

Mesure de la concavité et de la convexité dans les maillages surfaciques 3D par décomposition en ondelettes

C. Roudet¹

F. Dupont¹

A. Baskurt²

Laboratoire LIRIS, UMR 5205 CNRS

¹Université Claude Bernard Lyon 1, Villeurbanne, F-69622, France.

²INSA de Lyon, Villeurbanne, F-69621, France.

{croudet, fdupont, abaskurt}@liris.cnrs.fr

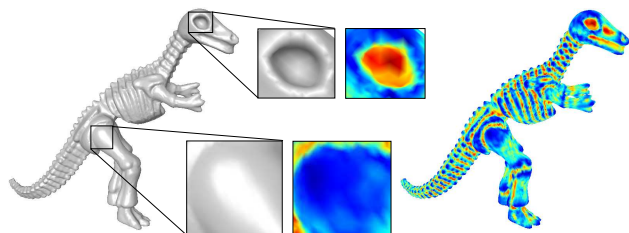


Figure 1 – Modèle "Dinosaur" et sa carte de concavité/convexité. Les couleurs chaudes (rouge, jaune et vert) reflètent les régions concaves, tandis que le bleu foncé met en évidence les zones convexes de la surface.

Résumé

Cet article propose une méthode originale pour mesurer la concavité et la convexité dans les maillages surfaciques triangulaires semi-réguliers. A partir d'une décomposition en ondelettes, la distribution de l'angle polaire des coefficients résultants (angle défini par rapport au vecteur normal à la surface) reflète la notion de concavité/convexité sur la surface. Les résultats expérimentaux sur plusieurs modèles usuels montrent l'intérêt de cette mesure pour la détection des détails significatifs de la surface, qui sont isolés des parties convexes lisses de l'objet. Cette méthode est simple et rapide, même sur des modèles de plusieurs milliers de triangles. Les résultats produits se sont révélés stables sur les maillages issus de deux remaillages distincts. Une des applications possibles permettant l'exploitation de cette répartition surfacique de la concavité/convexité est la segmentation. Cela permettrait ainsi de détecter l'ensemble des parties caractéristiques, qui sont souvent séparées les unes des autres par une modification de cette mesure.

Mots clefs

Maillages surfaciques, concavité, convexité, ondelettes géométriques, angle polaire, schéma lifting, surfaces de subdivision, courbure, segmentation.

1 Introduction

Les modèles géométriques tridimensionnels sont actuellement de plus en plus présents, grâce à l'expansion d'Internet, au développement et la multiplication des réseaux d'accès à haut débit. Leur représentation sous forme de maillage surfacique prédomine à l'heure actuelle. Le modèle original est alors approximé par une surface linéaire par morceaux constituée d'un ensemble de facettes polygonales planes.

La complexité de ces modèles a récemment augmenté grâce aux progrès du matériel et des techniques d'acquisition et de conception. Ainsi l'échantillonnage peut être très fin, notamment dans les parties très détaillées ou à forte courbure, afin de répondre aux attentes de réalisme imposées par les applications cibles.

En contre-partie, la compression, la transmission, l'édition, le placage de textures ou le rendu de ces maillages de plus en plus volumineux (composés de millions ou milliards de triangles), nécessite souvent un partitionnement préalable. En effet, ces tâches sont alors plus rapides et moins complexes sur des patchs surfaciques de plus petite taille. La segmentation permet par exemple de réduire la taille de la matrice Laplacienne, dans le cas d'une analyse spectrale. Elle est également utile pour ne pas risquer d'encombrer la mémoire ou d'engendrer des calculs trop coûteux pour le processus de rendu de ces modèles, qui doit être instantané. Dans ce contexte, la plupart des algorithmes de segmentation existants sont basés sur l'information de courbure, de rugosité ou de planarité calculées en chaque sommet de la surface. Les régions finales obtenues sont ainsi homogènes compte tenu des caractéristiques étudiées. Mais peu de travaux ont considéré l'aspect concave ou convexe des surfaces, critère qui est pourtant déterminant pour séparer la majorité des éléments caractéristiques des maillages, comme le montre la figure 1.

Dans le paragraphe suivant, nous présentons brièvement plusieurs travaux récents d'analyse de différentes mesures sur la surface (courbure, rugosité, etc.), servant généralement de base à un processus de segmentation de ces maillages surfaciques. Ensuite nous détaillons

notre mesure de concavité/convexité, basée sur l'analyse multirésolution en ondelettes. Enfin nous commentons les résultats obtenus avant de présenter les perspectives de ce travail.

2 Calcul de courbure et de rugosité

La courbure, la rugosité, la direction des normales, l'angle dièdre, les lignes de crêtes et plusieurs autres caractéristiques (arêtes vives, coins, régions concaves/convexes) sont autant de critères qui permettent d'analyser et de décrire le comportement d'une surface. La courbure et la rugosité sont par exemple des éléments auquel l'oeil humain est sensible et qu'il utilise pour différencier les parties significatives des objets, de façon à les classifier. C'est ainsi la raison pour laquelle ces mesures servent généralement de critères pour la segmentation de maillages.

Dans cette partie, nous recensons dans un premier temps les principales méthodes d'estimation de ces mesures et présentons les techniques fondamentales de l'état de l'art, qui les utilisent comme critère de segmentation.

2.1 Courbure discrète

Le calcul de la courbure discrète en chaque sommet passe par la définition de champs de courbure : les courbures principales (k_{min} et k_{max}) et directions principales (dm_{in} et dm_{ax}), illustrées sur la figure 2. Les directions principales de courbure possèdent une signification uniquement dans les régions anisotropes (elliptique, parabolique ou hyperbolique), où elles représentent les lignes de courbure de l'objet.

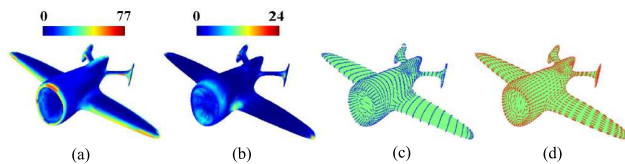


Figure 2 – Champs de courbure pour l'objet Avion. (a) k_{max} , (b) k_{min} (valeur absolue), (c) d_{max} , (d) dm_{in} . Image tirée de [1].

Cohen-Steiner et Morvan [2] ont proposé une procédure d'estimation pour l'évaluation des tenseurs de courbure, dont dérivent les champs de courbure. Les courbures et directions principales correspondent alors respectivement aux valeurs propres et aux vecteurs propres du tenseur de courbure. Les mesures de courbure ainsi définies sont généralement utilisées pour le partitionnement en sous-maillages. Les principes des techniques utilisées (exposés par la suite) sont souvent fortement liées à l'application ou au problème spécifique à résoudre, c'est pour cela qu'il est souvent difficile de comparer ces méthodes.

Plusieurs auteurs ont couplé le calcul de la courbure discrète en chaque sommet avec un algorithme de ligne de partage des eaux (LPE) adapté de ceux initialement prévus pour la segmentation d'image. Ainsi pour Mangan *et al.*

[3], la courbure Gaussienne kg (définie comme le produit des deux courbures principales : $kg = k_{max}.k_{min}$) est utilisée comme fonction de hauteur pour chaque sommet.

La LPE peut également être remplacée par une classification des sommets [1] ou une méthode de seuillage pour la détection de frontières [4], à partir de l'information de courbure. Une croissance de régions permet alors de produire les patches surfaciques désirés. La recherche d'une coupe minimale dans un graphe construit à partir du maillage est aussi une technique répandue. La mesure de courbure sert alors à définir la distance entre deux noeuds du graphe, reflétant leur "degré de ressemblance" en terme de courbure. Les lecteurs intéressés trouveront une liste exhaustive de l'ensemble des méthodes actuelles de segmentation, dans la thèse de Delest [5].

2.2 Rugosité

Plusieurs travaux ont défini la notion de rugosité comme une mesure de la différence des courbures dans un voisinage donné. Celle-ci sert généralement à définir une métrique de distorsion perceptuelle calculée entre un maillage ayant subi une compression avec pertes, une transformation, un tatouage *etc.* et le modèle original. Ces métriques reflètent alors mieux les principes du système visuel humain que celles basées sur la classique distance de Hausdorff [6].

Nous présentons également dans cette sous-section une méthode originale qui utilise une décomposition en ondelettes pour refléter l'aspect rugueux de la surface des maillages semi-réguliers.

Basée sur les différences de courbure :

Une première façon de définir la rugosité consiste à calculer le vecteur différence entre les sommets et leur nouvelle position obtenue après un lissage Laplacien. Karni et Gotsman se sont ainsi servi de cette mesure pour évaluer visuellement la déformation géométrique des modèles reconstruits par leur algorithme de compression [7]. De façon similaire, d'autres auteurs ont considéré la variance des distances géométriques ou des angles dièdres entre les deux mêmes modèles (original et lissé), pour évaluer la qualité d'un maillage tatoué [8]. Le calcul de la rugosité étant réalisé sur les "voisins directs" de chaque sommet, ces mesures s'avèrent très dépendantes de la connectivité du modèle étudié. Ainsi Lavoué *et al.* [9] ont introduit une nouvelle mesure, basée sur la moyenne et la variance des courbures, dans une fenêtre sphérique locale (de rayon paramétrable), centrée en chaque sommet. Ces mesures normalisées sont illustrées sur la figure 3. L'échelle de couleurs présentée est celle considérée dans le reste de ce document.

C'est en observant que la notion de rugosité dépend fortement de l'éloignement de l'objet à la caméra, que Lavoué [10] a introduit une nouvelle mesure robuste, à partir de la différence asymétrique des courbures locales moyennes (notion définie précédemment), telle qu'illustrée par la fig-

ure 4. Cette dernière compare la mesure introduite avec une autre, plus simple et moins significative, pour laquelle la différence des normales entre le modèle original et la version lissée est considérée.

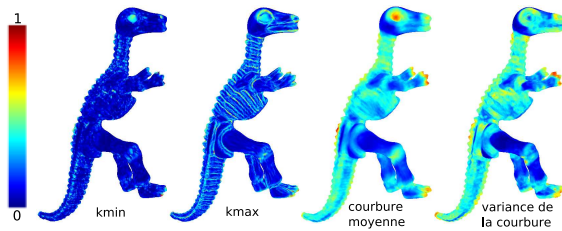


Figure 3 – Courbures principales et statistiques définies par Lavoué et al. [9] dans une fenêtre locale, sur l’objet "Dinosaur".

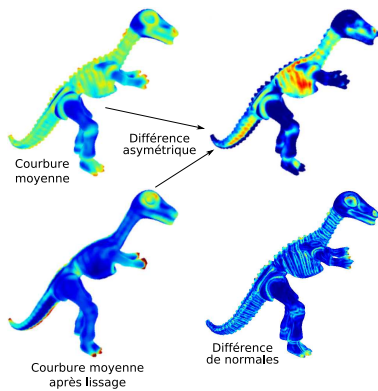


Figure 4 – Mesures de rugosité représentées sur l’objet "Dinosaur". La première (en haut à droite) est basée sur la différence asymétrique des courbures moyennes entre le maillage original et une version lissée. La seconde reflète les différence des normales entre ces deux mêmes modèles.

Basée sur les ondelettes :

L’atout principal des ondelettes est d’éliminer une grande partie de la redondance présente dans les signaux. Elles permettent de plus de bénéficier d’une représentation hiérarchique ("scalable"), comme le montre le schéma 5.

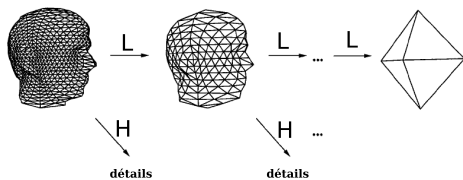


Figure 5 – Décomposition en ondelettes d’un maillage surfacique triangulaire. Image tirée de [11].

Le principe de l’analyse multirésolution est de réaliser une décomposition réversible d’un maillage, à l’aide de deux filtres appliqués en cascade. Durant la phase d’analyse, un filtre passe-bas (représenté par la lettre L sur la figure 5) et un filtre passe-haut (H) sont appliqués sur le maillage

initial produisant respectivement une approximation plus grossière et un ensemble de détails haute-fréquence : les coefficients d’ondelettes.

Lors de précédents travaux [12], nous avons étudié la distribution de l’amplitude des coefficients d’ondelettes ainsi définis, sur des objets naturels plus ou moins bruités. Comme cette mesure a tendance à séparer les régions surfaciques lisses de celles présentant un aspect plus rugueux ou texturé, nous l’avons exploité afin de proposer une méthode de segmentation multi-résolution. Le principe de notre approche repose alors sur une adaptation de la méthode de classification et de croissance de régions de Lavoué et al. [1]. L’information de courbure discrète utilisée par ces derniers comme critère de segmentation est alors remplacée par l’amplitude des coefficients d’ondelettes. De plus, nous avons optimisé la méthode d’origine, pour proposer un traitement efficace d’objets plus denses et plus généraux que les modèles CAO considérés initialement. La segmentation produite permet alors de proposer un traitement adaptatif des régions d’aspect surfacique variable, pour des applications comme la compression, la transmission ou la visualisation des maillages surfaciques.

3 Méthode proposée

Lors de la mise en oeuvre d’une nouvelle méthode d’analyse multirésolution basée sur une décomposition en ondelettes, nous avons constaté que la mesure de l’angle polaire des coefficients dans l’intervalle $[0, \pi]$ rad était significative pour détecter la concavité et la convexité dans les maillages surfaciques.

C’est grâce aux travaux de Lounsbery et al. [11], qui ont montré qu’un schéma de subdivision pouvait définir une base de fonctions d’échelle, que l’analyse multirésolution a pu être étendue aux maillages. Pour cela, leur connectivité est généralement modifiée afin de construire un modèle semi-régulier approchant l’objet initial et propice à l’application de la décomposition en ondelettes. Cette représentation obtenue par remaillage a également l’avantage de minimiser les informations à coder puisque chaque sommet (hormis un faible nombre) est alors régulier en terme de connectivité (relié à un même nombre de voisins).

Notre méthode utilise plus particulièrement les ondelettes de subdivision de nature interpolante, elle est simple et rapide, puisque nous verrons qu’une décomposition sur un seul niveau de résolution permet d’obtenir la distribution spatiale souhaitée. Ainsi contrairement aux méthodes de détermination de la courbure par calcul d’estimateurs, notre mesure est obtenue en quelques secondes, même sur des modèles très denses (constitués de centaines de milliers de triangles).

3.1 Remaillages considérés

Les deux méthodes de remaillage considérées [13, 14], pour l’obtention des structures semi-régulières, sont con-

truites par décimation, mais il existe d'autres techniques basées sur un partitionnement du modèle initial en régions. La méthode de décimation utilisée par ces deux algorithmes consiste à appliquer une simplification séquentielle du maillage original, de façon à créer la hiérarchie d'approximations. Chaque technique utilise une métrique et une paramétrisation spécifiques pour déterminer les éléments à décimer et mémoriser leur position. Le modèle le plus grossier obtenu (appelé "complexe de base") est ensuite raffiné régulièrement par subdivision. La paramétrisation mise en place sert alors à produire une approximation fidèle du modèle initial.

L'algorithme "MAPS" [13] utilise une paramétrisation conforme, consistant à exprimer les sommets supprimés à l'aide de coordonnées barycentriques calculées par rapport à leurs voisins les plus proches, dans la nouvelle configuration. Cette paramétrisation bijective détermine alors le déplacement nécessaire à appliquer aux nouveaux sommets créés grâce à la subdivision de Loop [15], pour produire la structure semi-régulière à partir du complexe de base.

L'algorithme "Normal Mesh" [14] se distingue du précédent par l'utilisation de la paramétrisation de Floater [16] au lieu des coordonnées barycentriques. Mais la principale différence réside dans la représentation hiérarchique produite, où les sommets éliminés au niveau l sont exprimés sous forme de scalaires ("offsets") dirigés le long de la normale à la surface, lors du passage au niveau plus grossier $l - 1$. Cette procédure permet ainsi que les détails ajoutés après subdivision (de type Butterfly [17]) n'aient qu'une unique composante normale (à la place des vecteurs 3D habituels), engendrant les taux de compression les plus compétitifs à l'heure actuelle.

3.2 Caractéristiques de la transformation

Une fois la phase de remaillage établie, l'application d'une transformation en ondelettes permet d'obtenir un ensemble de niveaux de résolution. Pour cela, les filtres de subdivision peuvent être formalisés sous forme de matrices de subdivision (lors de la synthèse) ; les matrices inverses définissant les filtres d'analyse. Mais il existe un autre procédé, qualifié de "schéma lifting", qui décompose ces matrices sous forme de filtres très simples, permettant de déduire plus facilement la phase d'analyse de la synthèse, par simple inversion du signe et de l'ordre de ces matrices.

Schéma lifting pour la décomposition :

Le procédé de construction des ondelettes permet, en partant d'une base d'ondelettes biorthogonales (obtenues après l'étape S du schéma de la figure 6), d'élever ("lifter") l'ordre de celles-ci par l'application de plusieurs étapes de lifting (P et U par exemple).

Prédictions utilisées :

Les schémas de subdivision que nous avons retenus en tant que fonctions d'échelle, sont des schémas interpolants locaux, car ils génèrent des matrices d'analyse creuses, ap-

plicables en temps linéaire. Les coefficients d'ondelettes renferment alors les détails qui n'ont pas pu être pris en compte par la subdivision seule.

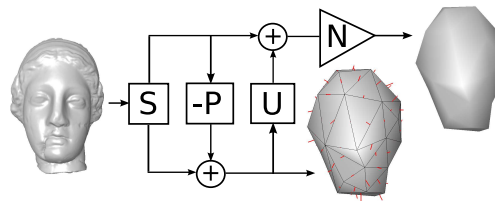


Figure 6 – Le schéma lifting consiste à séparer (S) le signal en échantillons pairs et impairs, puis à lui appliquer un ensemble d'opérations de lifting, sous forme d'étapes de prédiction (P) et de mise à jour (U), sans oublier la phase de normalisation (N), pour obtenir un maillage grossier et un ensemble de détails.

Nous avons considéré la décomposition produite avec les schémas de subdivision suivants (sans mise à jour) :

- la subdivision linéaire (ou schéma midpoint) qui est le filtre interpolant le plus simple et où chaque nouveau sommet est ajouté au milieu de chaque arête, comme le montre le schéma de gauche de la figure 7 ;
- la subdivision Butterfly de Zorin et al. [17] produisant une surface limite C^1 . Ce filtre (dont les poids (ou coefficients) sont précisés sur le schéma de droite de la figure 7, pour un voisinage régulier) donne des résultats comparables aux surfaces obtenues par des techniques approximantes en très peu d'itérations, contrairement aux schémas interpolants classiques.

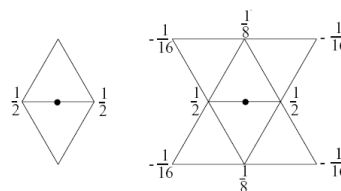


Figure 7 – Masques de subdivision linéaire ou midpoint (à gauche) et Butterfly (à droite).

3.3 Définition de la mesure considérée

Notre mesure de concavité/convexité est basée sur la mesure de l'angle polaire des coefficients d'ondelettes, dans l'intervalle $[0, \pi]$ rad. Les coefficients considérés sont obtenus par prédiction linéaire (schéma midpoint) non liftée (sans phase de mise à jour : filtre U sur le schéma 6). L'angle polaire d'un coefficient est l'angle qu'il forme avec le vecteur normal à la surface. La représentation des coefficients d'ondelettes sur un maillage les rattache généralement aux arêtes des différentes approximations produites, comme illustré sur la figure 8 en 1D.

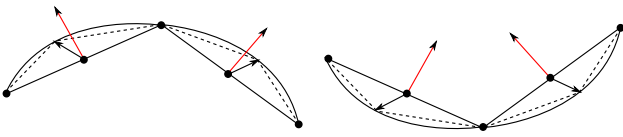


Figure 8 – Illustration du raffinement des maillages par subdivision linéaire, pour des régions convexe (à gauche) et concave (à droite). Le sens des coefficients d'ondelettes (en noir) est comparé à celui de la normale à la surface (en rouge).

Les figures 9 et 10 présentent la distribution de l'angle polaire, normalisé et moyenné sur les sommets du maillage, dans le voisinage de régions concave et convexe. La première figure révèle des mesures élevées, puisque l'évolution de la surface considérée lors de ses raffinements successifs s'effectue dans le sens inverse de la normale (comme le montre plus distinctement le schéma de droite de la figure 8). La figure 10 présente également les coefficients sous forme de champs de vecteurs, pour une région convexe.

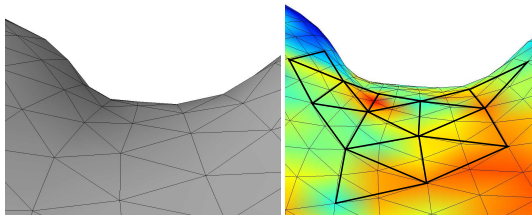


Figure 9 – Illustration d'une zone concave (sur le maillage normal "Rabbit"), pour laquelle la mesure normalisée de l'angle polaire des coefficients d'ondelettes est élevée. Ceci est dû au fait que la surface évolue lors de son raffinement (passage d'un niveau grossier à un plus fin) dans le sens inverse de la normale.

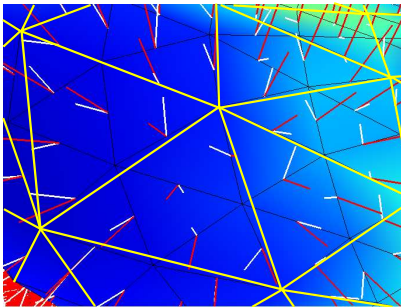


Figure 10 – Illustration d'une zone convexe (sur le maillage normal "Rabbit"), pour laquelle l'angle polaire des coefficients d'ondelettes (représentés en blanc) est faible par rapport à la normale (en rouge), surtout au niveau de la zone bleue foncée.

4 Résultats

Les résultats sont illustrés sur plusieurs objets semi-réguliers obtenus par les deux algorithmes de remaillage considérés jusqu'à présent [13, 14]. Ils ont été obtenus grâce à un outil d'analyse, développé en C++ et utilisant

la librairie géométrique CGAL (the Computational Geometry Algorithm Library).

Nous présentons dans un premier temps, la distribution normalisée de l'amplitude et de l'angle polaire des coefficients (sur les figures 11 et 12), pour une décomposition sur un unique niveau de résolution, rendant le calcul de la mesure très rapide. La partie gauche des figures expose les distributions pour une analyse par prédiction Butterfly non liftée, tandis que celle de droite concerne la subdivision linéaire.

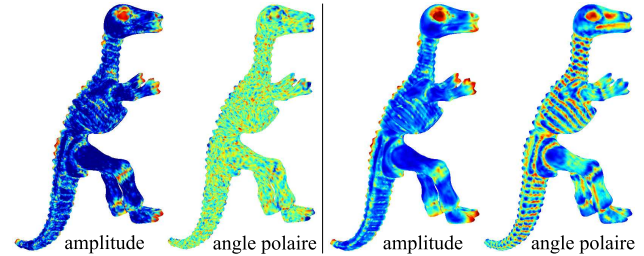


Figure 11 – Comparaison de la distribution de l'amplitude et de l'angle polaire des coefficients d'ondelettes, sur la première approximation de l'objet "Dinosaur" remaillé par l'algorithme "Normal Mesh". Les prédictions Butterfly (à gauche) et midpoint (à droite) ont été utilisées durant la décomposition.

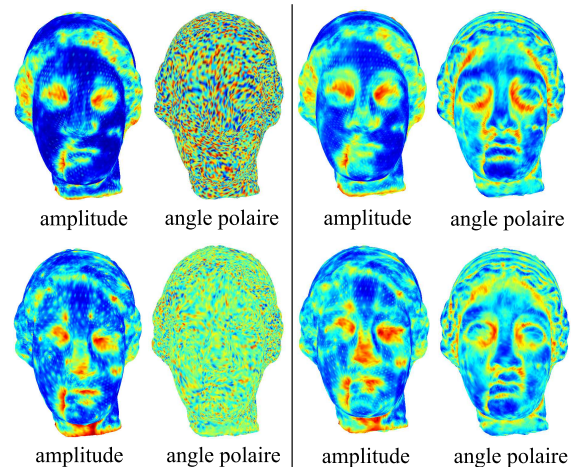


Figure 12 – Comparaison de la distribution de l'amplitude et de l'angle polaire des coefficients d'ondelettes, sur la première approximation de l'objet "Venus" remaillé par les algorithmes "Normal Mesh" (1^{ère} ligne) et "MAPS" (2^{ème}). Les prédictions Butterfly (à gauche) et midpoint (à droite) ont été utilisées.

La distribution de l'amplitude révèle que les surfaces de subdivision produisent une bonne prédiction dans les régions homogènes lisses (plus particulièrement pour le schéma Butterfly), du fait de leur faculté intrinsèque à générer des surfaces résultantes lisses. Sa répartition sur la surface des maillages se rapproche de celles basées sur les mesures de rugosités considérées par Lavoué *et al.* [9, 10]. Concernant la distribution de l'angle polaire des coefficients, obtenus par prédiction Butterfly, celle-ci ne donne

aucune information en terme de rugosité ou de convexité sur les objets remaillés par les deux algorithmes considérés. Ceci s'explique car contrairement à la subdivision linéaire, les nouveaux sommets ajoutés au milieu de chaque arête se voient appliquer un masque de lissage, tenant compte du voisinage. Ainsi les ondelettes s'en trouvent modifiées, ne permettant pas une distinction des parties concaves et convexes. De plus, alors que l'on notait une variation importante entre les distributions de l'amplitude sur les deux remaillages distincts, pour l'angle polaire des coefficients obtenus par prédiction linéaire, elles se comportent de manière similaire.

La figure 13 présente pour finir la distribution de notre mesure basée sur l'angle polaire des coefficients, pour d'autres modèles semi-réguliers usuels. On remarque ainsi que les fortes valeurs soulignent de grandes zones concaves, correspondant à des parties caractéristiques de l'objet (yeux) ou délimitent des régions convexes. Cette mesure de concavité/convexité est à rapprocher de celle basée sur les différences de normales calculées entre le modèle original et une version lissée par Lavoué *et al.* [9].

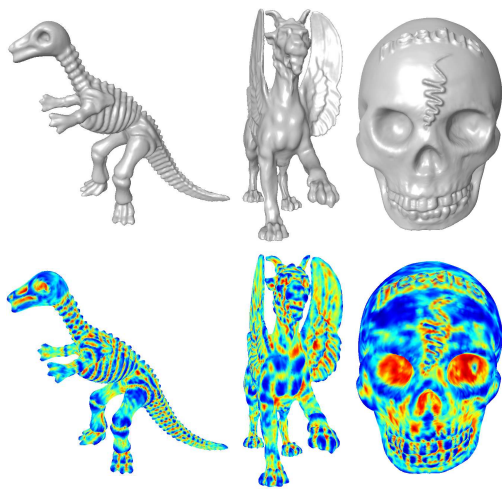


Figure 13 – Distribution normalisée de la mesure considérée sur les objets "Dinosaur", "Feline" et "Skull".

5 Conclusion et perspectives

Nous avons proposé une méthode permettant la détection des zones convexes et concaves sur les maillages surfaciques semi-réguliers. Cette méthode se base sur la mesure de l'angle polaire des coefficients d'ondelettes (défini dans l'intervalle $[0, \pi]$ rad) obtenus par prédiction linéaire.

Les résultats obtenus montrent bien une délimitation similaire des régions concaves et convexes, pour les deux remaillages distincts considérés, laissant penser que l'ensemble des remaillages basés sur les surfaces de subdivision produiraient le même genre de résultats. De plus, l'aspect concave ou convexe des surfaces se révèle être un critère important pour séparer la majorité des éléments car-

actéristiques des maillages. Ainsi une des perspectives de ce travail serait d'utiliser cette mesure pour segmenter et par la suite indexer les objets 3D représentés par des maillages surfaciques. Une autre perspective serait d'intégrer cette notion aux mesures actuelles de distorsion, de façon à mieux évaluer les déformations géométriques.

References

- [1] G. Lavoué. *Compression de surfaces, basée sur la subdivision inverse, pour la transmission bas débit et la visualisation progressive*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon 1, 2005.
- [2] D. Cohen-Steiner and J.-M. Morvan. Restricted delaunay triangulations and normal cycle. In *SCG '03: Proceedings of the nineteenth annual symposium on Computational geometry*, pages 312–321. ACM Press, 2003.
- [3] A. P. Mangan and R. T. Whitaker. Partitioning 3D surface meshes using watershed segmentation. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 5(4):308–321, December 1999.
- [4] Y. Zhang, J. Paik, A. Koschan and M. A. Abidi. A simple and efficient algorithm for part decomposition of 3D triangulated models based on curvature analysis. In *Proceedings of the International Conference on Image Processing, III*, pages 273–276.
- [5] S. Delest. *Segmentation de maillages 3D à l'aide de méthodes basées sur la ligne de partage des eaux*. Thèse de doctorat, Université François Rabelais de Tours, France, November 2007.
- [6] N. Aspert, D. Santa-Cruz and T. Ebrahimi. Mesh: Measuring errors between surfaces using the hausdorff distance. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Multimedia and Expo*, volume I, pages 705 – 708, 2002.
- [7] Z. Karni and C. Gotsman. Spectral compression of mesh geometry. In *SIGGRAPH '00: Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 279–286, 2000.
- [8] E. Drelie Gelasca, T. Ebrahimi, M. Corsini and M. Barni. Objective Evaluation of the Perceptual Quality of 3D Watermarking. In *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), SIMILAR Dreams : multimodal interfaces in our future life*. IEEE, 2005.
- [9] G. Lavoué, E. Drelie Gelasca, F. Dupont, A. Baskurt and T. Ebrahimi. Perceptually driven 3D distance metrics with application to watermarking. In *SPIE Applications of Digital Image Processing XXIX*, August 2006.
- [10] G. Lavoué. A roughness measure for 3D mesh visual masking. In *APGV '07: Proceedings of the 4th symposium on Applied perception in graphics and visualization*.
- [11] M. Lounsbery, T. D. DeRose and J. Warren. Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type. *ACM Transactions on Graphics*, 16(1):34–73, 1997.
- [12] C. Roudet, F. Dupont and A. Baskurt. Multiresolution mesh segmentation based on surface roughness and wavelet analysis. volume 6508, page 65082E. SPIE, 2007.
- [13] A. W. F. Lee, W. Sweldens, P. Schröder, L. Cowsar and D. Dobkin. Maps: Multiresolution adaptive parameterization of surfaces. *Computer Graphics*, 32(Annual Conference Series):95–104, 1998.
- [14] I. Guskov, K. Vidimce, W. Sweldens and P. Schröder. Normal meshes. In *SIGGRAPH '00: Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 95–102, 2000.
- [15] C. T. Loop. Smooth subdivision surfaces based on triangles, 1987.
- [16] M. S. Floater. Parametrization and smooth approximation of surface triangulations. *Computer Aided Geometric Design*, 14(4):231–250, 1997.
- [17] D. Zorin, P. Schröder and W. Sweldens. Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology. *Computer Graphics*, 30(Annual Conference Series):189–192, 1996.