.
- 3. Implémentation d'un critère de localisation des sommets duaux basé sur le calcul de la courbure des points sur la frontière qui divise l'intérieur de l'extérieur d'un objet 3D.

Ces modifications et notre implémentation particulière du Dual Contouring seront expliquées dans les prochaine sections.

4 Le pipeline proposé

La structure générale de la solution proposée consiste en une première extraction d'une région d'intérêt à partir de l'empilement d'images obtenu avec le microscope Nanozoomer. Ensuite, une segmentation manuelle ou semi automatique doit être effectuée afin d'identifier le volume sur lequel on va appliquer l'algorithme dual. La première partie de notre algorithme consiste à construire un octree généralisé en fonction des régions par lesquelles passe la surface du volume. Puis, nous localisons la position du sommet dual à l'intérieur de chaque cellule feuille de l'octree. Finalement, nous parcourons l'octree afin de générer la topologie du maillage qui approche la surface du volume segmenté. Ce processus est illustré sur la figure 12.

5 Pré-traitement des images d'entrée

La première étape dans l'extraction d'un maillage à partir d'un ensemble d'images est l'identification de la région d'intérêt. Les images produites par Nanozoomer peuvent contenir beaucoup d'informations qui n'intéressent pas directement l'utilisateur. Ainsi, nous délimiterons, en accord avec des experts biologistes, les régions qui contiennent les structures à étudier, nous les isolerons et appliquerons une segmentation à ces structures pour obtenir des images binaires.



FIGURE 12. Pipeline

De plus, afin de pouvoir générer des maillages corrects topologiquement, il est nécessaire d'imposer quelques conditions topologiques aux images binaires. L'entrée du processus de contouring doit être une image 3D bien composée [13], c'est-à-dire une image qui ne contient pas de configurations critiques comme le cas de deux voxels qui partagent seulement une arête ou un sommet. Ces configurations sont illustrées sur la figure 13.



FIGURE 13. Configuration critiques. (a) Connexité 18, (b) Connexité 26.

Les images bien composées ont une connexité 6 et la surface discrète de l'objet 3D est une 2-variété combinatoire[13]. Dans les cas où les images fournies contiennent des configurations critiques, il faut appliquer un algorithme pour les corriger. [13] a proposé un algorithme pour des images multilabel 2D et en 2005, [22] décrit un algorithme pour réparer des images binaires 3D mal composées en ajoutant de manière itérative des voxels du fond aux objets jusqu'à que chaque objet ne contienne plus de configuration critique.

6 Méthode de génération de maillage

Dans cette section nous donnerons une description générale de l'algorithme de Dual Contouring que nous allons utiliser pour générer le maillage. L'algorithme se compose de plusieurs étapes qui seront décrites en détail dans les sections suivantes.

6.1 Construction de l'octree généralisé

La première étape de l'algorithme de génération du maillage construit une division adaptative du volume discret en utilisant un octree généralisé afin d'identifier les cellules par lesquelles passe un morceau de la surface. L'octree est construit avec un algorithme top-down récursif qui commence avec une cellule et décide si une cellule doit être divisée en se basant sur un critère. Ensuite, le même critère est appliqué à chacune des cellules filles. Un bon critère de subdivision doit remplir plusieurs conditions :

- Il doit assurer que les cellules homogènes ne soient pas divisées et que les cellules où il existe des détails le soient. Cette propriété garantit que dans les régions où il y a plus de détails, le maillage sera plus dense que dans les régions homogènes.
- Il doit garantir que les propriétés topologiques de la surface approchée ne sont pas perdues. Cela implique que les régions du volume qui sont connectées doivent rester connectées et que celles qui sont déconnectées ne se connectent pas.
- Il ne doit pas produire de divisions ambigües au niveau topologique.

Le critère que nous proposons d'utiliser se base sur un concept analogue à celui de cellule complexe exposé dans [23] et qui sera applicable dans le contexte d'un volume discret.

Definition 1 (Cellule complexe). Une cellule dans une volume discret est considérée comme complexe si elle contient plus d'une composante connexe sans tenir compte du fond.

Une cellule complexe va forcement créer une configuration d'ambigüité topologique qu'il faut résoudre dans l'étape de division de l'octree. Avec cette définition, nous proposons une méthode pour décider si une cellule est complexe.

Definition 2 (Critère de complexité). En premier, les facettes de la cellule sont parcourues pour numéroter les composantes connexes existantes dans chacune d'elles. S'il existe plus de deux composantes connexes (le fond inclus) dans au moins une facette, la cellule est déclarée complexe. Si aucune des facettes de la cellule n'est complexe, le critère vérifie si l'intérieur de la cellule est complexe, c'est-à-dire que nous regardons tous les voxels de la cellule excepté ceux des facettes.

La méthode précédente a une complexité linéaire O(n) en termes de calcul. Dans le pire des cas, l'algorithme devra parcourir tous les voxels de la cellule. Cependant, comme la surface intersecte les cellules dans la plus grande partie des cas, il est très souvent suffisant de parcourir les facettes de la cellule pour déterminer si elle est complexe, ce qui réduit fortement le temps d'exécution.

Les cas limites Dans le cas des images volumiques discrètes, il existe des cas limites qui n'arrivent pas dans le domaine continu. Le cas se présente quand une cellule homogène est à l'intérieur du volume d'intérêt mais fait, cependant, partie de la surface. Ce genre des cas est illustré dans la figure 14.



FIGURE 14. La région obscure est entièrement à l'intérieur du volume d'intérêt.

Pour surmonter cette difficulté, il faut un critère additionnel décrit par la proposition suivante :

Proposition 1. Soit C une cellule définie par les coordonnées (xOrigin, yOrigin, zOrigin, xSize, ySize, zSize) dans le domaine \mathbb{R}^3 . C est homogène et totalement contenue à l'intérieur du volume d'intérêt V. Si au moins une des facettes de la cellule E, définie par (xOrigin - 1, yOrigin - 1, zOrigin - 1, xSize + 1, ySize + 1, zSize + 1) et qui enveloppe strictement C n'est pas homogène, alors C appartient à la surface de V. Le concept de cellule enveloppe est illustré en 2D sur la figure 15.

L'algorithme récursif top-down pour la construction de l'octree généralisé avec le critère de division spécifié, est détaillé dans l'agorithme 1.1

FIGURE 15. Les carrés en bleu (obscures) appartiennent aux facettes de la cellule enveloppe E qui entoure strictement à la cellule C en vert (claire)

L'algorithme 1.1 montre la structure de la méthode BuildOctree. Tout d'abord, la méthode est appelée avec une cellule qui occupe toute la région d'intérêt. Ensuite, elle construit un octree régulier jusqu'à la profondeur minDepth. Une fois la profondeur minimum atteinte, l'algorithme commence à vérifier la complexité de la cellule actuelle. Si elle est complexe, il divise la cellule en 8 octants et invoque la méthode BuildOctree sur chacune des sous cellules. Si la cellule n'est pas complexe, il évalue si la cellule est totalement à l'intérieur du volume. Dans ce cas, la cellule est marquée comme une feuille. Puis l'algorithme vérifie si la cellule fait partie de la surface du volume et, dans l'affirmative, elle est marquée comme une feuille contenant une partie de la surface discrète du volume.

A la fin de l'algorithme, nous obtenons un octree qui contient entre ses cellules feuilles, des cellules qui contiennent des morceaux de la surface et qui seront utilisées par l'algorithme de polygonalisation pour générer un maillage qui capture la frontière du volume d'intérêt.

6.2 Localisation des sommets duaux

Une fois le volume divisé avec l'octree, il faut calculer la localisation des sommets duaux qui vont faire partie du maillage. Dans l'algorithme de Dual Contouring chaque cellule ne peut contenir qu'un seul sommet dual. Les sommets sont créés uniquement à l'intérieur des cellules qui sont des feuilles et qui contiennent un morceau de la surface. Ces cellules ont été déjà identifiées lors de l'étape antérieure.

Ainsi, afin que le sommet généré reflète au mieux les caractéristiques de la surface à l'intérieur d'une cellule, il faut tenir compte de la forme de la surface et la manière dont elle coupe la cellule. Une bonne méthode pour extraire l'information sur la forme générale d'une courbe est l'analyse de sa courbure.

Analyse de courbure. De façon intuitive, la courbure d'un objet géométrique est une mesure quantitative du caractère plus ou moins courbé de cet objet. La courbure d'un objet peut être définie en fonction de différenciations sur la surface de l'objet. Néanmoins, le calcul de la courbure d'un objet discret n'est pas facile parce que la différenciation numérique est très sensible au bruit. Une manière de surmonter cet inconvénient est l'utilisation d'invariant intégraux

```
Algorithm 1.1. Algorithme top-down pour la construction d'un octree
Require: volume(currentCell) > 0
  if depth \geq minDepth then
    isComplex \leftarrow IsComplex(currentCell)
    if isComplex = true then
       subCells[8] \leftarrow divideCell(currentCell)
       for i = 0 to 7 do
         currentCell.children[i] \leftarrow BuildOctree(subCells[i])
       end for
    else
       isInside \leftarrow IsInside(currentCell)
       if isInside = true then
         isSurface \leftarrow IsSurface(currentCell)
         if isInside = true then
            currentCell.IsSurface \leftarrow true
            currentCell.IsLeaf \leftarrow true
         end if
       end if
    end if
  else
    subCells[8] \leftarrow divideCell(currentCell)
    for i = 0 to 7 do
       currentCell.children[i] \leftarrow BuildOctree(subCells[i])
    end for
  end if
```

pour calculer la courbure de la surface [18]. L'idée fondamentale des invariants intégraux est la de considérer la surface à mesurer comme la frontière (au moins au niveau local) d'un domaine de \Re^3 . Avec la définition d'un noyau facile à intégrer l'évaluation d'un invariant consiste à intégrer la fonction indicatrice de la surface sur le domaine défini par le noyau autour du point d'intérêt p. La fonction indicatrice d'une surface s'exprime comme :

$$f(x) = \begin{cases} 1 si x est à l'intérieur\\ 0 sinon \end{cases}$$

Le noyau utilisé dans la plupart des invariants est une sphère B_r de rayon r. L'indicatrice du volume autour du point p sur une surface C se définit alors avec l'équation suivante :

$$V_r(p) = \int_{p+rB} f(x)dx = C \cap B_r(p)$$

où p + rB est le domaine d'intégration et f(x) est la fonction indicatrice du volume d'intérêt. L'interprétation géométrique de cet invariant correspond à l'intersection entre le noyau B_r autour du point p et le volume intérieur de la surface C, comme illustré sur la figure 16.



FIGURE 16. Opérateur de courbure en 2D sur des courbes différentes. Le disque corresponde au noyau de l'invariant. L'aire en bleu corresponde a l'intérieur du volume d'intérêt. L'aire en orange corresponde à la valeur de l'opérateur.

Finalement, l'invariant défini est un outil d'estimation de la courbure robuste au bruit propre aux volumes discrets. De plus, des travaux théoriques soulignent sa stabilité et sa convergence [18].

Application de la courbure à la localisation des sommets duaux. Dans le contexte du Dual Contouring, l'invariant présenté va nous permettre de faire une estimation de la courbure de la surface à l'intérieur d'une cellule d'une manière efficace et robuste. Pour qu'il capture le mieux possible le caractère local de la surface, le sommet dual doit être placé au point de plus forte courbure à l'intérieur de la cellule.

Cependant, afin de pouvoir appliquer l'invariant, il faut choisir un point qui appartient à la frontière de l'objet discret, ce qui nécessite d'extraire les voxels appartenant à la frontière du volume d'intérêt. Ensuite, la valeur de la courbure en chacun de points de la frontière est calculé comme le rapport entre la valeur de l'indicatrice de volume et le volume total occupé par le domaine défini par le noyau.

Un autre facteur à considérer est le rayon du noyau à utiliser. Un rayon plus grand donnera une estimation plus exacte mais il sera plus lourd en temps de calcul.

Cas limites. Il existe deux cas limites où le processus de localisation du sommet dual n'est pas applicable. Ces deux cas seront traités de la manière suivante :

- 1. Dans les cas où une cellule contient au plus quatre voxels, le calcul de la courbure ne va pas donner une valeur utile . Dans ces cas, le sommet dual est localisé au centre de la cellule.
- 2. Dans les cas où une cellule est homogène mais elle fait partie de la surface, le sommet dual sera localisé par rapport aux facettes non homogènes (voir figure 17).

6.3 Polygonalisation

L'étape suivante est la génération des polygones constituant le maillage associé à la surface du volume.



FIGURE 17. Deux exemples des sommets duaux (en vert) localisés en fonction de facettes qui ne sont pas homogènes. Les voxels en bleu font partie du volume d'intérêt. En blanc le fond.

L'algorithme que nous utilisons pour générer la topologie du maillage est basé sur celui du Dual Contouring [11]. Toutefois, la règle utilisée par l'algorithme Dual Contouring pour décider si un polygone doit être créé n'est pas applicable directement dans le cas d'un volume discret car elle évalue la valeur du volume d'intérêt aux points extrêmes d'une arête pour déterminer si un changement de matière se produit sur l'arête. Si c'est le cas, un polygone doit être créé avec les sommets duaux des cellules qui partagent cette arête. En revanche, dans un volume discret, il n'est pas possible d'assigner une valeur aux extrêmités d'une arête parce que les arêtes passent entre les voxels et non par les centres des voxels. Ce que nous pouvons évaluer est donc la valeur des voxels autour une arête.

Ainsi,il est nécessaire de changer la règle de génération des polygones du Dual Contouring. Cette règle est basée sur l'observation que seules les arêtes qui ne contiennent pas d'autres arêtes d'une cellule voisine peuvent générer un polygone : nous les appellerons arêtes minimales.

Definition 3 (Règle pour la génération de polygones). Pour chaque arête minimale partagée par un ensemble de cellules contenant chacune un sommet dual, évaluer si la cellule de longueur minimale dans la direction de l'arête partagée a une cellule enveloppe qui change de valeur dans les facettes perpendiculaires à l'arête minimale.

Cette règle, comme son équivalent dans l'algorithme Dual Contouring produit des arêtes qui sont toujours contenues par un nombre pair de polygones. Un autre caractéristique de cette règle est qu'elle génère des facettes quadrangulaires entre les cellules de même profondeur dans l'octree et des triangles entre les cellules de profondeurs différentes.

L'algorithme pour générer les polygones est basé sur trois méthodes récursives : Cellproc, Faceproc et Edgeproc. La méthode Cellproc s'applique sur des cellules, la méthode Faceproc s'applique sur une paire de cellules qui partagent une facette et la méthode Edgeproc s'applique sur quatre cellules qui partagent une arête minimale. Dans cet algorithme, la règle de création des polygones est appliquée dans la méthode Edgeproc. L'algorithme se déroule de la manière suivante : il commence avec un appel à Cellproc à la racine de l'octree, puis traite récursivement les cellules filles. Soit q une cellule quelconque dans l'octree, Cellproc sur q engendre huit nouveaux appels à Cellproc (un pour chaque cellule fille de q), douze appels à Faceproc (un pour chaque paire de cellules filles de q qui partagent une facette intérieure à q) et six appels à Edgeproc (un pour chaque combinaison de quatre cellules filles de q qui partagent une arête). Ces diverses configurations sont représentées sur la figure 18.



FIGURE 18. (a) Cellule interne de l'octree, exemples d'appels aux (b) CellProc (récursif), (c) Faceproc, (d) Edgeproc avec les cellules filles de (a)

Soient q_1 et q_2 des cellules intérieures de l'octree et qui partagent une facette. La méthode Faceproc appliquée à q_1 et q_2 génère quatre nouveaux appels à Faceproc (un pour chaque paire de cellules filles de q_1 et q_2 qui partagent une facette intérieure à q_1 et q_2), puis quatre appels à Edgeproc (un pour chaque ensemble de quatre cellules filles de q_1 et q_2 qui partagent une arête), comme illustré sur la figure 19.

Soient q_1 , q_2 , q_3 et q_4 des cellules intérieures au l'octree et qui partagent un arête. Edgeproc appliqué à q_1 , q_2 , q_3 et q_4 fait un nouvel appel à Edgeproc pour chaque demi-arête partagée par les cellules filles de q_1 , q_2 , q_3 et q_4 , soit deux en tout (voir figure 20). La récursion s'arrête aux arêtes minimales et quand q_1 , q_2 , q_3 et q_4 sont des cellules feuilles.

La complexité de cet algorithme est O(n) où n est proportionnel à la taille de l'octree : la valeur de n correspond au nombre de cellules, plus le nombre de facettes intérieures plus le nombre des arêtes intérieures dans l'octree.



FIGURE 19. (a) Cellules adjacentes par une facette, exemples d'appels aux (b) Faceproc (récursif), (c) Edgeproc avec les sous cellules des deux cellules adjacentes (a)



FIGURE 20. (a) Cellules qui partagent une arête (b) Appel récursif à Edgeproc avec les sous cellules de q_1 , q_2 , q_3 et q_4 qui partagent la demi arête commune.

7 Résultats

Nous présenterons les résultats de notre travail en deux parties, une première qui explique la structure générale de notre implémentation de l'algorithme "'dual contouring"' pour les volumes discrets et une deuxième qui montre quelques résultats de son application à la génération de maillages adaptatifs.

7.1 Implémentation

Pour l'implémentation de notre solution, il était fondamental de compter sur une librairie robuste pour la manipulation et le traitement de grandes images. Dans ce travail, nous avons étudié plusieurs librairies comme Vips [2], OpenCV [6] et ITK [4]. Finalement, nous avons choisi d'utiliser la librairie ITK pour le chargement, la manipulation et le traitement des images. Les avantages d'ITK sont les suivants :

- 1. Son mécanisme de streaming permet de charger efficacement en mémoire seulement une région de l'image et de la traiter de manière totalement indépendante du reste de l'image.
- 2. L'architecture d'ITK permet facilement d'appliquer une chaine d'algorithmes sur une région d'une image.

Pour la visualisation nous avons utilisé VTK [8]. VTK est un logiciel de modélisation et de visualisation conçu pour l'informatique graphique. Le choix de VTK a été motivé par son intégration avec ITK et avec un outil de visualisation des grandes quantités de données comme Paraview [5]. L'architecture de la solution proposée est présentée sur la figure 21. Tous les autres développements ont été réalisés en C++.



FIGURE 21. Architecture proposée

7.2 Génération de maillage

Afin de pouvoir extraire un maillage adaptatif à partir d'un empilement d'images, nous avons choisi d'utiliser une approche duale. Pour illustrer ces avantages par rapport aux méthodes basées sur les Marching Cubes, nous avons appliqué notre algorithme et l'algorithme de Marching Cubes au modèle Bunny de Standford avec une résolution d'un voxel (Voir figure 22) et nous avons mesuré la qualité des maillages produits en utilisant les métriques disponibles dans la librairie Verdict [3]. Ces résultats sont montrés dans le tableau 2.



FIGURE 22. Surface reconstruite Bunny de Standford

		Métriques						
	Méthodes	No. triangles	Rapport largeur/hauteur	Angle Maximal	Angle minimal			
	Marching Cubes	$2 \ 407 \ 556$	1.91023	90.3798°	$32.8071\degree$			
	Dual Contouring	$187 \ 224$	1.37719	87.9878°	$44.342\degree$			
	Valeurs de référence [*]	-	1.3	60°-90°	30°-60°			

TABLE 2. Comparaison entre Marching Cubes et Dual Contouring pour le nombre des triangles produites et pour trois critères de qualité des maillages. (*) Valeurs de référence fournis par [3]

Le rapport largeur/hauteur reflète le niveau d'allongement des triangles dans le maillage. Les mesures d'angle maximal et minimal mesurent à quel point les triangles sont équilatères. Les résultats obtenus montrent clairement que notre méthode génère moins de triangles dégénérés qu'une approche par Marching Cubes sans avoir besoin de réparer le maillage. De plus, une méthode duale génère huit fois moins de triangles qu'une approche par Marching cubes. La seule exception est l'algorithme de extended marching cubes qui utilise un octree mais qui a besoin d'appliquer une technique de patch cracking pour fermer le maillage (voir la section 2.2).

Le résultat produit par l'application de notre algorithme sur un volume cochléaire extraite à partir des quatre images de référence est présenté dans l'image 23.



FIGURE 23. Volume cochléaire à partir d'une image de référence

A cause de l'approche duale, les maillages extraits contiennent des facettes quadrangulaires dans les zones où les cellules sont au même niveau dans l'octree et des facettes triangulaires dans les régions où se rencontrent des cellules qui appartiennent aux différents niveaux de profondeur. Nous pouvons observer que le maillage produit est plus dense sur les parties où il y a plus des des variations dans la surface (coin supérieur et inférieur) et moins dense au centre où il y a moins d'irrégularités dans la surface.

Un autre avantage de notre méthode concerne l'utilisation de la courbure qui permet de représenter les formes générales du volume sans avoir besoin d'une résolution très élevée. Avec une résolution modérée et avec l'utilisation de la courbure pour réaliser une bonne localisation des sommets duaux à l'intérieur des cellules nous pouvons bien approcher les caractéristiques principales du volume. Sur la figure 24 nous voyons la comparaison entre un volume calculé pour une résolution très basse sans localisation des sommets 24(a) et avec la même résolution mais en utilisant la localisation des sommets 24(b).



FIGURE 24. Avec un coupe du volume en noir et la surface en gris. (a) Surface sans localisation de sommets, (b) Surface lissée à cause de la localisation de sommets

8 Conclusions et perspectives

Dans ce travail, nous avons mis en place une chaîne complète pour reconstruire une surface multirésolution à partir d'un empilement d'images de très grandes dimensions : gestion de très grandes images, segmentation des images, construction d'un octree généralisé, reconstruction de la surface. Nous avons utilisé une approche dual contouring pour générer des maillages à partir d'un volume discret. Les résultats obtenus montrent que l'approche est utilisable dans ce contexte et qu'une bonne approximation d'un volume discret est possible. De plus, nous avons testé l'utilisation d'un octree généralisé dans l'étape de la division d'un volume discret.

Un critère pour déterminer si une cellule génère une ambiguïté topologique dans le domaine discret a été proposé. De plus, nous avons exploré l'utilisation de la courbure pour estimer la localisation des sommets duaux à l'intérieur des cellules.

Dans le cadre du projet visant à reconstruire un modèle de l'oreille interne avec une très grande précision, plusieurs points peuvent encore être améliorés. D'une part, les maillages générés sont encore denses sur les zones planes du volume. Un mécanisme de fusion de sommets (vertex clustering) au niveau de l'octree peut être ajouté afin de simplifier l'octree avant l'étape de polygonalisation. D'autre part, l'algorithme de localisation des sommets duaux dépend d'une extraction initiale de la frontière du volume à l'intérieur d'une cellule et du calcul de courbure tout au long de cette frontière. Un échantillonnage adapté, basé sur les propriétés des images pourrait améliorer la performance de la solution globale. Pour gérer correctement les configurations ambiguës générées par l'algorithme Dual Contouring, une extension naturelle sera d'adapter une méthode de type "Manifold Dual Contouring".

Références

- 3-d virtual model of a human temporal bone, eaton-peabody laboratory of auditory physiology. Website (2010), http://research.meei.harvard.edu/otopathology/ 3dmodels/temporal_bone.html
- Free image processing system (vips). Website (2010), http://www.vips.ecs. soton.ac.uk
- Geometry and mesh generation toolkit (verdict). Website (2010), http://cubit. sandia.gov/verdict.html
- 4. Insight toolkit, kitware inc. Website (2010), http://www.itk.org/
- Multi-platform data analysis and visualization application, kitware inc. Website (2010), http://www.paraview.org/
- Open computer vision library (opency). Website (2010), http://sourceforge. net/projects/opencylibrary/
- 7. Virual microscope nanozoomer, hammamatsu. Website (2010), http://sales. hammamatsu.com/en/products/system-division/virtual-microscopy.php
- 8. Visualization toolkit, kitware inc. Website (2010), http://www.vtk.org/
- Ho, C.C., Chen, B.Y., Ouhyoung, M., Chen, J.H. : Extended cubical marching squares for surface extraction from various kinds of volumetric structure. ACM SIGGRAPH 2006 Research posters on - SIGGRAPH '06 d, 165 (2006)
- Ho, C.c., Wu, F.c., Chen, B.y., Chuang, Y.y., Ouhyoung, M. : Cubical Marching Squares : Adaptive Feature Preserving Surface Extraction from Volume Data. Computer Graphics Forum 24(3), 537-545 (2005)
- Ju, T., Losasso, F., Schaefer, S., Warren, J. : Dual contouring of hermite data. In : Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. vol. pages, pp. 339–346. ACM New York, NY, USA (2002)
- Kobbelt, L., Botsch, M., Schwanecke, U., Seidel, H. : Feature sensitive surface extraction from volume data. In : Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. vol. D, pp. 57–66. ACM New York, NY, USA (2001)
- Latecki, L. : 3D well-composed pictures. Graphical Models and Image Processing 59(3), 164-172 (1997)
- 14. Lindstrom, P. : Out-of-core simplification of large polygonal models. Proceedings of the 27th annual conference on pp. 259-262 (2000)
- Lorensen, W.E., Cline, H.E., Company, G.E. : Marching cubes : A high resolution 3d surface construction algorithm , volume 21, number 4, july 1987. Computer Graphics (4), 163-169

- 16. Nielson, G.M.: Dual Marching Cubes. IEEE Visualization (2004)
- 17. Perry, R., Frisken, S. : Kizamu : A system for sculpting digital characters. Proceedings of the 28th annual conference pp. 47–56 (2001)
- Pottmann, H., Wallner, J., Huang, Q., Yang, Y. : Integral invariants for robust geometry processing. Computer Aided Geometric Design 26(1), 37-60 (2009)
- Schaefer, S., Warren, J. : Dual Marching Cubes : primal contouring of dual grids. In : Computer Graphics Forum. vol. 24, pp. 195-201 (2005)
- 20. Schaefer, S., Ju, T., Warren, J. : Manifold dual contouring. IEEE transactions on visualization and computer graphics 13(3), 610
- Shu, R., Zhou, C., Kankanhalli, M.S. : Adaptive marching cubes. The Visual Computer 11(4), 202–217 (Apr 1995)
- 22. Siqueira, M. : Making 3D binary digital images well-composed. Tech. rep., University of Pennsylvania (2004)
- Varadhan, G., Krishnan, S., Sriram, T., Manocha, D.: Topology preserving surface extraction using adaptive subdivision. Proceedings of the 2004 Eurographics/ACM SIGGRAPH symposium on Geometry processing - SGP '04 p. 235 (2004)
- Zhang, N., Hong, W., Kaufman, A. : Dual contouring with topology-preserving simplification using enhanced cell representation. In : IEEE Visualization. pp. 505– 512 (2004)
- Zhang, Y., Bajaj, C. : Adaptive and Quality Quadrilateral/Hexahedral Meshing from Volumetric Data. Computer methods in applied mechanics and engineering 195(9), 942-960 (Feb 2006)
- Zhang, Y., Hughes, T., Bajaj, C. : An automatic 3D mesh generation method for domains with multiple materials. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (2009)