

# Reconstruction dynamique de surface par convection géométrique

Rémi Allègre<sup>\*,\*\*</sup> — Raphaëlle Chaine<sup>\*</sup> — Samir Akkouche<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> LIRIS UMR CNRS 5205

Université de Lyon, Université Claude Bernard Lyon 1, France  
{remi.allegre, raphaelle.chaine, samir.akkouche}@liris.cnrs.fr

<sup>\*\*</sup> Actuellement au LSIT UMR CNRS 7005

Université Louis Pasteur Strasbourg 1, France  
remi.allegre@lsiit.u-strasbg.fr

---

*RÉSUMÉ.* Dans cet article, nous présentons une méthode de reconstruction de surface sélective et évolutive à partir d'un nuage de points, qui permet de produire une surface triangulée simplifiée et de la mettre à jour dynamiquement. Cette méthode s'appuie sur un algorithme de convection géométrique et constitue une extension de l'approche dynamique introduite dans (Allègre et al., 2005). Nous présentons une nouvelle structure de données permettant d'accélérer de manière significative l'algorithme original de reconstruction sélective pour traiter des nuages de plusieurs millions de points efficacement. Nous montrons également comment contrôler la qualité des maillages reconstruits. Dans le processus de reconstruction sélective, la méthode proposée permet également de tenir compte d'attributs tels que la couleur.

*ABSTRACT.* In this paper, we present a selective and evolutive method for reconstructing a surface from a point cloud that makes it possible to produce a simplified triangulated surface and to update it dynamically in an efficient manner. This method is based on a geometric convection algorithm and extends recent work on dynamic surface reconstruction introduced in (Allègre et al., 2005). We present a new data structure that significantly speeds up the original selective reconstruction algorithm and makes it possible to handle point set models with millions of sample points efficiently. We also show how to control the quality of the resulting meshes. The proposed method can also take into account some attributes like color in the selective reconstruction process.

*MOTS-CLÉS :* reconstruction de surface, simplification de nuages de points, convection géométrique, correction dynamique.

*KEYWORDS:* surface reconstruction, point set simplification, geometric convection, dynamic correction.

## 1. Introduction

Les progrès de l'acquisition 3D ont conduit au développement de techniques de modélisation géométrique à partir d'un ensemble de points échantillonnant une surface. La *reconstruction de surface* est ainsi devenue une technologie importante dans de nombreux domaines d'application, tels que le design industriel, l'imagerie médicale ou les systèmes d'information géographique. Un autre domaine d'application concerne l'étude et la conservation du patrimoine historique et culturel. Les modèles géométriques 3D constituent alors un support privilégié pour l'analyse de la forme et des détails des objets, ainsi que pour la diffusion de la connaissance par la mise à disposition des modèles dans des bases de données ou des musées virtuels accessibles par internet.

Etant donné un ensemble de points  $P \subset \mathbb{R}^3$  échantillonnés sur une surface  $S$ , la reconstruction de surface a pour objet le calcul d'un modèle géométrique de  $S$  à partir de  $P$ . Ce modèle de surface peut être représenté de manière implicite, comme l'ensemble des zéros d'une fonction  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ , ou bien par sa frontière, sous la forme d'une surface triangulée, d'une surface spline ou NURBS, ou d'une surface de subdivision. Le modèle doit le plus possible respecter les propriétés géométriques et topologiques de  $S$ .

Dans cet article, nous nous positionnons dans le cadre des méthodes de reconstruction de surface par triangulation. Celles-ci sont de nature combinatoire, et produisent directement une surface triangulée interpolant les points de données en entrée. De par leur très grande précision, les dispositifs d'acquisition actuels peuvent générer plusieurs millions de points pour des objets complexes comme des œuvres d'art (Levoy *et al.*, 2000). Ces données présentent une redondance importante d'un point de vue géométrique, dans la mesure où la densité locale de l'échantillon est souvent supérieure à celle nécessaire à une reconstruction correcte géométriquement et topologiquement (Amenta *et al.*, 1998). Cette redondance est inhérente aux procédés d'acquisition, qui échantillonnent la surface des objets sur des grilles régulières. En outre, les applications courantes de visualisation, de modélisation ou d'indexation requièrent des modèles polygonaux de taille réduite, ou multirésolutions. Le problème de l'analyse de la pertinence des données acquises et de leur simplification se pose donc naturellement.

### 1.1. Travaux antérieurs

La chaîne de traitement classique pour produire des modèles maillés simplifiés consiste à d'abord reconstruire une surface triangulée incorporant tous les points avant d'appliquer un algorithme de simplification de maillage (Garland *et al.*, 1997; Lindstrom, 2000; Cohen-Steiner *et al.*, 2004). Cependant, le coût en temps et en mémoire de cette approche peut s'avérer prohibitif si des relations d'adjacence sont préalablement établies pour tous les points en entrée. Une autre solution consiste à simplifier des données avant de reconstruire une surface. Les algorithmes de simplifica-

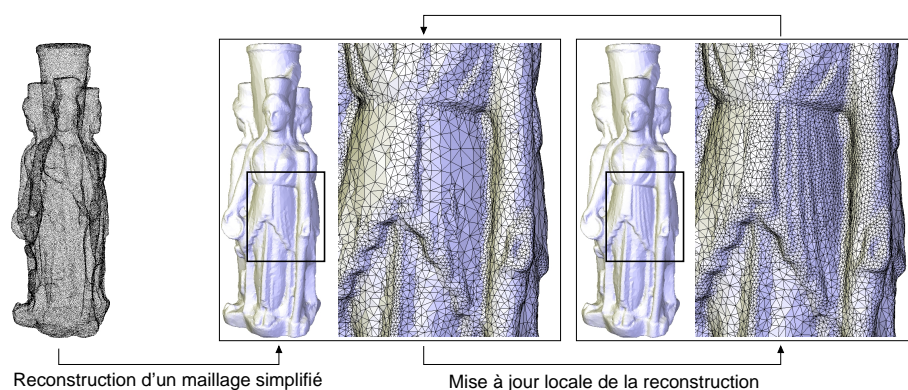
tion de nuages de points sont destinés à extraire les données pertinentes de manière à accélérer le processus de reconstruction. Ces algorithmes procèdent soit par sous-échantillonnage (Dey *et al.*, 2001a; Linsen, 2001; Alexa *et al.*, 2001; Moenning *et al.*, 2003) soit par rééchantillonnage (Dey *et al.*, 2001b; Pauly *et al.*, 2002; Moenning *et al.*, 2004). Ils nécessitent en général des connaissances globales sur la surface à reconstruire, telles que des normales orientées, ou bien une approximation du LFS<sup>1</sup> obtenue à partir d'une triangulation de Delaunay des points en entrée. Dans le cas où les normales ne sont pas fournies, ou bien lorsqu'une approximation du LFS doit être calculée, la simplification du nuage de points devient aussi coûteuse que la reconstruction de surface à partir de tous les points. Des méthodes progressives permettant d'obtenir directement une surface reconstruite en filtrant les données redondantes ont également été développées. Boissonnat et Cazals (2001) ont proposé une méthode de reconstruction de surface incrémentale qui enrichit un sous-ensemble des données de départ en minimisant la distance entre une surface triangulée interpolant cet ensemble de points et une surface implicite définie par interpolation des voisins naturels. Boissonnat et Oudot (2003, 2004) ont revisité la technique d'échantillonnage de surface de Chew (1993) pour générer une triangulation optimale d'une surface implicite ou d'un polyèdre, en considérant le LFS et la notion de triangulation de Delaunay restreinte. Pour produire une telle triangulation à partir d'un nuage de points, ils utilisent une représentation implicite locale définie par un opérateur de projection (Adamson *et al.*, 2003). Ces deux méthodes s'appuient sur des connaissances globales sur la surface. Ohtake *et al.* (2005) ont proposé un algorithme permettant de rééchantillonner un nuage de points pour tendre vers un échantillon optimal en fonction de la courbure locale. Une procédure de triangulation locale spécifique lui est associée. Au contraire des précédents, cet algorithme ne nécessite pas de connaissances globales sur la surface. Cependant les résultats produits par ces méthodes restent figés, la surface reconstruite ne pouvant pas être mise à jour facilement, en particulier pour le retrait de données. Or, il peut être intéressant de pouvoir faire évoluer la reconstruction si le niveau de détail nécessite d'être réduit, ou bien si de nouvelles données deviennent disponibles.

Pour s'affranchir des limites des méthodes précédentes, nous avons introduit dans (Allègre *et al.*, 2005) une méthode flexible de reconstruction de surface par triangulation permettant de filtrer les données pour produire directement une surface triangulée simplifiée à partir d'un nuage de points dense et de la faire évoluer dynamiquement (figure 1). Notre méthode s'appuie sur un algorithme de convection géométrique (Chaine, 2003) dont le support est une triangulation de Delaunay 3D (Cazals *et al.*, 2004). Nous avons étendu cet algorithme de manière à rendre la reconstruction *sélective* et *évolutive a posteriori*. L'établissement de relations de connectivité est limité à un sous-ensemble pertinent de points sélectionné à la volée, et le niveau de détail de la reconstruction peut être modifié localement sans réinitialiser le processus, de manière interactive ou automatique, étant donné des contraintes locales particu-

---

1. Le *Local Feature Size* en un point d'une surface est la distance euclidienne minimale qui le sépare de l'axe médian de la surface (Amenta *et al.*, 1998). Il constitue une mesure d'épaisseur locale de l'objet.

lières d'échantillonnage ou de qualité des triangles. Cette méthode permet de réduire de manière significative la redondance des données de départ tout en préservant la forme et la topologie des objets. La possibilité de mettre ensuite à jour la reconstruction est particulièrement intéressante dans le cadre d'applications de visualisation, pour la transmission progressive de données géométriques sur les réseaux, ou pour la fusion de données issues de différentes sources d'acquisition. La méthode présentée dans (Allègre *et al.*, 2005) manque cependant d'une structure de données adaptée pour traiter efficacement des nuages de points de taille importante.



**Figure 1.** Les étapes de reconstruction du modèle TRIPLE HECATE (90.1k points). A partir d'un ensemble de points dense, nous reconstruisons directement une surface triangulée simplifiée (au centre, 30.8k points, 15 secondes). Bénéficiant de la connaissance de cette reconstruction initiale, celle-ci peut ensuite évoluer dynamiquement de manière à modifier le niveau de détail, ou améliorer la qualité du maillage localement. Ici, le drapé d'une robe a été raffiné (à droite, 34.2k points, 3 secondes)

## 1.2. Contributions

Dans cet article, nous proposons une nouvelle structure de données et un algorithme accéléré permettant une mise en œuvre efficace de notre méthode de reconstruction pour des échantillons de plusieurs millions de points par l'utilisation d'une triangulation de Delaunay partielle évolutive des données. Dans la section 2, nous commençons par rappeler l'algorithme de reconstruction de surface par convection géométrique sur lequel s'appuie notre méthode. Nous en proposons une lecture en termes de prédicats et de requêtes que nous utilisons ensuite pour analyser l'algorithme sélectif. Nous discutons également de l'intérêt de la convection géométrique pour développer une approche dynamique. Dans la section 3, nous rappelons l'algorithme de reconstruction sélective. Nous introduisons un nouveau moyen de contrôle de la simplification permettant d'obtenir directement des maillages de qualité. Nous analysons ensuite l'algorithme afin de dégager les éléments nécessitant une attention particulière pour l'élaboration d'une structure de données adaptée et d'un algorithme

accélééré. La section 4 présente cette structure et cet algorithme en détails. Nous présentons enfin quelques résultats expérimentaux dans la section 5. Nous proposons une manière de simplifier les données en tenant compte d'attributs définis en chaque point tels que la couleur, ce qui permet de produire des maillages simplifiés dans lesquels les discontinuités de couleur liées à des motifs sont préservées.

## 2. L'algorithme de convection géométrique

### 2.1. Schéma de convection

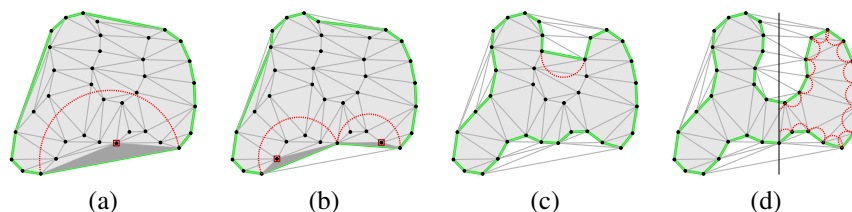
L'algorithme de convection géométrique est un algorithme de reconstruction de surface de nature combinatoire qui procède par filtrage de la triangulation de Delaunay d'un ensemble de points échantillonnant une surface lisse. Cette méthode présente des similarités avec l'algorithme Wrap (Edelsbrunner, 2002) et le Flow Complex (Giesen *et al.*, 2003). Le filtrage est guidé par un *schéma de convection* dont l'intérêt pour la reconstruction de surface a été mis en évidence dans une méthode reposant sur une formulation implicite de type level set (Zhao *et al.*, 2001). Le schéma de convection consiste à contracter une surface englobant l'échantillon de points sous l'influence du champ de gradient d'une fonction de distance au point de l'échantillon le plus proche. Ce processus résulte en une surface triangulée fermée orientée qui constitue un sous-ensemble de la triangulation de Delaunay de l'échantillon de points en entrée, caractérisé par une *propriété de Gabriel orientée*. Cela signifie que pour toute facette, la demi-sphère diamétrale (i.e. la plus petite demi-sphère contenant la facette) orientée vers l'intérieur de la surface, ou demi-sphère de Gabriel, est vide de tout point de l'échantillon.

### 2.2. Algorithme de reconstruction

Soit  $P \subset \mathbb{R}^3$  l'échantillon de points et  $\hat{S}$  la surface en convection. Le schéma de convection peut être complètement réalisé à travers la triangulation de Delaunay de  $P$  en retirant les facettes qui ne vérifient pas la propriété de Gabriel orientée selon un processus itératif de sculpture à partir de l'enveloppe convexe de  $P$ . L'algorithme est illustré en deux dimensions par la figure 2. La surface  $\hat{S}$  est une surface triangulée fermée maintenue à chaque étape du processus, toutes les facettes orientées vers l'intérieur de la surface. L'évolution géométrique de  $\hat{S}$  au cours du processus de convection est guidée localement par un prédicat géométrique `GabrielOrienté` et une requête géométrique `SommetDelaunay` définis comme suit :

`GabrielOrienté(Facette pqr)` Etant donné une facette orientée **pqr**, teste si elle satisfait la propriété de Gabriel orientée.

`SommetDelaunay(Facette pqr)` Etant donné une facette orientée **pqr**, retourne le point  $s \in P$  tel que **pqrs** forme un tétraèdre de Delaunay dans le demi-espace situé au-dessus du plan de **pqr**.



**Figure 2.** Convection géométrique vers un ensemble de points 2D. En (a), la courbe est initialisée sur l’enveloppe convexe de l’ensemble de points. L’arête courante, circonscrite par une demi-sphère de Gabriel non vide, forme un triangle de Delaunay (gris foncé) avec le point. Ce triangle devient externe, la courbe est mise à jour en (b), et celle-ci continue de se contracter. En (c), une arête bloquant une poche est détectée ; elle sera forcée. Le résultat apparaît en (d) avec des demi-sphères de Gabriel vides

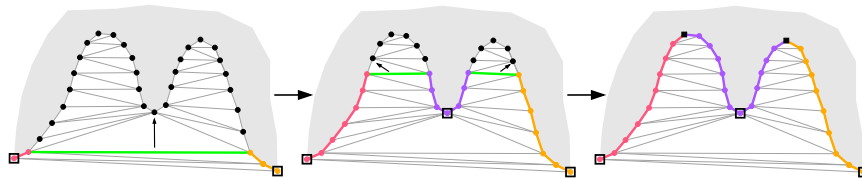
Le demi-espace situé au-dessus du plan d’une facette est celui qui fait face à l’intérieur de la surface. Deux facettes qui se rencontrent peuvent *s’effondrer* localement, ce qui peut entraîner un changement topologique de celle-ci, comme la création d’une poignée ou d’une nouvelle composante connexe. En présence de cavités appelées *poches* plus larges que les demi-sphères de Gabriel associées aux facettes de la surface, le processus de convection peut s’arrêter prématurément. Si l’échantillon de points est suffisamment dense, une étude géométrique locale permet de poursuivre le processus de convection localement, par exemple en comparant la taille des facettes bloquantes avec la densité locale. Une solution plus globale consiste à considérer un critère de persistance topologique (Edelsbrunner, 2002; Giesen *et al.*, 2003).

### 2.3. Complexité

En supposant que la triangulation de Delaunay de l’échantillon de points a été construite, le prédicat `GabrielOrienté` et la requête `SommetDelaunay` sont tous deux évalués en temps constant, et la complexité de l’algorithme est linéaire par rapport au nombre de cellules de Delaunay traversées par la surface. Ce nombre dépend à la fois de la forme de la surface et de son échantillonnage. Rappelons que la triangulation de Delaunay d’un échantillon de points peut être calculée en temps  $O(n \log n)$  où  $n$  est le nombre de points de l’échantillon, en mettant en œuvre un algorithme incrémental randomisé (DeVillers, 2002), et dans le cas où toutes les triangulations intermédiaires ont une taille linéaire. Dans le pire cas, le coût de cette construction est en  $O(n^2)$ . Pour un  $\varepsilon$ -échantillon localement uniforme, le nombre de tétraèdres de la triangulation de Delaunay est presque linéaire par rapport à  $n$  (Attali *et al.*, 2003). Concernant le coût de la convection géométrique elle-même, celle-ci visite au pire tous les tétraèdres de la triangulation de Delaunay, comme par exemple dans le cas de surfaces à bord. Sa complexité est donc en  $O(m)$  où  $m$  est le nombre de tétraèdres de la triangulation de Delaunay considérée.

#### 2.4. Propriétés utiles en vue d'une approche dynamique

Rappelons que notre objectif est de se doter d'un cadre flexible de reconstruction de surface, d'une part, en simplifiant les données à la volée, et d'autre part, en offrant la possibilité de mettre à jour la surface reconstruite de manière dynamique et incrémentale. L'algorithme de convection géométrique offre des propriétés intéressantes dans ce sens. Tout d'abord, la localité et l'indépendance des opérations qui permettent de faire converger la surface font que l'algorithme ne nécessite pas forcément de construire une triangulation de Delaunay de la totalité des points. C'est un avantage important pour traiter des données dont on ne retiendra qu'une fraction. La manière dont se construisent les facettes de la surface définitive est en outre favorable à la simplification de l'échantillon de points dans la mesure où celle-ci correspond localement à l'avancée d'un front (figure 3). La surface n'est ainsi pas découverte de manière désordonnée, mais par patches, ce qui constitue une propriété intéressante pour contrôler la distribution de l'échantillon dans le cadre de la simplification. Nous allons discuter en détail de ce point dans la section suivante. Concernant l'aspect dynamique et incrémental, le fait que l'algorithme ne repose pas sur une heuristique globale permet d'envisager un algorithme de mise à jour relançant le processus de convection géométrique localement suite à une modification des données.



**Figure 3.** Construction du graphe de voisinage sur une courbe au cours de trois étapes d'un processus de reconstruction par convection géométrique en 2D. Les points germes sont entourés d'un carré, et chaque front de propagation créé apparaît avec un type de trait particulier. Les différents fronts fusionnent au fond des concavités

### 3. Reconstruction sélective et mise à jour locale

A partir d'un échantillon de points très dense, l'objectif de la reconstruction sélective est de produire une surface triangulée simplifiée restant proche de la surface échantillonnée, avec une certaine tolérance d'erreur, en adaptant la densité d'échantillonnage à la géométrie locale.

A chaque fois qu'un nouveau point  $\mathbf{p} \in P$  est incorporé dans la surface en convection  $\hat{S}$ , l'idée est de retirer les points de  $P$  n'appartenant pas à  $\hat{S}$  dans un voisinage circulaire autour de  $\mathbf{p}$  dont le rayon reflète la géométrie locale. L'information géométrique portée par  $\mathbf{p}$  doit être suffisamment représentative de la position des points de ce voisinage. L'algorithme de reconstruction sélective s'appuie par conséquent sur une procédure qui, étant donné un point de l'échantillon, détecte et retire tous les points

dans son voisinage qui ne sont pas significatifs d'un point de vue géométrique. La redondance est caractérisée par un rayon qui s'adapte à la courbure et à l'épaisseur locale du solide borné par la surface échantillonnée, appelé *rayon de simplification*. En pratique, ce rayon de simplification est calculé d'après une *mesure d'épaisseur locale*.

### 3.1. Mesure d'épaisseur locale

L'épaisseur locale du solide borné par la surface échantillonnée est estimée en un point  $\mathbf{p} \in P$  en considérant deux types de critères : un critère de redondance géométrique  $C_{geom}$  et un critère topologique  $C_{topo}$ . La mesure de l'épaisseur locale consiste à construire un voisinage surfacique autour de  $\mathbf{p}$  en faisant croître une région par ajout de ses plus proches voisins dans l'ordre de leur distance à  $\mathbf{p}$ . Le  $i^e$  plus proche voisin de  $\mathbf{p}$  sera désigné par  $\mathbf{p}_i$ . Un point  $\mathbf{p}_i$  remplissant à la fois  $C_{geom}$  et  $C_{topo}$  est intégré au voisinage, et le processus de croissance s'arrête dès que l'une de ces conditions n'est pas vérifiée. Le rayon du voisinage obtenu est l'épaisseur locale au point  $\mathbf{p}$ , notée  $\tilde{e}(\mathbf{p})$ .

Le critère de redondance géométrique (figure 4(a)) mesure la courbure locale en considérant l'angle entre les normales. Un point  $\mathbf{p}_i$  remplira le critère d'approximation géométrique si et seulement si la condition suivante est vérifiée :

$$(C_{geom}) \quad |\mathbf{n}(\mathbf{p}_i) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{p})| > \rho_{geom}, \quad \rho_{geom} \in ]0,1]$$

Soient  $\mathcal{B}(\mathbf{p})$  la boule englobant l'ensemble des plus proches voisins de  $\mathbf{p}$  vérifiant le critère  $C_{geom}$  et  $r(\mathbf{p})$  son rayon. Le critère topologique (figure 4(b)) doit assurer que la boule  $\mathcal{B}(\mathbf{p})$  contient seulement les points qui appartiennent au disque topologique de  $\mathbf{p}$  sur  $S$ . Un point  $\mathbf{p}_i$  vérifiera le critère topologique si et seulement si la condition suivante est satisfaite :

$$(C_{topo}) \quad |\mathbf{n}(\mathbf{p}_i) \cdot \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}_i}{\|\mathbf{p} - \mathbf{p}_i\|}| < \rho_{topo}, \quad \rho_{topo} \in ]0,1]$$

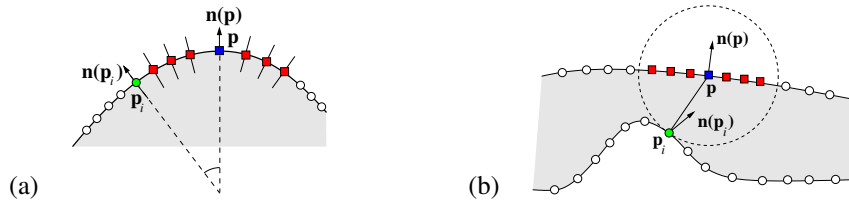
Ce critère repose sur l'observation suivante. Si  $\mathcal{B}(\mathbf{p})$  touche une autre partie de  $S$  en un point  $\mathbf{p}_i$ , alors  $\mathcal{B}(\mathbf{p})$  devient tangente à  $S$  en  $\mathbf{p}_i$  sous l'hypothèse  $P = S$ , ce qui entraîne que  $\mathbf{n}(\mathbf{p}_i)$  et  $\frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}_i}{\|\mathbf{p} - \mathbf{p}_i\|}$  deviennent colinéaires. La transposition discrète nécessite que  $P$  reflète le LFS. La valeur de  $\rho_{topo}$  dépend alors des conditions d'échantillonnage, à partir desquelles pourraient être établies des bornes théoriques pour ce paramètre. En pratique, pour les nuages de points très denses que nous manipulons, nous fixons  $\rho_{topo}$  à une valeur de 0.9.

### 3.2. Contrôle de la simplification

Nous calculons le rayon de simplification en un point  $\mathbf{p} \in P$  comme une fraction de l'épaisseur locale en ce point :

$$r_{simp}(\mathbf{p}) = \alpha \cdot \tilde{e}(\mathbf{p})$$





**Figure 4.** Illustration du critère géométrique (a), et du critère topologique (b) au voisinage d'un point  $\mathbf{p}$ . En (a), un point  $\mathbf{p}_i$  avec une normale  $\mathbf{n}(\mathbf{p}_i)$  satisfait le critère géométrique si  $|\mathbf{n}(\mathbf{p}_i) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{p})| > \rho_{geom}$ . En (b),  $\mathbf{p}_i$  est le premier point qui n'appartient pas au disque topologique de  $\mathbf{p}$ . L'angle entre la normale  $\mathbf{n}(\mathbf{p}_i)$  et l'arête  $\mathbf{pp}_i$  est petit si  $P$  est suffisamment dense

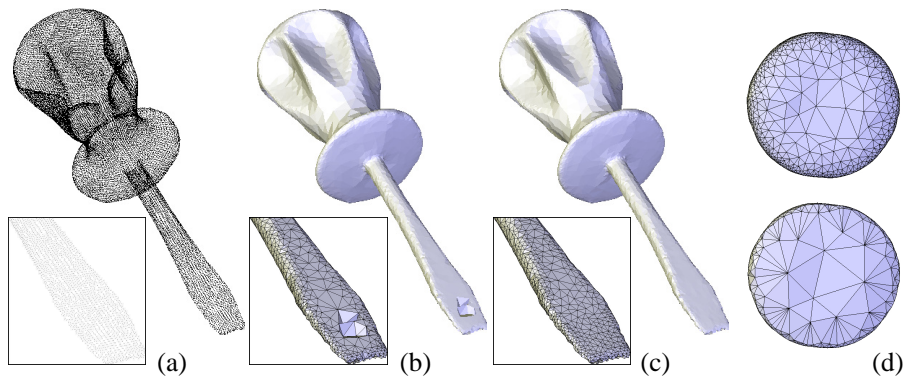
L'épaisseur locale contrôle le niveau de redondance toléré dans le voisinage du point  $\mathbf{p}$ , déterminé par la valeur du paramètre  $\rho_{geom}$ . Nous introduisons dans cet article le coefficient  $\alpha \in [0, 1]$  qui contrôle la densité de l'échantillon résultant de la reconstruction sélective, et sa distribution à proximité des régions de forte courbure. Nous appelons *facteur d'anticipation* ce facteur, dont l'influence est illustrée par la figure 5(d). Lorsque  $\alpha = 1$ , on peut observer qu'à proximité des régions de la surface où la courbure change rapidement, la densité de l'échantillon change de manière abrupte, ce qui conduit à la formation de triangles aplatis et de sommets de valence élevée, peu favorables à certains traitements comme la compression par exemple. Choisir une valeur de  $\alpha$  inférieure permet d'anticiper sur ces variations dans le processus de sous-échantillonnage, pour obtenir un gradient continu de densité à proximité des régions de forte courbure. L'échantillon résultant devient ainsi presque uniforme localement, et les triangles de forme compacte. Nous avons utilisé la valeur  $\alpha = 0.5$  dans tous nos tests, cette valeur fournissant un bon compromis entre densité et qualité des triangles. Il est ainsi possible d'obtenir directement un maillage de qualité sans qu'il soit nécessaire d'améliorer la qualité du maillage par la suite.

La figure 5 illustre l'intérêt de combiner les rayons géométrique et topologique dans la mesure d'épaisseur locale sur le modèle SCREWDRIVER. La figure 6 illustre l'application de l'algorithme sur le modèle APHRODITE avec différentes valeurs pour le paramètre  $\rho_{geom}$ .

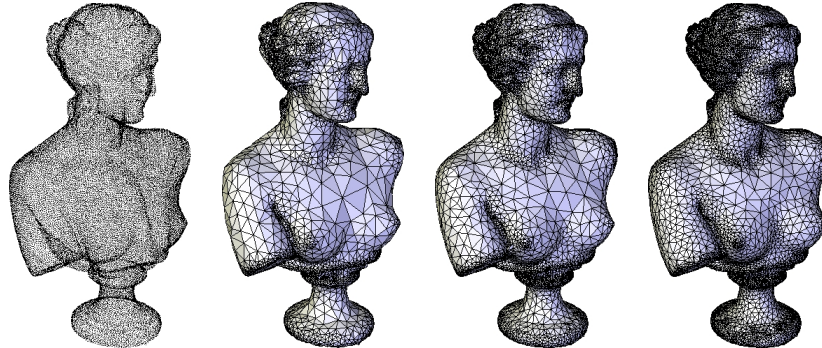
### 3.3. Analyse de l'algorithme : prédicats et requêtes

En plus du prédicat GabrielOrienté et de la requête SommetDelaunay précédemment définis, l'algorithme de reconstruction sélective nécessite une requête PointVoisin définie comme suit :

**PointVoisin(Point  $\mathbf{p}$ )** Etant donné un point  $\mathbf{p}$ , retourne incrémentalement les plus proches voisins de  $\mathbf{p}$  dans  $P$ , i.e. le  $i^{\text{ème}}$  point de  $P$  le plus proche de  $\mathbf{p}$  au  $i^{\text{ème}}$  appel.



**Figure 5.** Reconstruction sélective du modèle SCREWDRIVER. Le nuage de points du modèle original est montré en (a). La reconstruction en (b) utilise seulement le critère géométrique. Elle présente un défaut au niveau de la lame du tournevis dû à une perte d'information topologique. En (c), le critère topologique est activé, permettant de prévenir cette perte. En (d), la reconstruction en haut a été obtenue avec  $\alpha = 0.5$  et celle du bas avec  $\alpha = 1$



**Figure 6.** Reconstructions du modèle APHRODITE (à gauche, 46k points) avec différentes valeurs de  $\rho_{geom}$ , de gauche à droite : 0.65 (8.0k points), 0.8 (12.2k points) et 0.9 (17.8k points)

Si  $\hat{R} \subset P$  représente l'ensemble des points restants à un instant donné, alors `GabrielOrienté` et `PointVoisin` sont évalués dans  $\hat{R}$  à cet instant. Comme beaucoup de points peuvent être éliminés, construire la triangulation de Delaunay de tous les points en entrée peut être inutilement coûteux. Dans ce cas, d'autres prédicats et requêtes sont nécessaires pour permettre à la surface  $\hat{S}$  d'évoluer. L'évaluation de `GabrielOrienté` et `PointVoisin` nécessite maintenant une requête supplémentaire `PointsDemiSphère` et un prédicat `Conflit` définis comme suit :

**PointsDemiSphère(Facette  $\mathbf{pqr}$ )** Etant donné une facette orientée  $\mathbf{pqr}$ , retourne les points de  $\hat{R}$  situés dans la demi-sphère de Gabriel de  $\mathbf{pqr}$ .

**Conflit(Tétraèdre  $\mathbf{t}$ , Point  $\mathbf{p}$ )** Etant donné un tétraèdre  $\mathbf{t}$ , teste si un point  $\mathbf{p} \in \hat{R}$  entre *en conflit* avec  $\mathbf{t}$ . Un point  $\mathbf{p}$  entre en conflit avec un tétraèdre  $\mathbf{t}$  si et seulement si la sphère circonscrite de  $\mathbf{t}$  contient  $\mathbf{p}$ .

La question de l'évaluation efficace de `GabrielOrienté`, `SommetDelaunay` et `PointVoisin` se pose naturellement. Une structure de *kd*-arbre a été proposée dans (Allègre *et al.*, 2005) pour obtenir les points de l'échantillon situés dans la demi-sphère de Gabriel d'une facette ainsi que les plus proches voisins d'un point donné. Pour une facette qui ne satisfait pas `GabrielOrienté`, l'espace de recherche pour `SommetDelaunay` peut être réduit à sa demi-sphère de Gabriel. Cependant, ces demi-sphères peuvent contenir une partie importante de l'échantillon de points en entrée, en particulier au début du processus de reconstruction (voir par exemple la figure 2a). En outre, lorsque `GabrielOrienté` est satisfait et qu'une poche est détectée, l'espace de recherche pour `SommetDelaunay` peut s'étendre à tout le demi-espace au-dessus du plan de la facette.

La principale limite de l'algorithme en termes de performances est le manque de connaissances sur la partie inexplorée du domaine borné par la surface en convection. Pour traiter des données de taille importante, il apparaît donc nécessaire de structurer ce domaine afin de réduire la taille des espaces de requête. Dans la section 4, nous montrons que les performances peuvent être considérablement améliorées en faisant évoluer dynamiquement une triangulation de Delaunay partielle des données d'entrée.

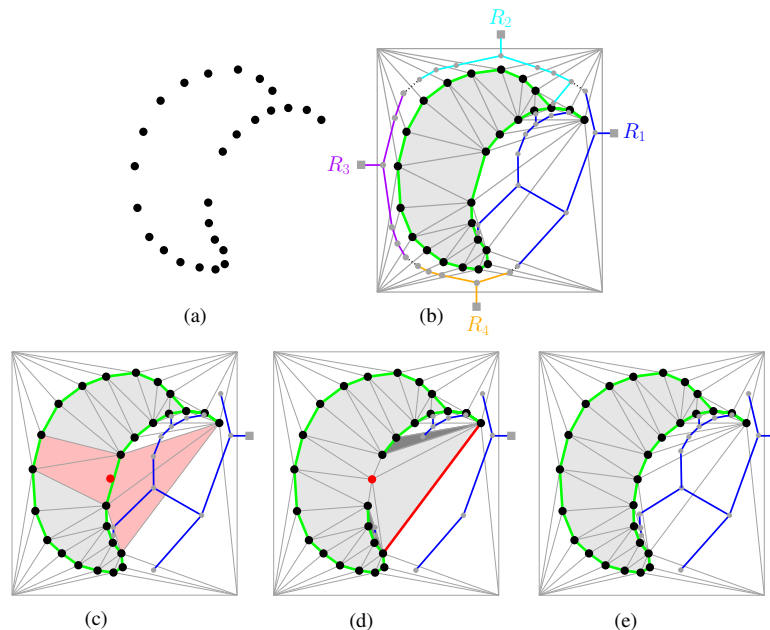
### 3.4. Mise à jour locale

La méthode de reconstruction de surface par convection géométrique, sélective ou non, peut être utilisée localement pour mettre à jour la surface reconstruite. La mise à jour locale est utile pour ajouter ou retirer des données, ou pour modifier le niveau de détail de la reconstruction. Nous avons proposé un algorithme de mise à jour locale d'une surface reconstruite par convection géométrique qui utilise la triangulation de Delaunay des points retenus dans la surface. Cette triangulation stocke des informations sur l'ordre relatif dans lequel les cellules de cette triangulation ont été traversées par la surface en convection. Lorsque des données sont insérées ou retirées, l'historique de reconstruction est localement invalidé dans une région de conflit, et la localité du processus de convection est exploitée pour mettre à jour la reconstruction et restaurer l'historique.

Durant le processus de reconstruction, la construction de la triangulation de Delaunay des points *retenus* permet de mettre à jour la surface reconstruite en ajoutant ou en retirant des points de manière dynamique. Cette fonctionnalité tire parti de la *relation de découverte* induite par le schéma de convection sur l'ensemble des cellules de la triangulation de Delaunay traversées par la surface. Cette relation est stockée dans les cellules visitées (figure 7). Quand on ajoute des points, ceux-ci entrent en

conflit avec un ensemble de cellules de la triangulation de Delaunay qui forment une région de conflit. Cette région est retriangulée et la relation de découverte entre les cellules est restaurée en relançant le processus de reconstruction à partir des facettes de sa frontière situées à l'extérieur de la surface courante. La surface peut reculer localement quand des cellules ne peuvent plus être découvertes dans la nouvelle configuration. Lorsque des points sont retirés, les cellules de la région de conflit sont les cellules attachées aux points à supprimer. L'algorithme de mise à jour locale est détaillé dans (Allègre *et al.*, 2005).

Pour modifier localement le niveau de détail d'une surface reconstruite, une région d'intérêt et une valeur locale du paramètre  $\rho_{geom}$  sont d'abord définies. Tous les points de l'échantillon supprimés dans cette région sont réhabilités et les cellules de la triangulation de Delaunay dont la sphère circonscrite intersecte la région d'intérêt forment la région de conflit. Le processus de reconstruction sélective est ensuite relancé comme décrit précédemment, en tenant compte de la valeur du paramètre local de simplification.



**Figure 7.** Mise à jour locale d'une courbe reconstruite par convection géométrique à partir d'un échantillon de points 2D (a). Le résultat de la reconstruction initiale est illustré en (b) avec les quatre relations de découverte sur les cellules de la triangulation de Delaunay traversées. En (c), un nouveau point (au centre) est inséré ; la région de conflit est constituée de l'ensemble des cellules rouges. En (d), la triangulation est mise à jour, brisant la relation  $R_1$  et donnant lieu à des cellules orphelines (en sombre) ; le processus de reconstruction relancé à partir de l'arête rouge. La courbe mise à jour, avec la relation  $R_1$  restaurée apparaît en (e)

## 4. Implantation efficace

### 4.1. Structure de données

Il s'agit maintenant de déterminer une structure de données appropriée pour répondre efficacement à `GabrielOrienté`, `SommetDelaunay` et `PointVoisin`. Une alternative à la triangulation de Delaunay consiste à recourir à une structure de localisation spatiale de type *kd*-arbre. Une structure de *kd*-arbre est adaptée à la recherche des plus proches voisins d'un point de l'échantillon de manière incrémentale, mais elle peut être lourde à mettre en œuvre pour répondre au prédicat `GabrielOrienté`, et n'est clairement pas adaptée aux requêtes `SommetDelaunay`. Notre solution consiste à combiner un *kd*-arbre avec la triangulation de Delaunay des points retenus dans la surface en convection. Nous enrichissons la partie inexplorée de cette triangulation avec des points *balises* qui contribuent à structurer ce domaine.

Considérons la triangulation de Delaunay des points retenus à une étape donnée du processus de reconstruction sélective. Chaque facette de la surface en convection est l'interface entre deux cellules ; nous appelons *cellule frontales* celle qui est située à l'intérieur de la surface. Les cellules frontales peuvent fournir des informations sur l'étendue du domaine inexploré. Cependant, la partie de leur sphère circonscrite située à l'intérieur de la surface peut recouvrir un domaine spatial plus grand que les demi-sphères de Gabriel. La triangulation de Delaunay des points retenus est par conséquent insuffisante pour réduire l'espace de recherche pour les requêtes géométriques impliquées dans l'algorithme de convection géométrique : des points supplémentaires sont nécessaires pour « casser » les grandes cellules frontales.

Nous partons d'un ensemble de points balises obtenus à partir d'une structure de *kd*-arbre avec un seuil sur le nombre maximum de points par feuille. Dans chaque cellule feuille, le point qui est le plus proche du centre de la cellule est retenu comme une balise. La triangulation de Delaunay  $\hat{D}$  de ces points est ensuite construite, et enrichie avec les sommets d'une boîte englobante alignée selon les axes de coordonnées. La surface est initialisée sur l'enveloppe convexe, i.e. à partir de la boîte englobante, et est directement supportée par la triangulation de Delaunay  $\hat{D}$ . Le processus de reconstruction peut être alors lancé en bénéficiant de cellules frontales plus petites qui vont aider à accélérer l'évaluation de `GabrielOrienté` et `SommetDelaunay`. En parallèle, les recherches spatiales sont déléguées à une structure de *kd*-arbre qui stocke l'ensemble de points.

### 4.2. Algorithme de reconstruction accéléré

L'algorithme accéléré met à jour dynamiquement la triangulation  $\hat{D}$  au cours du processus de reconstruction en insérant les points retenus et en retirant les points balises non retenus de manière à ce que ces derniers n'affectent pas le résultats. Nous exploitons ici la propriété que les cellules de Delaunay qui deviennent externes à la surface demeurent jusqu'à la fin du processus, ce qui n'est pas le cas des cellules in-

ternes. Les cellules externes sont naturellement protégées contre les insertions ou les retraits de sommets suivants.

Nous poursuivons avec les notations introduites précédemment pour décrire l'algorithme accéléré. La figure 8 illustre l'algorithme sur un échantillon de points en deux dimensions. Pour vérifier si une facette orientée  $\mathbf{pqr}$  de la surface  $\hat{S}$  vérifie `GabrielOrienté`, nous considérons sa cellule frontale  $\sigma$  dans la triangulation de Delaunay  $\hat{D}$  courante; sa sphère circonscrite est notée  $\mathcal{S}$ . Nous appelons *sommet frontal* le sommet de  $\sigma$  opposé à la facette  $\mathbf{pqr}$ ; sa position sera notée  $\mathbf{s}$ . La demi-sphère de Gabriel de la facette est finalement notée  $\mathcal{B}$ , et le demi-espace au-dessus du plan qui la supporte est noté  $\mathcal{H}$ . La première étape pour évaluer `GabrielOrienté` consiste à vérifier si  $\mathbf{s}$  se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur de  $\mathcal{B}$ .

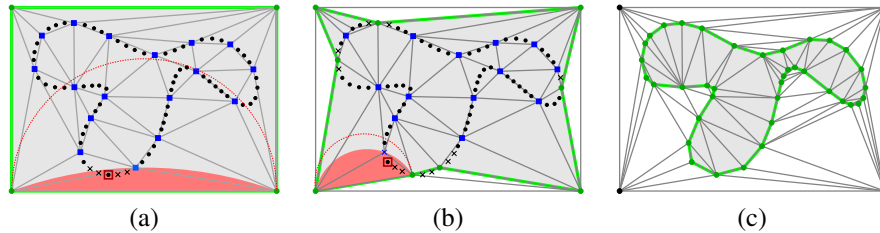
- Si  $\mathbf{s} \in \mathcal{B}$ , alors le prédicat `GabrielOrienté` n'est pas satisfait. La requête `SommetDelaunay` est alors effectuée dans  $(\hat{R}) \cap \mathcal{S} \cap \mathcal{H}$ , qui correspond à l'ensemble des points qui entrent en conflit avec  $\sigma$ . Si cet ensemble est vide, alors  $\mathbf{pqrs}$  forme un tétraèdre de Delaunay dans  $\hat{R}$ .

- Si  $\mathbf{s} \notin \mathcal{B}$ , il n'est pas garanti que `GabrielOrienté` soit satisfait. Pour évaluer ce prédicat, nous récupérons d'abord tous les points dans l'ensemble  $\hat{R} \cap \mathcal{B}$  par `PointsDemiSphère`. Si cet ensemble n'est pas vide, alors `GabrielOrienté` n'est pas satisfait et `SommetDelaunay` est ensuite effectué dans l'ensemble  $\hat{R} \cap \mathcal{B}$ .

Dans le cas où `GabrielOrienté` est satisfait mais qu'une poche est détectée, alors `SommetDelaunay` est effectuée dans l'ensemble de points  $\hat{R} \cap \mathcal{S} \cap \mathcal{H}$  qui entrent en conflit avec  $\sigma$ . Si cet ensemble est vide, alors  $\mathbf{pqrs}$  forme un tétraèdre de Delaunay dans  $\hat{R}$ .

À chaque fois qu'un nouveau tétraèdre de Delaunay est formé à partir d'une facette  $\mathbf{pqr}$  et d'un point  $\mathbf{x}$ , alors  $\mathbf{x}$  est inséré dans la triangulation de Delaunay  $\hat{D}$  à condition que  $\mathbf{x} \neq \mathbf{s}$ , puis la surface est mise à jour. Notons que toute facette attachée à des sommets de la boîte englobante doivent être ouvertes, c'est-à-dire que la requête `SommetDelaunay` doit être effectuée, même quand le prédicat `GabrielOrienté` est satisfait.

Nous discutons maintenant du choix des points balises. Le principal bénéfice de ces points est au début du processus, alors que les demi-sphères de Gabriel peuvent contenir un grand nombre de points de l'échantillon. À mesure que leur taille décroît, ce bénéfice diminue aussi, parce que la densité de ces points devient insuffisante. Cependant, les petites demi-sphères de Gabriel peuvent être traitées de manière efficace. Si cette densité est trop grande, alors beaucoup de temps peut être passé à retirer des points balises indésirables. Comme le taux de simplification final dépend beaucoup de la forme de la valeur de  $\rho_{geom}$ , le nombre optimal de points balises n'est pas facile à déterminer. En pratique, choisir un point de repère pour quelques milliers de points (entre 1k et 10k) est suffisant pour limiter les sphères circonscrites aux cellules frontales à quelques centaines de points dans le pire cas, et obtenir une accélération significative du processus de reconstruction.



**Figure 8.** Reconstruction sélective accélérée sur un échantillon de points 2D. En (a), une courbe englobant l'échantillon de points est initialisée sur une boîte englobante. Une triangulation de Delaunay a été construite à partir de ses sommets et d'un ensemble de balises (points carrés). L'arête courante a une demi-sphère de Gabriel non vide : le sommet frontal dans la triangulation se trouve à l'intérieur. Le point qui forme un triangle de Delaunay avec l'arête est recherché dans le disque circonscrit à la cellule frontale de la triangulation (le point entouré d'un carré). L'ensemble de points est alors simplifié localement autour du point retenu (les points en forme de croix sont éliminés). En (b), le point retenu a été inséré dans la triangulation et la courbe poursuit son évolution. Les facettes attachées aux sommets de la boîte englobante sont forcées. Le résultat final est présenté en (c)

## 5. Résultats expérimentaux

Nous avons implanté notre méthode de reconstruction sélective sous Linux à l'aide de la bibliothèque CGAL<sup>2</sup> (Fabri *et al.*, 2000) (Computational Geometry Algorithm Library). Nous avons recours à CGAL pour la construction et la mise à jour des triangulations de Delaunay et la construction des  $k$ d-arbres. Nous utilisons les prédicats filtrés pour la vérification robuste de la propriété de Gabriel orientée pour une facette (GabrielOrienté) et du critère de Delaunay pour un tétraèdre (Conflict).

Les figures 9, 10, 11, 12, 13 et 14 montrent des résultats de reconstructions sélectives sur divers échantillons de points. Les figures 15, 16 et 17 illustrent l'application de notre outil de correction interactive sur divers modèles. Les temps de calcul sont répertoriés dans les tableaux 1 et 2. Nous avons appliqué notre méthode à trois types de données :

- des échantillons de points issus de la fusion d'images de profondeur recalées par des méthodes telles que celles de Curless et Levoy (Curless *et al.*, 1996) ou de Rocchini *et al.* (2004) (figures 10, 12, 11) ;
- des échantillons de points provenant directement de l'union d'images de profondeur recalées (figure 9) ;
- des échantillons de points provenant de l'union d'images de profondeur avec position et couleur de chaque point l'espace RVB (figures 13 et 14).

2. <http://www.cgal.org>

Les données du premier type correspondent à l'échantillonnage d'une surface implicite approximant les données des images de profondeur sur une grille régulière avec une résolution proche de celle des images. Dans les autres cas, les données sont *brutes*, c'est-à-dire qu'elles n'ont pas subi de prétraitement.

Nous détaillons ci-dessous comment sont traitées les données avec couleur. Dans les sections suivantes, nous discutons de la qualité des maillages produits et des performances de la méthode.

### 5.1. Données avec couleur

Un échantillon de points peut être fourni avec un certain nombre d'attributs scalaires ou vectoriels, tels qu'une couleur en chaque point. La couleur peut notamment être intéressante pour restituer l'apparence visuelle des objets numérisés. En simplifiant les données, il est alors important d'en tenir compte afin d'obtenir un maillage dans lequel les discontinuités entre les couleurs sont préservées.

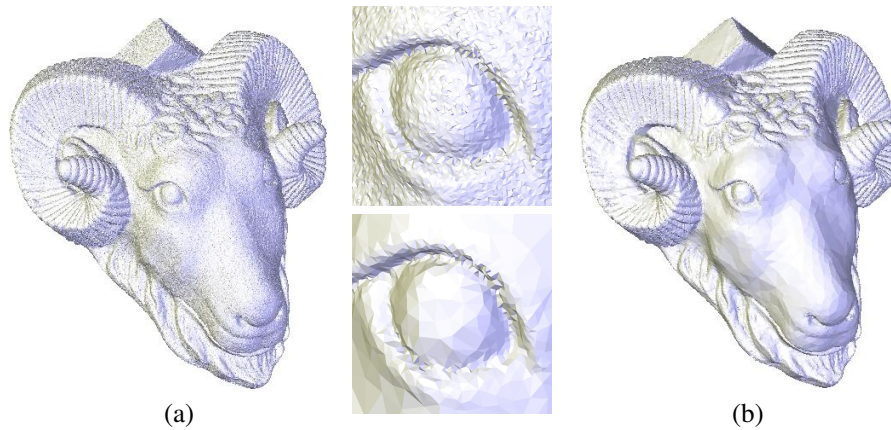
La mesure de redondance géométrique impliquée dans la procédure de simplification de l'algorithme de reconstruction sélective peut être facilement remplacée ou complétée par des critères portant sur des attributs définis en chaque point. Pour les intégrer au processus, il suffit de disposer d'une mesure de similarité entre deux valeurs d'un attribut donné. Dans le cas particulier de la couleur, nous avons utilisé le critère suivant. Nous supposons qu'à tout point  $\mathbf{q}$  de l'échantillon  $P$  est associé un triplet  $\mathbf{q}^c = (r, v, b) \in [0, 1]^3$  où  $r$ ,  $v$  et  $b$  désignent les composantes rouge, vert et bleu. Un point  $\mathbf{p}_i$  voisin de  $\mathbf{p} \in \hat{S}$  est considéré comme colorimétriquement redondant par rapport à  $\mathbf{p}$  si la condition suivante est vérifiée :

$$(C_{coul}) \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \|\mathbf{p}_i^c - \mathbf{p}^c\| \leq \rho_{coul} \quad \rho_{coul} \in [0,1]$$

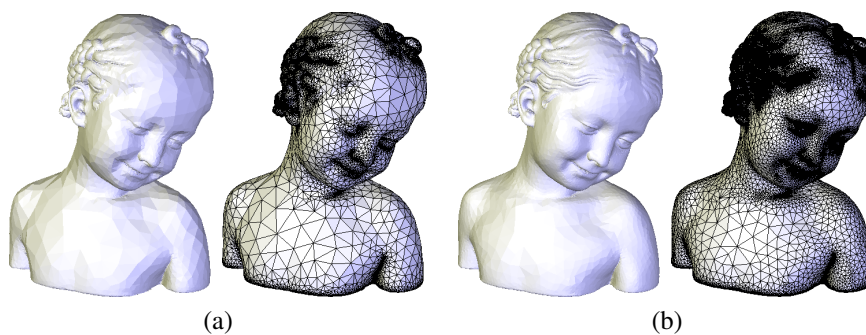
Ce critère peut être utilisé en complément de la mesure d'épaisseur locale pour contraindre davantage la simplification en sur-échantillonnant les régions lisses présentant des discontinuités de couleur liées à des motifs. Par ce moyen, il est possible de reconstruire directement une surface triangulée simplifiée adaptée à une visualisation par lissage de Gouraud ou à la construction de cartes de textures avec une perte d'information contrôlée sur la couleur.

Les figures 13 et 14 montrent des résultats de reconstruction sélective obtenus en appliquant le critère  $C_{coul}$ . De nombreuses mesures de similarité entre couleurs ont été développées dans le domaine de l'indexation d'images. D'autres espaces de couleur ou d'autres mesures d'erreur que la distance euclidienne pourraient être considérées, comme par exemple tenant compte de la perception humaine (Sarifuddin *et al.*, 2005).

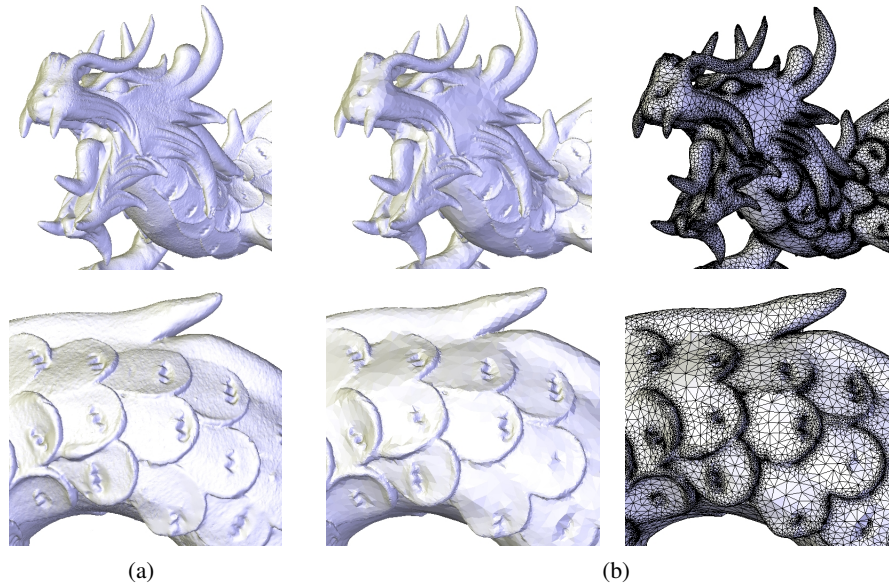




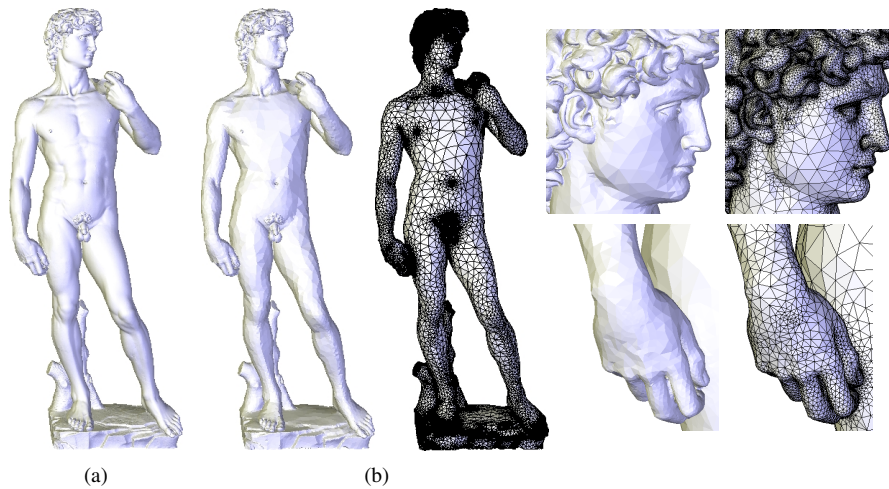
**Figure 9.** Reconstruction du modèle RAM (622k points); (a) : reconstruction du modèle original sans simplification; (b) : résultat d'une reconstruction sélective avec  $\rho_{geom} = 0.9$  (85 % de points éliminés). En ayant estimé les normales en chaque point en considérant les 18 plus proches voisins, le rayon géométrique impliqué dans notre mesure d'épaisseur locale se comporte comme un filtre sur le bruit



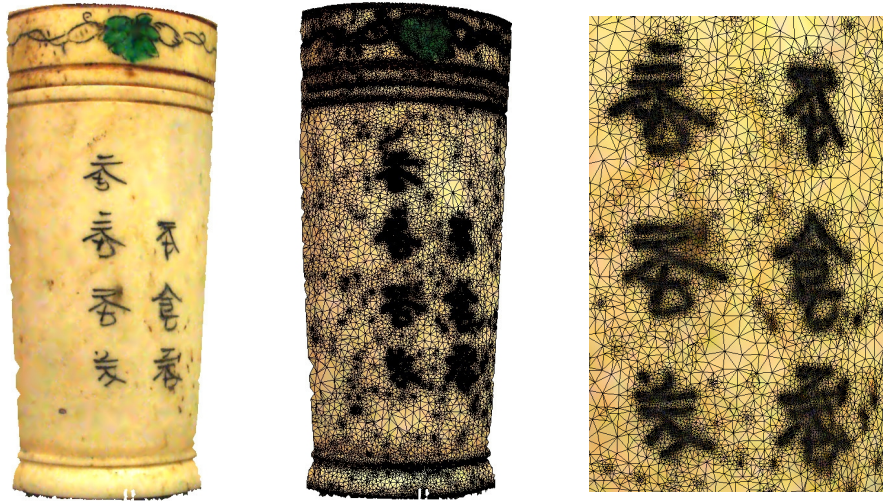
**Figure 10.** Résultats de reconstructions sélectives sur le modèle BIMBA (1.9M points); (a) : reconstruction obtenue avec  $\rho_{geom} = 0.65$  (98 % de points éliminés); (b) : reconstruction obtenue avec  $\rho_{geom} = 0.9$  (95 % de points éliminés)



**Figure 11.** Reconstruction du modèle DRAGON ; (a) : reconstruction du modèle original ; (b) : résultat d'une reconstruction sélective avec  $\rho_{geom} = 0.65$  (95 % de points éliminés)



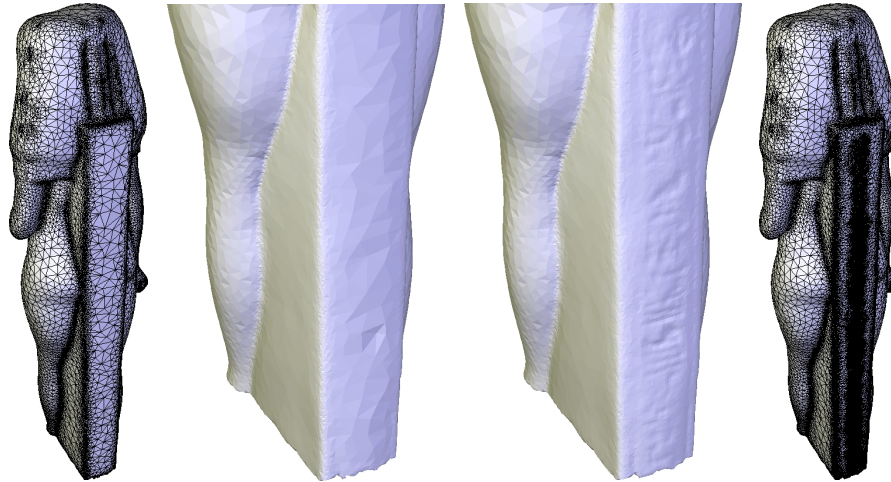
**Figure 12.** Reconstruction du modèle DAVID (3.6M points) ; (a) : reconstruction du modèle original ; (b) : résultat d'une reconstruction sélective avec  $\rho_{geom} = 0.65$  (96 % de points éliminés)



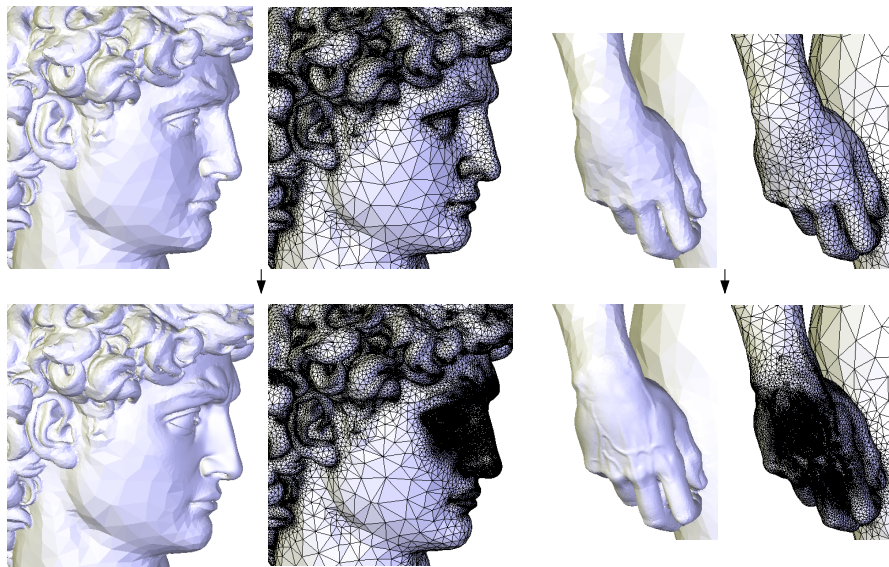
**Figure 13.** Reconstruction sélective du modèle IVOIRE (géométrie et couleur). Le modèle original comporte 311k points. Une surface triangulée a été reconstruite en combinant la mesure d'épaisseur locale et le critère  $C_{coul}$  avec  $\rho_{geom} = 0.65$  et  $\rho_{coul} = 0.1$ , éliminant 76 % des points



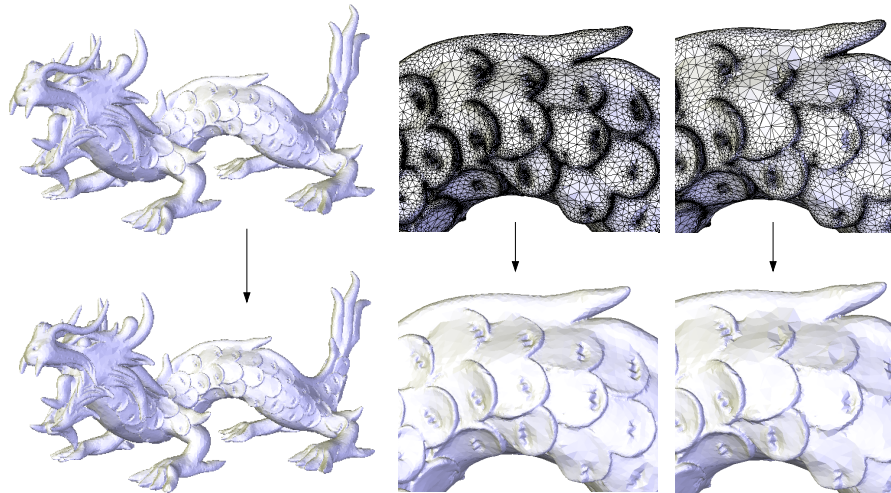
**Figure 14.** Reconstruction sélective du modèle SAGE (5M points avec couleur) avec  $\rho_{geom} = 0.65$  (97 % de points éliminés)



**Figure 15.** Correction interactive sur le modèle ISIS. Le modèle original possède des hiéroglyphes gravés au dos, qui ne sont pas capturés pour une valeur de  $\rho_{geom}$  trop petite. Un raffinement local permet de les faire apparaître



**Figure 16.** Correction interactive sur le modèle DAVID. Les régions de l'oeil droit et de la main droite ont été raffinées pour faire apparaître les détails de l'oeil et des veines



**Figure 17.** Correction interactive sur le modèle DRAGON. Le niveau de précision a été réduit localement au niveau des écailles sur le dos

## 5.2. Qualité des maillages

Tous les modèles ont été reconstruits avec un facteur d'anticipation de 0.5. Nos modèles simplifiés comportent typiquement de 95 % à 99 % de sommets de moins que le nombre de points de l'échantillon original, ce qui suffit souvent à préserver la forme des objets numérisés à un niveau d'échelle moyen, et même à un niveau fin si l'échantillon de points est très redondant. La méthode est capable de produire des modèles maillés simplifiés de bonne qualité directement, sans qu'il soit nécessaire d'améliorer la qualité du maillage par la suite. La majorité des sommets ont une valence entre 5 et 7, et la plupart des facettes ont une forme compacte (figure 18).

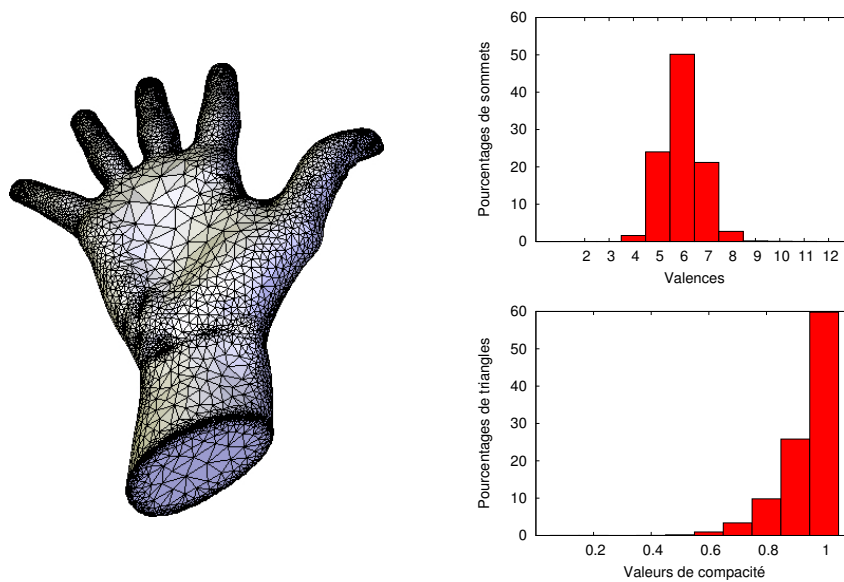
Des triangles presque équilatéraux et des sommets de valence proche de 6 sont favorables pour certaines applications, comme la compression ou les méthodes d'éléments finis. Pour mesurer la qualité des maillages obtenus, nous calculons d'une part la distribution des valences des sommets et d'autre part la qualité de la forme des triangle en utilisant la mesure de compacité d'un triangle proposée par Guézic (1999) :

$$c = \frac{4\sqrt{3}a}{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2}$$

où les  $l_i$  sont les longueurs des arêtes d'un triangle et  $a$  est l'aire du triangle. Cette mesure vaut 1 pour un triangle équilatéral et 0 pour un triangle dont les sommets sont colinéaires.

Par rapport à la méthode présentée dans (Allègre *et al.*, 2005) où le coefficient d'anticipation  $\alpha$  n'était pas présent pour régler les rayons de simplification, une phase

d'amélioration de la qualité de l'échantillon à l'issue du processus de reconstruction s'avère inutile. Un coefficient  $\alpha < 1$  conduit bien sûr à un échantillon simplifié de taille plus importante qu'avec  $\alpha = 1$ . Un compromis entre la taille du modèle simplifié et la qualité du maillage produit est donc à déterminer par l'utilisateur.



**Figure 18.** *Evaluation de la qualité des maillages produits par notre méthode de reconstruction sélective par les valeurs de valence des sommets et de compacité des triangles*

Nous n'avons pas évalué la qualité de l'approximation fournie par notre méthode par rapport aux données originales, qui serait intéressante dans le cadre d'une comparaison avec d'autres techniques de simplification d'échantillons de points ou de simplification de maillage. On peut toutefois souligner que le critère de simplification mis en œuvre, en particulier celui qui contrôle le rayon géométrique dans le calcul de l'épaisseur locale, a tendance à lisser la surface dans les régions de forte courbure. Or, il serait intéressant de parvenir à conserver les arêtes vives intactes au cours de la simplification. Une mesure d'erreur géométrique plus adaptée pourrait être celle proposée par Ohtake *et al.*, combinée à notre rayon topologique, mais la reconstruction des arêtes vives implique un rééchantillonnage, qui n'est encore pas pris en charge par notre méthode.

### 5.3. Performances

Les temps de calcul et l'utilisation de la mémoire sont répertoriés dans le tableau 1. Tous les résultats présentés ici ont été obtenus sur un processus Pentium IV 3.0 GHz avec 2 Go de RAM. Ces temps de calcul incluent le temps de prétraitement pour construire la structure de *kd*-arbre, sélectionner les points balises et construire la triangulation de Delaunay initiale. Le tableau 3 présente le profil d'exécution global pour l'algorithme de reconstruction sélective, et le tableau 2 présente les temps de calcul pour la mise à jour locale. Dans tous les cas, nous avons fixé le nombre points balises à 1 pour 2000 points de l'échantillon. Le temps de prétraitement est inférieur à 12 secondes dans tous nos tests.

D'après nos expériences, la version accélérée de l'algorithme de reconstruction sélective est 20 fois plus rapide que la version présentée dans (Allègre *et al.*, 2005). Le surcoût qu'impliquent les opérations de mise à jour dans la triangulation de Delaunay est largement amorti par la réduction des espaces de recherche. Cet algorithme accéléré permet donc d'obtenir beaucoup plus rapidement et de façon directe des maillages simplifiés de qualité.

Grâce à l'algorithme de mise à jour locale, l'utilisateur peut complètement personnaliser la reconstruction pour éliminer ou mettre en valeur certains détails. Pour quelques dizaines de milliers de points, la mise à jour peut s'effectuer en temps interactif (inférieur à 10 secondes). Cependant, le coût d'une mise à jour dépend en partie de la complexité de la région de conflit, et plus particulièrement de la hauteur de l'arborescence de la relation de découverte à restaurer.

Les profils d'exécution (tableau 3) montrent qu'évaluer `GabrielOrienté` et `SommetDelaunay` est de loin la tâche la plus coûteuse dans l'algorithme de reconstruction sélective. Alors que nous avons réduit les espaces de requête, le coût global des recherches spatiales demeure proportionnel au nombre de facettes à travers lesquelles la surface passe, ce qui représente la principale limite de la méthode actuelle en termes de performances. Le coût en mémoire est aussi relativement élevé à cause du stockage de l'échantillon de points, de leur organisation dans un *kd*-arbre, et d'une triangulation de Delaunay partielle.

Les tests de reconstruction sélective effectués sur un même échantillon de points avec différentes valeurs pour le paramètre  $\rho_{geom}$  mettent en évidence que le coût global de la méthode est influencé par la taille de l'échantillon simplifié produit. Ceci s'explique par le fait que plus l'échantillon simplifié est petit, plus le nombre d'évaluations du prédicat `GabrielOrienté` et de la requête `SommetDelaunay` est réduit. Prises individuellement, ces évaluations sont cependant liées à la taille de l'entrée, puisque les requêtes `PointVoisin` et `PointsDemiSphère` sont effectuées en considérant l'ensemble de l'échantillon de point, même si pour la seconde, les points éliminés sont disqualifiés.

Modèle		Reconstruction sélective			
Nom	$ P $	$\rho_{geom}$	$ P_{simp} $	Temps	Mémoire
TRIPLE HÉCATE	90 180	0.85	30 832	0 :19	43 Mo
APHRODITE	46 096	0.65	8 054	0 :06	23 Mo
		0.8	12 259	0 :09	26 Mo
		0.9	17 895	0 :14	29 Mo
RAM	622 716	0.9	93 646	0 :52	178 Mo
		0.8	51 342	0 :42	156 Mo
BIMBA	1 873 832	0.65	31 643	0 :47	380 Mo
		0.9	101 573	1 :24	395 Mo
ASIAN DRAGON	3 609 600	0.65	185 504	2 :48	778 Mo
DAVID	3 617 008	0.6	137 025	2 :06	754 Mo
IVOIRE (couleur)	310 806	0.65(0.1)	75 032	1 :15	162 Mo
SAGE (couleur)	5 049 913	0.65(0.1)	161 418	6 :13	1214 Mo

**Tableau 1.** Performances de notre méthode de reconstruction sélective pour différents échantillons de points. Les temps de calcul sont donnés en minutes:secondes et incluent les temps de prétraitement (construction du kd-arbre et de la triangulation de Delaunay initiale). La colonne  $|P_{simp}|$  correspond au nombre de sommets du maillage produit. La colonne de « mémoire » correspond à la quantité maximum de mémoire utilisée durant les reconstructions, en mégaoctets. Tous les tests ont été effectués sur un processeur Pentium IV 3.0 GHz avec 2 Go de RAM

Modèle		Reconstruction initiale			Mise à jour locale	
Nom	$ P $	$\rho_{geom}$	$ P_{simp} $	Temps	$ P'_{simp} $	Temps
TRIPLE HÉCATE	90 180	0.85	30 832	0 :22	34 263	0 :01
ISIS	187 644	0.9	22 368	0 :36	33 892	0 :16
ASIAN DRAGON	3 609 600	0.65	185 504	2 :48	177,324	0 :14
DAVID	3 617 008	0.6	137 025	2 :06	174 628	0 :28

**Tableau 2.** Performances de notre méthode de correction interactive pour différents échantillons de points. Les temps sont donnés en minutes :secondes. La colonne  $|P_{simp}|$  correspond au nombre de points de la reconstruction avant mise à jour et la colonne  $|P'_{simp}|$  au nombre de sommets du maillage après mise à jour. Tous les tests ont été effectués sur un processeur Pentium IV 3.0 GHz avec 2 Go de RAM

## 6. Conclusion et travaux futurs

Dans cet article, nous avons proposé une manière efficace d'implanter l'approche dynamique de reconstruction de surface à partir d'échantillons de points introduite dans (Allègre *et al.*, 2005) et deux extensions. Nous avons tout d'abord proposé une analyse de l'algorithme de convection géométrique et de la méthode originale de reconstruction sélective en termes de prédicats et de requêtes géométriques. Nous avons



Modèle	BIMBA	ASIAN DRAGON	THAI STATUE
	$\rho_{geom}$	0.9	0.65
Prétraitements	8.7	6.5	4.2
Eval. de GabrielOrienté et SommetDelaunay	54.9	66.8	74.0
Eval. de PointVoisin	30.7	20.2	13.3
Retrait/insertion de sommets	5.7	6.5	8.5

**Tableau 3.** Profil d'exécution pour trois reconstructions sélectives. Pour chaque modèle, la colonne indique les pourcentages du temps global d'exécution passé pour accomplir les différentes tâches répertoriées dans la colonne de gauche

ensuite décrit une structure de données et un algorithme accéléré qui permettent d'appliquer la méthode efficacement à des nuages de plusieurs millions de points. Nous avons proposé un moyen de contrôler la simplification de manière à générer directement des maillages simplifiés de qualité. Nous avons également montré comment tenir compte de la couleur dans le processus de reconstruction sélective.

Notre méthode de reconstruction de surface est particulièrement flexible à la différence des techniques classiques de reconstruction de surface par triangulation. Cette technique pourrait donc constituer une alternative intéressante à la chaîne de production traditionnelle de modèles maillés simplifiés. L'utilisateur peut également entièrement personnaliser la reconstruction en faisant ressortir les détails qu'il souhaite. De nouvelles données peuvent être facilement ajoutées au résultat ou retirées, ce qui rend la méthode adaptée à la transmission progressive de données.

Les travaux futurs incluront une nouvelle étude pour tenter d'améliorer les performances de la méthode de reconstruction sélective en réduisant le nombre de requêtes spatiales. Une piste en cours d'étude consisterait à relaxer localement la propriété de Delaunay globale en autorisant le choix de candidats approximatifs pour répondre à la requête SommetDelaunay et en réparant les erreurs à la volée lorsque cela est nécessaire par mise à jour locale.

Afin de pouvoir traiter des nuages de points de taille plus importante (plusieurs centaines de millions de points), nous étudions également la possibilité de recourir à une structure de données en mémoire externe pour le stockage des données. Le fait que la surface en évolution soit plongée dans une structure de triangulation de Delaunay globale rend difficile une approche purement locale de la reconstruction. Cependant, la première phase de reconstruction pourrait être réalisée à partir d'un sous-ensemble de points sélectionnés *a priori*, qui serait ensuite complété de manière dynamique.

Pour mieux traiter des ensembles de points bruités ou échantillonnant des surfaces non lisses, nous projetons aussi d'incorporer une procédure de rééchantillonnage à notre algorithme. Une solution possible consisterait à utiliser une représentation implicite locale pour placer les points de l'échantillon final de manière optimale sur la

surface, comme proposé dans (Ohtake *et al.*, 2005), en ajoutant également des points dans les zones où la surface de l'objet à reconstruire a été mal échantillonnée.

Enfin, notre mesure d'épaisseur locale et la question des garanties sur la densité et la distribution de l'ensemble de points final méritent des investigations supplémentaires. Les résultats classiques sur le LFS (Amenta *et al.*, 1998) ne pouvant être appliqués directement, un nouveau modèle d'échantillonnage adapté doit être défini, à partir duquel d'éventuelles preuves pourront éventuellement être élaborées.

#### Remerciements

Ce travail fait partie du projet Art3D de L'ACI Masses de données, et est financé par le Ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie, et par le Centre national de la recherche scientifique. Nous remercions Christian Lahanier du C2RMF pour le modèle TRIPLE HÉCATE (Musée du Louvre, département des Antiquités Etrusques et Romaines, marbre, MA 2594, C2RMF : FZ31452), et l'équipe du LIRMM pour les modèles IVOIRE et SAGE. Les autres nuages de points apparaissant dans cet article proviennent de Cyberware, Polygon Technology, Fausto Bernardini (IBM), Stanford Scanning Repository (XYZ RGB), et AIM@Shape (IMATI et INRIA).

#### 7. Bibliographie

- Adamson A., Alexa M., « Approximating and Intersecting Surfaces from Points », *Proc. Symposium on Geometry Processing*, p. 245-254, 2003.
- Alexa M., Behr J., Cohen-Or D., Fleishman S., Levin D., Silva C. T., « Point set surfaces », *Proc. IEEE Visualization Conference*, p. 21-28, 2001.
- Allègre R., Chaîne R., Akkouche S., « Convection-Driven Dynamic Surface Reconstruction », *Proc. Shape Modeling International*, IEEE Computer Society Press, p. 33-42, 2005.
- Amenta N., Bern M., « Surface Reconstruction by Voronoi Filtering », *Proc. Symposium on Computational Geometry*, p. 39-48, 1998.
- Attali D., Boissonnat J.-D., Lieutier A., « Complexity of the Delaunay triangulation of Points on Surfaces : the Smooth Case », *Proc. ACM Symposium on Computational Geometry*, p. 201-210, 2003.
- Cazals F., Giesen J., Delaunay Triangulation based Surface Reconstruction : Ideas and Algorithms, Technical Report n° 5393, INRIA, November, 2004.
- Chaîne R., « A geometric convection approach of 3-D reconstruction », *Proc. Symposium on Geometry Processing*, p. 218-229, 2003.
- Cohen-Steiner D., Alliez P., Desbrun M., « Variational Shape Approximation », *ACM Transactions on Graphics (Proc. SIGGRAPH)*, p. 905-914, 2004.
- Curlless B., Levoy M., « A Volumetric Method for Building Complex Models from Range Images », *Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH)*, vol. 30, p. 303-312, 1996.

- Devillers O., « The Delaunay hierarchy », *Internat. J. Found. Comput. Sci.*, vol. 13, n° 2, p. 163-180, 2002.
- Dey T. K., Giesen J., Hudson J., « Decimating samples for mesh simplification », *Proc. Canadian Conference on Computational Geometry*, p. 85-88, 2001a.
- Dey T. K., Giesen J., Hudson J., « Sample shuffling for quality hierarchic surface meshing », *Proc. 10th International Meshing Roundtable Conference*, p. 143-154, 2001b.
- Edelsbrunner H., « Surface reconstruction by wrapping finite point sets in space », in B. Aronov, S. Basu, J. Pach, S.-V. M. Sharir (eds), *Ricky Pollack and Eli Goodman Festschrift*, Springer-Verlag, p. 379-404, 2002.
- Fabri A., Giezeman G.-J., Kettner L., Schirra S., Schrönherr S., « On the Design of CGAL, a Computational Geometry Algorithms Library », *Software-Practice & Experience*, vol. 30, n° 11, p. 1167-1202, 2000.
- Garland M., Heckbert P. S., « Surface Simplification using Quadric Error Metrics », *Proc. SIGGRAPH*, p. 209-216, 1997.
- Giesen J., John M., « The Flow Complex : A Data Structure for Geometric Modeling », *Proc. ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, p. 285-294, 2003.
- Levoy M., Pulli K., Curless B., Rusinkiewicz S., Koller D., Pereira L., Ginzton M., Anderson S., Davis J., Ginsberg J., Shade J., Fulk D., « The Digital Michelangelo Project : 3D Scanning of Large Statues », *Proc. SIGGRAPH*, p. 131-144, 2000.
- Lindstrom P., « Out-of-core simplification of large polygonal models », *Proc. SIGGRAPH*, p. 259-262, 2000.
- Linsen L., Point cloud representation, Technical Report n° 2001-3, Universität Karlsruhe, Germany, 2001.
- Moening C., Dogson N. A., « A new point cloud simplification algorithm », *Proc. Int. Conf. on Visualization, Imaging and Image Processing*, p. 1027-1033, 2003.
- Moening C., Dogson N. A., « Intrinsic point cloud simplification », *Proc. GraphiCon*, 2004.
- Ohtake Y., Belyaev A. G., Seidel H.-P., « An integrating approach to meshing scattered point data », *Proc. Symposium on Solid and Physical Modeling*, p. 61-69, 2005.
- Pauly M., Gross M., Kobbelt L. P., « Efficient Simplification of Point-Sampled Surfaces », *Proc. IEEE Visualization Conference*, p. 163-170, 2002.
- Sarifuddin M., Missaoui R., « A New Perceptually Uniform Color Space with Associated Color Similarity Measure for Content-Based Image and Video Retrieval », *Proc. ACM SIGIR Workshop on Multimedia Information Retrieval*, 2005.
- Zhao H.-K., Osher S., Fedkiw R., « Fast Surface Reconstruction using the Level Set Method », *Proc. IEEE Workshop on Variational and Level Set Methods in Computer Vision (VLSM)*, p. 194-202, 2001.

Article reçu le 6 février 2006

Article accepté après révisions le 20 septembre 2007

**Rémi Allègre** est Maître de Conférences en Informatique à l'IUT de Haguenau (Université Louis Pasteur Strasbourg 1), et membre de l'équipe Informatique Géométrique et Graphique du laboratoire CNRS LSIT. Il a obtenu un diplôme de Doctorat en Informatique en 2006 à l'Université Claude Bernard Lyon 1. Au cours de sa thèse, réalisée au laboratoire CNRS LIRIS, il s'est intéressé à la modélisation géométrique d'objets numérisés en trois dimensions, apportant des contributions dans les processus de reconstruction et d'édition des modèles 3D. Ses recherches actuelles portent toujours sur des problèmes de reconstruction de surface, ainsi que sur des représentations géométriques hybrides.

**Raphaëlle Chainé** est Maître de Conférences à l'UFR d'Informatique de l'Université Claude Bernard Lyon 1 et membre de l'équipe de modélisation géométrique du laboratoire CNRS LIRIS depuis 2003. De 1997 à 2000, elle a effectué sa thèse au laboratoire LIGIM de l'Université Lyon 1 sur la segmentation d'échantillons de points sur des surfaces. En 2000, elle est devenue Maître de Conférences à l'Université de Nice Sophia-Antipolis, et membre du laboratoire CNRS I3S et de l'équipe Prisme (maintenant Geometrica) de l'INRIA Sophia-Antipolis. Depuis 2000, ses recherches se situent dans le domaine de la modélisation géométrique et de la géométrie algorithmique, avec de nombreux travaux en reconstruction de surface.

**Samir Akkouche** est Professeur à l'UFR d'Informatique de l'Université Claude Bernard Lyon 1 et dirige l'équipe de modélisation géométrique du laboratoire CNRS LIRIS.

**ANNEXE POUR LE SERVICE FABRICATION**  
A FOURNIR PAR LES AUTEURS AVEC UN EXEMPLAIRE PAPIER  
DE LEUR ARTICLE ET LE COPYRIGHT SIGNE PAR COURRIER  
LE FICHER PDF CORRESPONDANT SERA ENVOYE PAR E-MAIL

1. ARTICLE POUR LA REVUE :  
*RSTI - TSI – 26/2007. AFIG'05*
2. AUTEURS :  
*Rémi Allègre<sup>\*,\*\*</sup> — Raphaëlle Chaine<sup>\*</sup> — Samir Akkouche<sup>\*</sup>*
3. TITRE DE L'ARTICLE :  
*Reconstruction dynamique de surface par convection géométrique*
4. TITRE ABRÉGÉ POUR LE HAUT DE PAGE MOINS DE 40 SIGNES :  
*Reconstruction dynamique de surface*
5. DATE DE CETTE VERSION :  
*5 novembre 2007*
6. COORDONNÉES DES AUTEURS :
  - adresse postale :
    - \* LIRIS UMR CNRS 5205
    - Université de Lyon, Université Claude Bernard Lyon 1, France
    - {remi.allegre, raphaelle.chaine, samir.akkouche}@liris.cnrs.fr
    - \*\* **Actuellement au LSIIT UMR CNRS 7005**
    - Université Louis Pasteur Strasbourg 1, France
    - remi.allegre@lsiit.u-strasbg.fr
  - téléphone : –
  - télécopie : 03 90 24 44 55
  - e-mail : remi.allegre@liris.cnrs.fr
7. LOGICIEL UTILISÉ POUR LA PRÉPARATION DE CET ARTICLE :  
L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, avec le fichier de style `article-hermes2.cls`,  
version 1.23 du 17/11/2005.
8. FORMULAIRE DE COPYRIGHT :  
Retourner le formulaire de copyright signé par les auteurs, téléchargé sur :  
<http://www.revuesonline.com>

SERVICE ÉDITORIAL – HERMES-LAVOISIER  
14 rue de Provigny, F-94236 Cachan cedex  
Tél. : 01-47-40-67-67  
E-mail : [revues@lavoisier.fr](mailto:revues@lavoisier.fr)  
Serveur web : <http://www.revuesonline.com>