

Chapitre 15

Le projet AMBRE : utiliser un paradigme d'apprentissage fondé sur le RÀPC pour faire acquérir à des élèves une méthode de résolution de problèmes

15.1. Introduction

Le projet AMBRE¹ (Apprentissage de Méthodes Basé sur le Raisonnement à partir de l'Expérience) est une étude pluridisciplinaire dont l'objectif est de concevoir des logiciels pédagogiques pour favoriser l'acquisition de méthodes. Issues de recherches en didactique des disciplines, de telles méthodes permettent, dans un domaine donné, de reconnaître la classe d'un problème et d'être capable de savoir quelle technique de résolution appliquer pour résoudre ce problème. Pour mener à bien ce projet, les étapes de conception, de mise en œuvre et d'évaluation se sont succédées au sein d'une équipe pluridisciplinaire. Nous proposons aux élèves un paradigme d'apprentissage inspiré du cycle du Raisonnement à Partir de Cas (RÀPC).

Les recherches menées au sein du projet AMBRE le sont dans le cadre du domaine des Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH). Nous utilisons ici le cycle du raisonnement à partir de cas non pas comme une technique permettant au système informatique d'être efficace dans sa résolution de

¹ Ce projet est mené au sein de l'équipe « Cognition, Expérience et Agents Situés » du LIRIS (Laboratoire d'InfoRmatique en Images et Systèmes d'information, UMR 5205 CNRS).

2 Raisonnement à Partir de Cas : principes, méthodes et applications

problèmes, mais comme une démarche proposée à l'apprenant pour faciliter sa tâche de résolution de problèmes. Notre hypothèse est que l'utilisation d'un raisonnement par analogie va amener l'apprenant à mettre en œuvre un processus d'abstraction afin de construire des connaissances plus abstraites (classes de problèmes, schémas). Notre objet d'étude n'est donc pas uniquement la connaissance et sa mise en œuvre dans un système informatique, mais l'ensemble de l'environnement formé par le système informatique, l'apprenant, leurs interactions et les interventions éventuelles d'autres personnes comme l'enseignant ou les autres élèves.

Dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord le principe d'un EIAH AMBRE et en quoi il s'appuie sur le paradigme du RÀPC. Nous décrivons ensuite comment nous avons utilisé ce principe pour concevoir un EIAH AMBRE appliqué à certains problèmes de mathématiques à l'école primaire (AMBRE-add), ainsi que les apports de disciplines telles que la psychologie cognitive ou la didactique des mathématiques à cette conception. Nous présentons ensuite cet EIAH qui s'appuie sur un système à base de connaissances qui fournit de l'aide et des explications à l'élève sur ses réponses. Enfin nous présentons comment nous avons évalué AMBRE-add en situation réelle d'utilisation.

15.2. Le principe AMBRE

15.2.1. Des EIAH pour apprendre des méthodes

Le projet AMBRE a pour objectif de concevoir des environnements informatiques pour l'apprentissage de méthodes. Il se fonde sur des recherches en didactique des disciplines qui proposent d'enseigner explicitement des méthodes [SCH 85] [ROG 94]. Pour le projet AMBRE, une méthode permet de reconnaître la classe d'un problème et d'être capable de savoir quelle technique de résolution appliquer pour résoudre ce problème.

Rogalski propose que pour concevoir un EIAH, on parte des connaissances telles qu'on veut qu'elles fonctionnent chez l'apprenant après l'apprentissage [ROG 94]. Il précise que le résolveur d'un logiciel « donneur de leçons de méthodes » doit fonctionner selon les méthodes qu'il veut enseigner, et non pas selon des méthodes expertes du domaine concerné. Les résolveurs que nous utilisons dans le projet AMBRE fonctionnent justement selon les méthodes que nous souhaitons enseigner. Toutefois, même si l'on dispose d'une méthode explicite et d'un système informatique capable de l'appliquer, on sait qu'il n'est pas forcément souhaitable de présenter explicitement la méthode à l'apprenant. En effet, dans certains domaines, les termes définissant les classes de problèmes et les techniques de résolution ne

sont pas utilisés institutionnellement et ne sont pas connus des apprenants. De plus, il semble préférable que l'apprenant soit actif et se construise sa propre méthode.

Pour aider l'apprenant à construire sa propre méthode, nous avons choisi de lui présenter des problèmes résolus puis de l'inciter à mettre en œuvre un raisonnement par analogie. En effet, de nombreuses études en psychologie cognitive montrent que cette forme de raisonnement permet d'acquérir des connaissances contextuelles et des connaissances abstraites (des schémas) (voir par exemple [GIC 83] [CUM 92] [DID 01]). Cependant, comme le montrent Gick et Holyoak [GIC 83], le raisonnement par analogie n'est pas toujours spontané et l'acquisition de connaissances lors de la résolution de problème par analogie n'est pas toujours automatique. Aussi, nous avons choisi d'inciter l'apprenant à raisonner par analogie en le guidant à travers le cycle du raisonnement à partir de cas.

15.2.2. Utilisation du RÀPC en EIAH

Le raisonnement à partir de cas a déjà souvent été utilisé dans le domaine des EIAH. Il a d'abord été employé comme résolveur de problèmes. Un résolveur utilisant le RÀPC peut présenter la solution du problème ainsi que l'ensemble des étapes qui ont conduit à la solution. C'est ainsi que fonctionne le système CATO [ALE 97]. Le RÀPC peut également être utilisé pour modéliser les connaissances de l'apprenant. Ainsi, il peut permettre de comparer la production de l'apprenant à la solution d'un expert [SHI 98], de représenter la progression de l'apprenant [KHA 00], ou encore de diagnostiquer ses erreurs [AKA 02]. Le RÀPC peut aussi permettre de choisir une stratégie d'apprentissage adaptée à l'apprenant [GIL 00] en comparant le modèle de l'apprenant avec le parcours d'autres apprenants (qui forment la base de cas). Cette utilisation du RÀPC a été reprise pour proposer des parcours de navigation adaptés à l'apprenant dans un hypermédia [FUN 02] [HER 02] [STO 99].

L'application la plus proche de l'approche utilisée dans le projet AMBRE est l'enseignement à base de cas (« Case-Based Teaching ») [SCH 90] [MAS 97] [ALE 97] [BEL 99] [BUR 96] [CAP 00] [JOI 03]. Les systèmes utilisant cette stratégie d'apprentissage proposent à l'apprenant un cas proche du problème à résoudre s'il rencontre une difficulté en cours de résolution de problème ou lorsqu'il doit résoudre un nouveau problème. Suivant l'EIAH, plusieurs niveaux d'interactivité entre l'apprenant et le système sont possibles [STO 99]. L'apprenant peut demander au système de trouver un cas similaire et d'expliquer comment l'exemple a été résolu. Le système peut aussi être à l'origine de l'interaction en proposant un cas à l'apprenant lorsque cela semble nécessaire. Les cas peuvent représenter l'expérience

d'un expert ou d'autres apprenants. Ainsi, l'enseignement à base de cas utilise le RÀPC pour trouver un cas qui peut aider l'apprenant.

15.2.3. Le cycle AMBRE

Dans le projet AMBRE, le RÀPC n'est pas utilisé par le système mais proposé à l'apprenant comme une stratégie d'apprentissage. Pour chaque problème, l'apprenant doit passer par toutes les étapes du RÀPC, de l'élaboration du cas à sa mémorisation, pour retrouver lui-même un cas approprié au problème et l'adapter au problème à résoudre. Ainsi, une séance de travail avec un EIAH AMBRE se divise en deux phases. La première phase est destinée à présenter à l'apprenant des problèmes résolus (problèmes-types) qui serviront de référence par la suite. Après plusieurs séances, l'apprenant aura vu un problème-type correspondant à chaque classe de problèmes définie au sein de la méthode.

La deuxième phase de la séance est consacrée à la résolution par l'apprenant de plusieurs problèmes. L'EIAH guide l'apprenant dans sa résolution à travers cinq étapes inspirées du cycle du RÀPC (cf. figure 15.1). Après une première étape qui présente l'énoncé du problème, l'apprenant doit reformuler le problème en identifiant les éléments de l'énoncé pertinents pour la résolution (étape analogue à l'élaboration du RÀPC). Dans une troisième étape, l'apprenant choisit parmi les problèmes-types qui lui ont été présentés celui qui lui semble le plus proche du problème à résoudre (étape analogue à la remémoration). Il identifie ainsi de manière implicite la classe du problème à résoudre. Ensuite, l'apprenant doit rédiger la solution du problème en s'inspirant de la solution du problème-type (étape analogue à l'adaptation). Nous supposons que cette adaptation va l'amener par généralisation à identifier une technique de résolution adaptée aux problèmes de cette classe. Enfin, la dernière étape consiste pour l'apprenant à associer le problème qu'il vient de résoudre à un problème-type, de manière à constituer des groupes de problèmes correspondant aux classes, un groupe étant représenté par un problème-type (étape analogue à la mémorisation). Ces étapes sont donc guidées par le système mais effectuées par l'apprenant. L'étape de révision du RÀPC est remplacée dans le cycle AMBRE par un diagnostic réalisé par le système. Celui-ci évalue la production de l'apprenant à la fin de chaque étape et lui propose éventuellement des explications pour l'amener à comprendre ses erreurs et à corriger ses réponses.

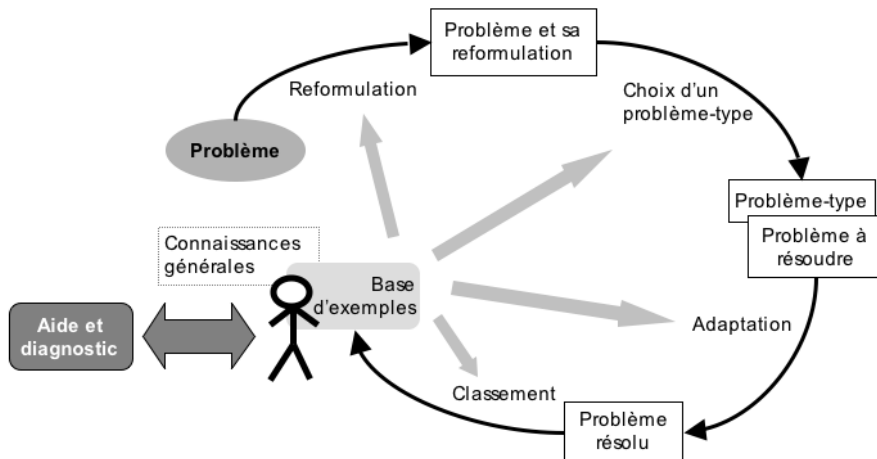


Figure 15.1. Le cycle AMBRE : cycle du RÀPC adapté au projet AMBRE. Ce cycle décrit les activités de l'apprenant lors de l'utilisation du logiciel.

Le principe du projet AMBRE (le « cycle AMBRE ») décrit ci-dessus est indépendant du domaine. Nous sommes conscientes que suivre ce cycle pour résoudre un problème peut être long. Cependant, dans des domaines où la résolution de problèmes occasionne beaucoup d'erreurs liées à l'identification des caractéristiques du problème et au choix d'une technique correspondante, nous pensons que l'apprentissage à partir d'exemples appuyé par le cycle AMBRE peut favoriser l'apprentissage de méthodes.

15.3. Conception de l'EIAH AMBRE-add

Pour concevoir et réaliser un environnement d'apprentissage suivant le principe décrit précédemment, plusieurs étapes ont été nécessaires. De par la nature pluridisciplinaire du projet AMBRE, plusieurs partenaires sont intervenus dans chacune de ces étapes : des chercheurs en informatique, mais aussi en psychologie cognitive et en didactique des mathématiques, une conseillère pédagogique, des enseignants et des apprenants.

Au sein de cette équipe pluridisciplinaire, nous avons adopté une démarche de conception incrémentale et itérative. La conception de AMBRE est donc basée sur la spécification et la mise en œuvre de prototypes ne comprenant d'abord qu'un nombre de fonctionnalités limité. Ces prototypes sont évalués puis conduisent à la

production de nouvelles spécifications qui permettent de mettre en œuvre une nouvelle version du logiciel modifiée et complétée par de nouvelles fonctionnalités. Cette démarche a été choisie afin de valider les choix de conception pluridisciplinaires et de détecter les problèmes précocement.

Nous décrivons à présent brièvement la démarche qui nous a conduit à concevoir un EIAH AMBRE appliqué aux problèmes additifs de niveau CE1-CE2.

15.3.1. Premier prototype et première évaluation

En appliquant le principe du projet AMBRE défini ci-dessus, un premier prototype d'EIAH dédié au domaine des dénombrements au niveau de la terminale scientifique a été développé : AMBRE-dénombrément [GUI 02]. Ce prototype mettait en œuvre le principe de AMBRE avec un nombre de problèmes limité et des fonctionnalités limitées (il n'y avait pas de résolveur de problèmes intégré au logiciel). Nous l'avons ensuite évalué en classe de terminale scientifique afin de mesurer son impact sur l'apprentissage en utilisant une méthode comparative. Dans le cadre de cette première évaluation, conduite selon des techniques de psychologie cognitive, nous avons comparé cette maquette à une maquette contrôle n'intégrant pas le RÀPC. Les résultats de cette évaluation n'ont pas permis de mettre en évidence un effet du logiciel sur l'apprentissage mais nous ont conduit à identifier les difficultés d'utilisation rencontrées par les apprenants et à spécifier de nouvelles recommandations.

Cette première expérimentation a surtout montré la nécessité de mieux comprendre comment et dans quelles conditions la résolution de problèmes par analogie conduit à élaborer des connaissances générales, ceci afin de favoriser l'enseignement de méthodes. Nous avons donc mis en place une collaboration avec le Laboratoire de Psychologie Cognitive de l'Université de Provence afin de réaliser cet objectif.

15.3.2 Études en psychologie cognitive et recommandations pour le projet AMBRE

La résolution de problèmes par analogie peut permettre d'acquérir des connaissances contextuelles, mais aussi des connaissances abstraites (des schémas) à travers la mise en œuvre de différents processus cognitifs tels qu'un processus de détection de similitudes, un processus explicatif sur un exemple ou encore au cours de la résolution du problème par analogie, lors de l'adaptation de la source sur la cible (voir [CAU 99] pour une synthèse). Cependant, cette acquisition de connaissances n'est pas toujours automatique. Il semble que certaines conditions

soient plus ou moins favorables à l'acquisition de ces connaissances. De nombreuses études ont abordé cette question en montrant comment certains formats de présentation du matériel ou certaines activités peuvent favoriser l'apprentissage.

Nous nous sommes appuyées sur ces études théoriques pour préciser les processus que nous souhaitons voir mis en œuvre dans le cycle AMBRE puis pour proposer différentes recommandations destinées à faciliter la mise en œuvre de ces processus [NOG 03]. Ces recommandations portent sur le contenu des consignes, la manière de présenter les problèmes-types, les traits de surface² des problèmes-types et des problèmes à résoudre et le type de diagnostic. Nous recommandons également de compléter les étapes de choix d'un problème-type et d'adaptation par des outils facilitant la comparaison, et l'étape de classement par une activité de réorganisation des groupes de problèmes.

Ces études théoriques nous ayant permis d'améliorer la mise en œuvre concrète du cycle AMBRE, nous avons souhaité réaliser un nouveau prototype d'EIAH. Suite à un changement des programmes scolaires, le domaine des dénombrements n'étant pratiquement plus étudié en classe de terminale scientifique, nous nous sommes intéressées au domaine des problèmes arithmétiques posés en classe de CE1-CE2, souvent nommés problèmes additifs.

15.3.3 Le domaine des problèmes additifs

Le domaine des problèmes additifs est l'un des domaines les plus largement étudiés en didactique des mathématiques, psychologie cognitive et linguistique. Les problèmes additifs décrivent une situation concrète, par exemple un jeu de billes : « Alex avait 32 billes. À la fin de la récréation, il en a 45. Combien a-t-il gagné de billes pendant la récréation ? »

Pour un problème de ce type, on attend une résolution en plusieurs étapes :

- décrire le problème à l'aide d'une "opération à trou" : $32 + ? = 45$
- écrire comment on effectue le calcul : $45 - 32 = ?$
- effectuer le calcul : 13
- écrire la réponse à la question : Alex a gagné 13 billes.

² Contrairement aux traits de structure d'un problème, les traits de surface sont les éléments du problème qui ne sont pas pertinents pour la résolution. Ils constituent l'habillage du problème.

Riley, Greeno et Heller ont proposé une classification des problèmes additifs qui distingue trois catégories de problème : réunion, changement et comparaison [RIL 83]. Greeno et Riley montrent que les difficultés que rencontrent les jeunes enfants dans la résolution de problèmes additifs viennent essentiellement du fait qu'ils n'arrivent pas à se représenter correctement la situation décrite dans l'énoncé. Ce qui permet à des enfants plus âgés de bien résoudre les problèmes additifs est leur capacité à modéliser les problèmes [GRE 87].

Ces travaux en didactique des mathématiques nous ont conduit à penser que le domaine des problèmes additifs est un bon domaine pour un EIAH AMBRE. En effet, il s'agit de problèmes difficiles pour les élèves de l'école primaire, dans lesquels la modélisation joue un rôle important et pour lesquels une classification a été établie.

Plusieurs études en didactique des mathématiques proposent des schémas pour représenter les problèmes et montrent que l'utilisation de ces schémas peut améliorer les performances de résolution et de catégorisation de problèmes [VER 82] [WIL 88]. Le cycle AMBRE comportant une étape de reformulation, nous nous sommes intéressées à ces schémas pour leurs propriétés de représentation des problèmes. Pour les catégories "réunion" et "changement", nous avons adapté des schémas existants proposés dans les travaux cités ci-dessus. En ce qui concerne la catégorie "comparaison", nous n'avons pas trouvé de schéma répondant à nos besoins. Un travail de conception au sein d'une équipe pluridisciplinaire nous a amené à formuler plusieurs propositions que nous avons testées auprès des élèves [JEA 04].

La figure 15.2 résume en utilisant ces schémas la classification de problèmes que nous utilisons dans la méthode que nous souhaitons faire acquérir avec l'EIAH AMBRE-add. Cette classification, fondée sur les études en didactique des mathématiques précédemment citées, ne sera pas proposée telle quelle aux apprenants. À chaque classe de problème (ici représentée par un schéma), on associe une « équation à trou » qui doit être instanciée au problème à résoudre et qui représente pour nous la technique de résolution associée à la classe.

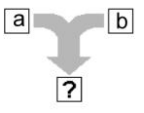
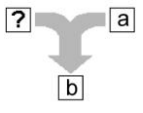
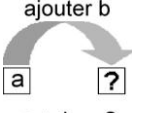
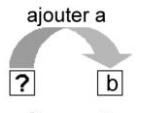
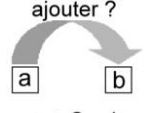
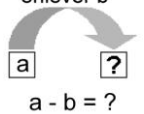
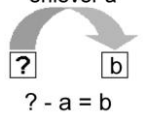
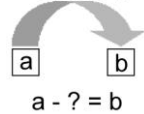
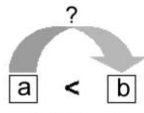
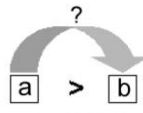
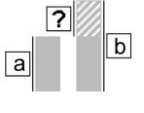
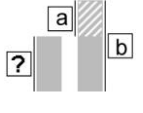
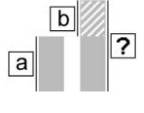
Catégorie réunion	 $a + b = ?$	 $? + a = b$	<i>Le symétrique de ce schéma est tout à fait utilisable par l'apprenant</i>
Catégorie changement Opérateur "ajouter"	ajouter b  $a + b = ?$	ajouter a  $? + a = b$	ajouter ?  $a + ? = b$
Catégorie changement Opérateur "enlever"	enlever b  $a - b = ?$	enlever a  $? - a = b$	enlever ?  $a - ? = b$
Catégorie changement Opérateur inconnu	 $a + ? = b$	 $a - ? = b$	
Catégorie comparaison	 $a + ? = b$	 $? + a = b$	 $a + b = ?$

Figure 15.2. Classification des problèmes additifs

15.4. L'environnement AMBRE-add

Nous décrivons maintenant comment nous avons appliqué le principe de AMBRE au domaine des problèmes additifs dans l'environnement AMBRE-add. Cet EIAH est destiné à être utilisé régulièrement par des élèves de CE1-CE2, de préférence en situation scolaire, en présence d'un enseignant ou d'un tuteur. Le vocabulaire utilisé dans le logiciel a été adapté pour des enfants de ce niveau. Nous présentons ici cet EIAH du point de vue de l'apprenant en soulignant les différents choix de conception. Nous précisons ensuite les fonctionnalités d'aide, de diagnostic des réponses de l'apprenant et d'explications proposées par ce système.

15.4.1 Le cycle AMBRE appliqué au domaine des problèmes additifs

Comme nous l'avons présenté, une séance de travail avec AMBRE-add commence généralement par une présentation de problèmes-type résolus. Conformément aux recommandations issues des études en psychologie cognitive, ces problèmes-types représentent chacun une classe de problèmes et ont tous des traits de surface identiques afin de favoriser la comparaison entre exemples. Pour chaque problème-type, l'énoncé est d'abord présenté avant la reformulation puis la résolution. Cette présentation séquentielle devrait favoriser la mise en œuvre d'un raisonnement anticipatif et de processus explicatifs pour s'expliquer le passage d'une étape à l'autre. Une fois que les différents problèmes-types ont été étudiés, le bilan présente tous les problèmes-types côte à côte afin de favoriser la comparaison entre problèmes.

La suite de la séance est consacrée à la résolution de problèmes. Les problèmes sont choisis afin qu'un problème de chaque classe ayant des traits de surfaces proches des problèmes-type soit d'abord présenté, avant de présenter des problèmes ayant des traits de surfaces plus éloignés. Pour chaque problème, AMBRE-add guide la résolution de l'apprenant en suivant le cycle AMBRE.

Après l'étape de lecture de l'énoncé, l'apprenant doit reformuler le problème (cf. figure 15.3) en le représentant grâce au schéma adéquat choisi parmi les trois schémas présentés dans la partie précédente, en indiquant la place de l'inconnue par un point d'interrogation et enfin en complétant cette reformulation par les valeurs déjà connues (et l'opérateur pour les problèmes de changement). L'objectif de cette étape de reformulation est que l'apprenant soit progressivement capable d'identifier dans l'énoncé les éléments pertinents pour la résolution. Cette reformulation devient une référence pour la suite de la résolution.

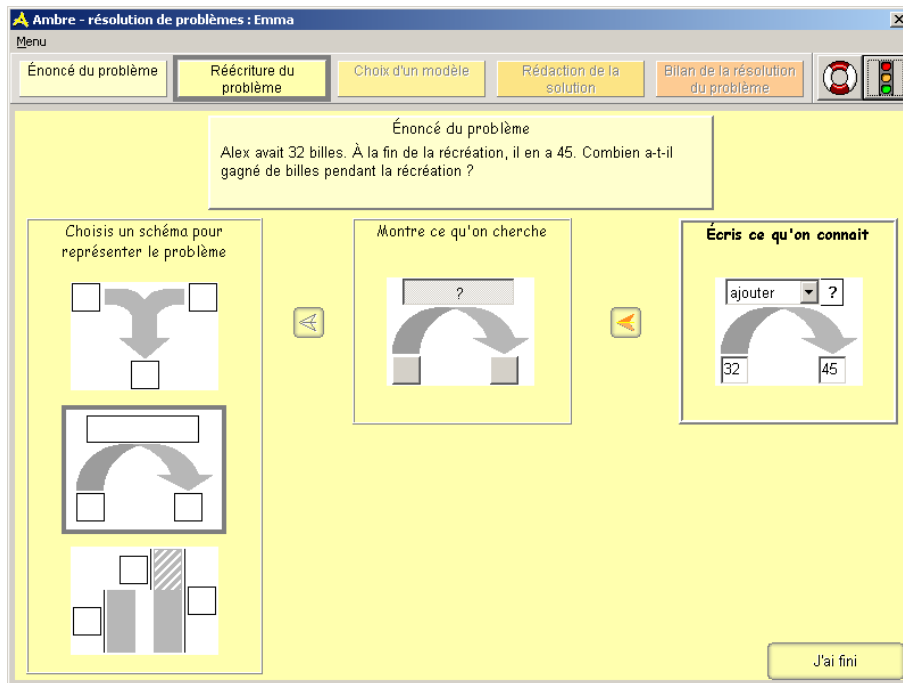


Figure 15.3. *Étape de reformulation du problème*

L'apprenant doit ensuite comparer le problème aux différents problèmes-types afin de choisir celui qui est le plus proche du problème à résoudre (cf. figure 15.4). Dans cette étape, la consigne incite les élèves à comparer le problème à résoudre aux différents problèmes-types que l'apprenant a déjà vus (en début de séance et pendant les séances précédentes). Ceux-ci sont représentés par leur énoncé et leur reformulation. Le fait de reformuler le problème en utilisant un schéma facilite la tâche de comparaison de problèmes nécessaire à cette étape. Si l'apprenant éprouve des difficultés à faire cette comparaison, il peut faire appel à l'aide ; le système facilite alors la comparaison en colorant en vert les éléments identiques entre les problèmes et en rouge les éléments différents. À travers cette activité de comparaison, nous souhaitons accentuer la généralisation de connaissances.

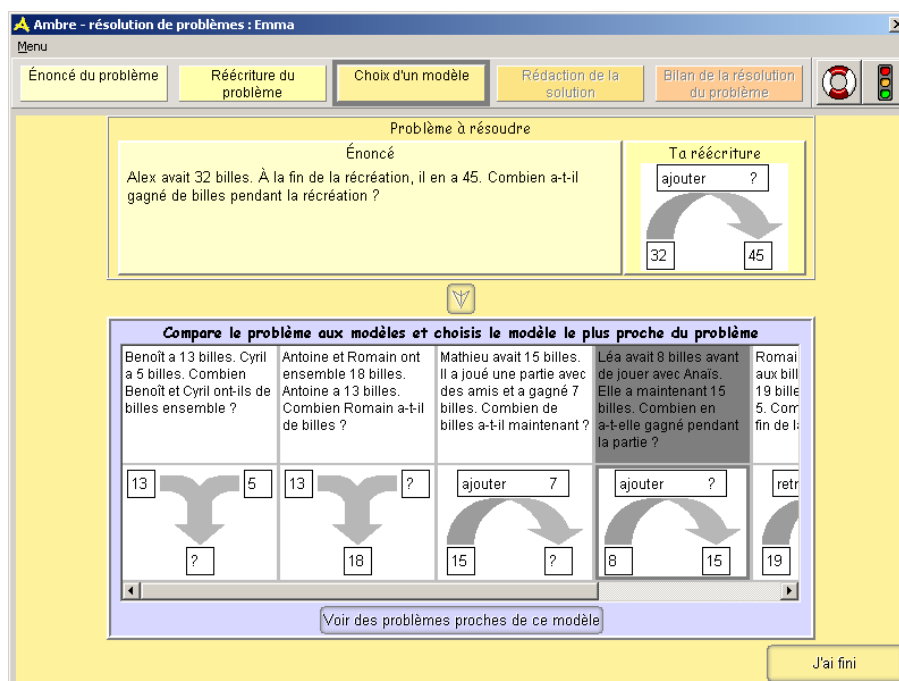


Figure 15.4. Étape de choix d'un problème-type

L'étape suivante consiste pour l'apprenant à rédiger la solution du problème en s'aidant de la solution du problème-type qu'il a choisi à l'étape précédente (cf. figure 15.5 : problème-type à gauche, problème à résoudre à droite). Comme nous l'avons vu précédemment, la résolution se décompose en plusieurs sous-étapes. L'apprenant doit d'abord écrire l'équation qui correspond au problème. Ensuite, il doit écrire l'opération à réaliser pour aboutir à la solution, puis la calculer. Enfin il doit écrire la phrase de réponse à l'aide de listes déroulantes. Selon le niveau, la deuxième partie de la résolution peut ne pas être demandée.

Pour faciliter la mise en correspondance du problème-type avec le problème à résoudre, une fonctionnalité du système permet de colorier les éléments de l'énoncé, de la reformulation et de la solution qui ont une fonction identique ou qui sont liés. De plus, la sous-étape du problème-type correspondant à la sous-étape traitée par l'apprenant est accentuée par une police en gras. Nous supposons que l'adaptation de la résolution du problème-type choisi au problème à résoudre est source de généralisation.

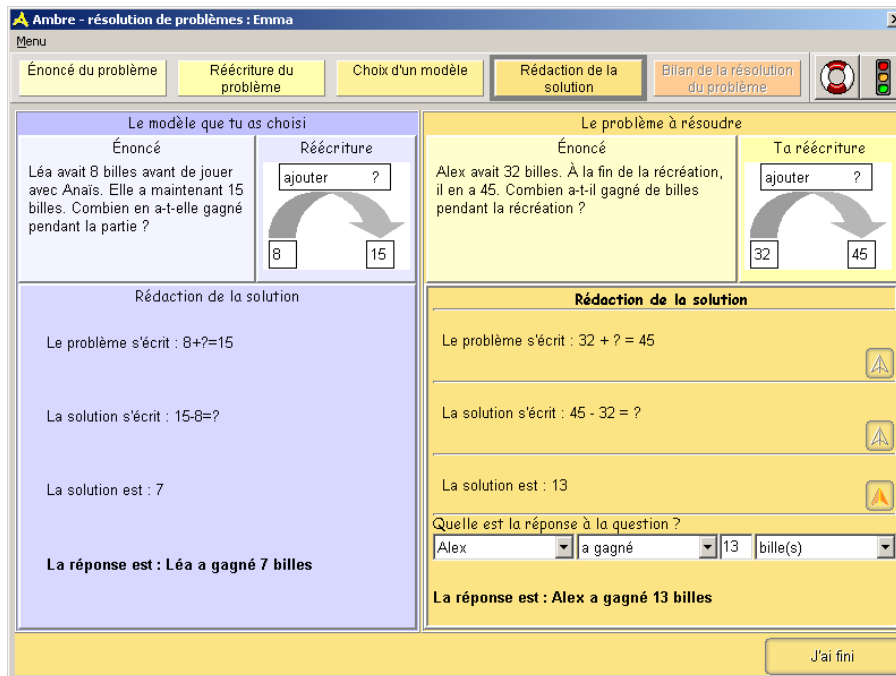


Figure 15.5. Étape d'adaptation

Enfin, dans la dernière étape, le système présente d'abord à l'apprenant un bilan de la résolution du problème : l'énoncé, sa reformulation et la solution. Ensuite l'apprenant est invité à ranger ce problème avec l'un des problèmes-type, afin de constituer des groupes de problèmes de même classe. Ce faisant, l'apprenant identifie la classe à laquelle appartient le problème.

15.4.2 Fonctionnalités d'aide, de diagnostic et d'explications

Pour obtenir de l'aide, l'apprenant peut utiliser le bouton "bouée de sauvetage", le bouton "feu tricolore" lui permettant quant à lui de savoir si ses réponses sont correctes ou non, et d'obtenir une explication en cas d'erreur (cf. figure 15.5 en haut à droite). L'EIAH propose des explications de différentes natures en fonction des erreurs commises par l'élève. Un diagnostic automatique peut être fait après chaque sous-étape ou à la fin de chaque étape suivant le paramétrage choisi (notamment par l'enseignant). Un paramétrage par défaut propose un diagnostic à la fin de chaque étape.

La fenêtre affichant l'aide est bleue ; celle affichant le diagnostic est verte si les réponses sont justes, rouge s'il y a une erreur, et orange si la réponse est correcte d'un point de vue mathématique, mais ne répond pas à ce qui est demandé à l'apprenant. C'est à l'enseignant de choisir si l'on peut laisser l'élève continuer malgré une fenêtre orange. Les messages d'aide ou de diagnostic sont souvent à deux niveaux : si le premier message ne suffit pas à l'élève pour comprendre, il peut utiliser le deuxième niveau (cf. figure 15.6).

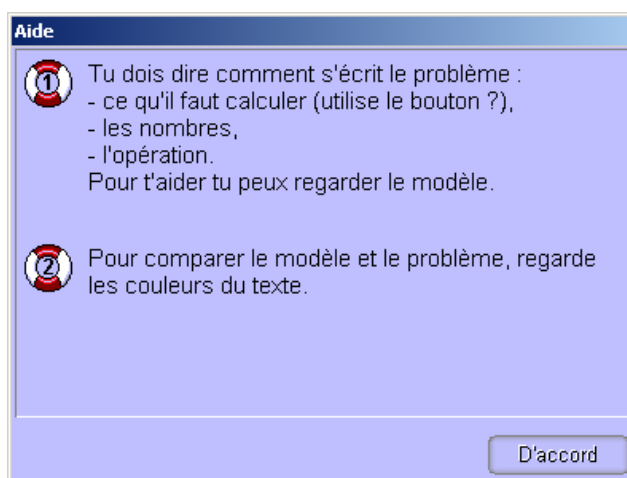


Figure 15.6. Exemple de fenêtre d'aide à deux niveaux

Les messages d'aide consistent souvent à rappeler à l'apprenant ce qu'il doit faire. Cette aide peut parfois renvoyer l'élève vers une page de présentation des différents schémas ou vers des fonctionnalités qui peuvent lui être utiles (par exemple une calculatrice simplifiée). L'EIAH met aussi en place des outils destinés à lui faciliter la tâche. Par exemple, pour l'aider à rédiger la solution du problème, le système peut mettre dans la même couleur les éléments qui ont le même rôle dans l'énoncé, la reformulation et la résolution du problème-type et du problème à résoudre.

Les messages d'explications faisant suite au diagnostic répondent souvent à une erreur attendue. Par exemple, lors de la rédaction de la phrase de réponse, il est fréquent que les élèves écrivent une phrase qui est dans l'énoncé (par exemple « Alex avait 32 billes »). Dans ce cas, on explique « Ce que tu as écrit est vrai, mais ce n'est pas la réponse à la question ».

Générer un énoncé correspondant à la réponse de l'élève peut souvent lui permettre de comprendre en quoi sa réponse est erronée. Cette fonctionnalité de génération d'énoncé est par exemple utilisée pour expliquer à l'apprenant pourquoi sa reformulation n'est pas correcte (la reformulation est présentée figure 15.3), dans le cas où l'erreur vient des nombres qu'il a indiqués (le schéma et la place de l'inconnue étant corrects).

Des éléments graphiques peuvent aussi être utilisés pour les messages d'explications sur les erreurs, parce que l'on ne sait pas interpréter la réponse de l'apprenant, ou parce que cela vaut mieux que des explications textuelles complexes. On peut ainsi mettre en vert les éléments de la réponse qui sont corrects et en rouge ceux qui sont erronés.

Nous allons à présent décrire le système à base de connaissances qui permet de réaliser ces fonctionnalités d'aide, de diagnostic et d'explications.

15.5. Systèmes à base de connaissances pour AMBRE

L'EIAH AMBRE-add comporte principalement une interface et un système à base de connaissances. Ce système à base de connaissances, CHAMADE-add, est issu de l'architecture CHAMADE que nous allons présenter maintenant. Réalisé en Prolog, il modélise les connaissances du domaine ainsi que des connaissances pédagogiques afin de fournir à l'apprenant des messages d'aide et de diagnostic de ses réponses. L'interface, réalisée en Delphi, fait appel à CHAMADE-add lorsque c'est nécessaire. Des fichiers texte et XML servent à faciliter la communication entre l'interface et CHAMADE-add.

Même s'il intègre des connaissances de classification, de comparaison et d'adaptation, le système à base de connaissances de AMBRE n'est pas un système de RÀPC. En effet, ce système est destiné à assister l'apprenant dans la résolution de problèmes suivant le cycle AMBRE, et donc pour des tâches telles que l'adaptation par exemple, mais ne résout pas les problèmes en utilisant le cycle complet classique du RÀPC.

Nous avons expliqué dans la première partie que le résolveur d'un "tuteur donneur de leçons de méthodes" doit fonctionner selon la méthode qu'il souhaite enseigner [ROG 94]. Pour satisfaire cette exigence, nous avons conçu l'architecture SYRCLAD [GUI 99] qui nous permet de réaliser un résolveur de problèmes appliquant une méthode. Afin de pouvoir fournir à l'apprenant des messages d'aide, et pour être capable de diagnostiquer ses réponses et de lui expliquer ses erreurs,

nous proposons l'architecture CHAMADE, que nous décrivons après avoir présenté l'architecture SYRCLAD.

15.5.1 L'architecture SYRCLAD

L'architecture de résolveurs SYRCLAD (SYstème de Résolution de problèmes fondé sur la CLAssification du Domaine) permet d'explicitier de manière déclarative une classification de problèmes et les connaissances de reformulation et de résolution qui y sont liées (cf. figure 15.7). Elle permet ainsi de proposer une modélisation des connaissances que l'on cherche à observer chez les apprenants.

Pour un domaine donné, un expert (didacticien, enseignant...) définit une hiérarchie de classes de problèmes. Pour pouvoir utiliser cette hiérarchie afin d'identifier la classe d'un problème, il faut définir des connaissances de reformulation qui permettent de déterminer les valeurs des attributs discriminants de la hiérarchie de classification. Certaines classes de la hiérarchie, dites opérationnelles, sont suffisamment spécifiques pour qu'on puisse associer à chacune d'elles une technique de résolution adaptée aux problèmes qui relèvent de cette classe.

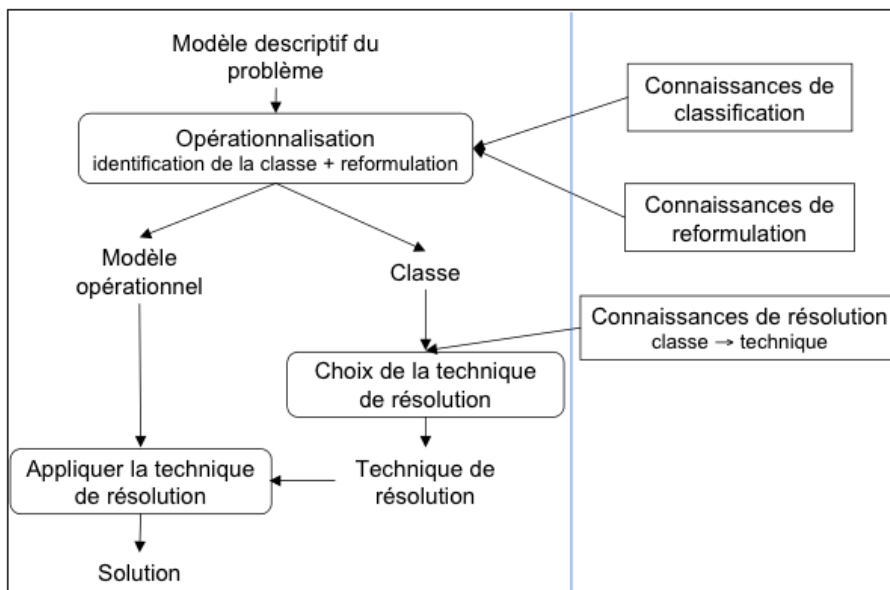


Figure 15.7. L'architecture SYRCLAD

Résoudre un problème consiste alors tout d'abord en une phase d'opérationnalisation, où le système utilise les connaissances de reformulation et le graphe de classification pour déterminer de quelle classe relève le problème et pour construire un nouveau modèle de ce problème (appelé modèle opérationnel).

Ce modèle est essentiellement composé des attributs discriminants de la hiérarchie, mais aussi d'attributs qui instancient le problème par rapport à la classe dont il relève. Le modèle opérationnel est débarrassé des traits de surface du modèle descriptif (c'est-à-dire des éléments du problème non pertinents pour la résolution). La résolution proprement dite consiste alors à appliquer la technique de résolution associée à la classe du problème au modèle opérationnel, afin obtenir une solution au problème posé.

Dans l'architecture SYRCLAD, le formalisme de représentation des trois types de connaissances (classification, reformulation et résolution), ainsi que les processus (opérationnalisation, choix et application de la technique de résolution) sont indépendants du domaine. Lorsque l'on définit pour un domaine les trois bases de connaissances, on obtient un résolveur de problèmes du domaine (partie gauche de la figure 15.7). Cette architecture a été appliquée à quatre domaines [GUI 99].

Pour le domaine des problèmes additifs, les attributs discriminants du graphe de classification sont, entre autres, le type du problème, la nature de l'inconnue et l'opérateur. Les classes opérationnelles sont celles présentées sur la figure 15.2. Les connaissances de reformulation déterminent la valeur de ces attributs à partir de l'énoncé du problème. Les techniques de résolution associées aux classes opérationnelles sont les opérations à trou également présentées sur la figure 15.2.

Le résolveur SYRCLAD-add (résolveur SYRCLAD pour les problèmes additifs) ne permet pas à lui seul de fournir de l'aide à l'apprenant, ni de diagnostiquer ses réponses ou de lui expliquer ses erreurs. Pour assurer ces fonctionnalités, nous avons ajouté autour de SYRCLAD-add des bases de connaissances qui constituent l'architecture CHAMADE (arCHitecture pour l'Apprentissage de Méthodes permettant Aide, Diagnostic et Explications), que nous présentons maintenant.

15.5.2. L'architecture CHAMADE

L'architecture CHAMADE contient tout d'abord un résolveur SYRCLAD ainsi que les connaissances sur la méthode associées. Elle contient de plus deux grands groupes de connaissances : celles destinées à la communication avec l'apprenant, et celles destinées à diagnostiquer les réponses de l'apprenant et à construire les messages d'aide et d'explication des erreurs. De plus, une base de problèmes

contient les problèmes-type déjà présentés à l'apprenant ainsi que les problèmes qu'il a déjà résolus (cf. figure 15.8).

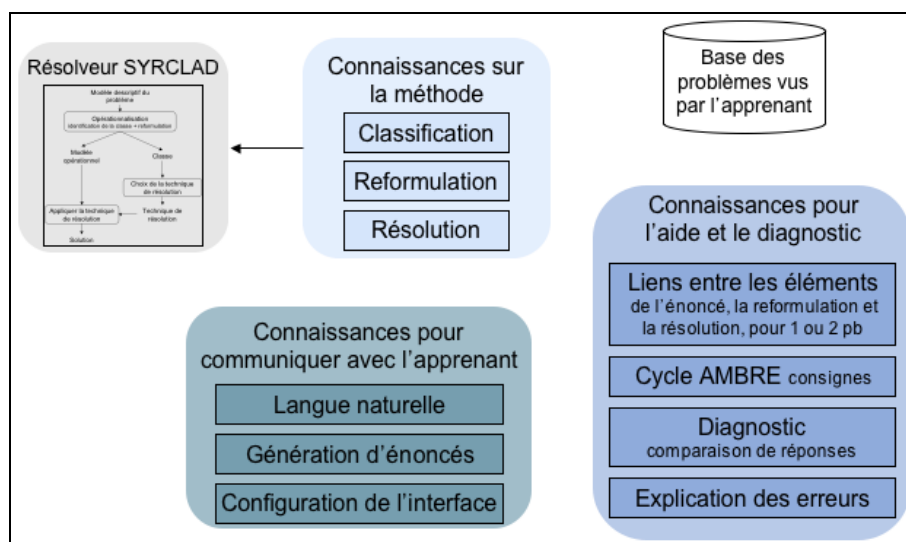


Figure 15.8. L'architecture CHAMADE

Les connaissances destinées à la communication avec l'apprenant sont de trois types.

Les connaissances liées à la langue naturelle permettent de construire des messages grammaticalement corrects.

Les connaissances de génération permettent de générer un énoncé de problème, ou une formulation en langue naturelle d'une connaissance du domaine.

Les connaissances de configuration de l'interface sont destinées à fournir à l'interface des éléments qu'elle interprète afin de par exemple choisir la couleur des fenêtres (vert, rouge ou orange), mettre en couleur des éléments du problème ou de la réponse de l'apprenant, ou construire des listes déroulantes (par exemple, pour rédiger la phrase de réponse, l'apprenant utilise des listes déroulantes contenant des éléments choisis par CHAMADE-add, grâce à sa connaissance du problème).

Les connaissances destinées à l'aide et au diagnostic sont de quatre types.

Afin de pouvoir mettre en évidence (grâce à des couleurs) les éléments analogues de l'énoncé, de la reformulation et de la solution, et afin de pouvoir les mettre en relation avec les éléments analogues d'un autre problème, il est nécessaire de connaître le rôle de chacun de ces éléments et leurs liens. Ces connaissances sont analogues à des connaissances d'appariement.

Afin de pouvoir rappeler à l'apprenant ce qu'il doit faire en cas de demande d'aide, il est nécessaire de connaître de manière détaillée le cycle AMBRE utilisé dans l'EIAH, et son application au domaine choisi.

Afin de pouvoir diagnostiquer les réponses de l'apprenant, il est nécessaire de définir comment comparer celles-ci à l'ensemble des réponses correctes fournies par le résolveur SYRCLAD.

Afin de pouvoir donner à l'élève des explications pertinentes sur ses erreurs, il est nécessaire de définir un ensemble de réponses erronées attendues, et d'y associer des messages explicatifs. Il faut également prévoir comment aider l'élève à remédier à une erreur que le système n'a pas su interpréter. Enfin, il peut être nécessaire de recontextualiser un message d'erreur.

L'ensemble des connaissances que nous venons de décrire peut être utilisé par CHAMADE pour répondre à **trois types de demande** : une demande directe de l'interface, une demande d'aide de l'apprenant ou une demande de diagnostic de l'apprenant.

L'interface fait appel à CHAMADE, et plus précisément au résolveur SYRCLAD, pour présenter à l'apprenant en début de séance des problèmes-type résolus. L'interface a également besoin de connaître les problèmes-type qu'a déjà vus l'apprenant pour lui demander de choisir un problème-type ; elle doit aussi savoir quels problèmes a déjà résolus l'apprenant et à quel problème-type il les a associés afin de lui permettre de consulter les problèmes rangés avec un problème type. L'interface peut également faire appel à CHAMADE pour constituer des éléments d'interface tels que les listes déroulantes décrites ci-dessus.

Lorsque l'apprenant demande de l'aide, l'interface indique à CHAMADE quel est exactement l'avancement de l'élève dans le cycle AMBRE. CHAMADE construit alors un message d'aide en utilisant ses connaissances sur le cycle AMBRE et ses connaissances liées à la langue naturelle. Afin de pouvoir mettre en évidence les éléments analogues du problème-type et du problème à résoudre, comme présenté

précédemment, CHAMADE utilise également les connaissances sur les liens entre ces éléments ainsi que les connaissances du résolveur SYRCLAD sur les deux problèmes.

Lorsque l'apprenant demande un diagnostic de ses réponses, CHAMADE procède en deux temps. Dans un premier temps, le système utilise ses connaissances de diagnostic pour comparer les réponses de l'élève à celles du résolveur. Dans un deuxième temps, il construit en cas d'erreur un message d'explication ou des informations que l'interface mettra en œuvre visuellement. Pour cela, il utilise les connaissances d'explication des erreurs, en s'appuyant sur le résolveur SYRCLAD, ainsi que sur l'ensemble des connaissances destinées à la communication avec l'apprenant.

Nous avons dans cette partie présenté les connaissances de l'architecture CHAMADE et comment elles sont utilisées pour répondre aux demandes de l'interface ou de l'apprenant. En appliquant SYRCLAD à quatre domaines, nous avons démontré la généralité de cette architecture pour la réalisation de solveurs de problèmes utilisant des méthodes. En ce qui concerne l'architecture CHAMADE, même si nous avons procédé selon une démarche analogue, il faudrait l'utiliser dans un EIAH AMBRE appliqué à un autre domaine afin de montrer sa généralité.

15.6. Évaluation de AMBRE-add

Nous avons conduit trois expériences afin d'évaluer l'utilisabilité de AMBRE-add et son impact sur l'apprentissage de la méthode. La première expérience réalisée en laboratoire avec cinq apprenants a permis d'identifier les plus gros problèmes d'utilisation et de modifier le logiciel avant l'expérimentation en classe.

La seconde expérience s'est déroulée en classe avec 78 élèves de CE1, dans des conditions réelles d'utilisation. Cette expérience consistait à comparer AMBRE-add avec un logiciel contrôle qui proposait une résolution de problème simple. Cette expérience n'a pas permis de montrer que le cycle AMBRE a un impact plus important qu'une résolution simple sur l'apprentissage de la méthode. Nous avons identifié trois facteurs qui ont pu influencer ces résultats. On peut d'abord souligner des difficultés méthodologiques en particulier liées à la validité de la comparaison entre AMBRE-add et le logiciel contrôle. En effet, le nombre de problèmes résolus et le type d'interventions des encadrants ont varié suivant le logiciel utilisé. De plus, certains tests se sont révélés peu adaptés à l'évaluation de l'apprentissage de la méthode. Les nombreuses difficultés rencontrées par les apprenants tout au long de l'utilisation du logiciel peuvent constituer un second facteur explicatif. Ces difficultés étaient dues à un manque de maîtrise de la lecture (difficultés à lire l'énoncé et les messages d'aide et de diagnostic) et des techniques calculatoires,

mais aussi à la complexité du système (difficultés pour situer leurs erreurs ou pour comprendre le lien entre les différentes étapes). Enfin, l'utilisation du système par les CE1 est souvent assez différente de l'utilisation prescrite. Ainsi, les élèves de CE1 n'adaptent que rarement le problème-type pour résoudre le problème.

Cette expérience nous a conduit à modifier les messages d'aide et de diagnostic proposés par le système et à identifier un public pour lequel AMBRE-add serait plus adapté. Les classes de problèmes traitées par AMBRE-add sont également abordées en classe de CE2. Nous avons par conséquent conduit une expérience auprès d'élèves en classe de CE2 consistant à observer l'utilisation effective du logiciel. Cette expérience a d'abord montré que les élèves de CE2 étaient plus autonomes dans l'utilisation du logiciel, le prenaient en main plus rapidement et résolvaient plus rapidement les problèmes. Par ailleurs, l'observation permet de penser qu'une partie des apprenants plus importante qu'en CE1 ont eu une utilisation du logiciel plus proche de l'utilisation prescrite. En effet, une partie des apprenants est capable de se rendre compte d'une erreur dans la reformulation sans l'aide du système. De plus, environ 80% des apprenants utilisent soit le problème-type, soit la reformulation pour construire la solution du problème. Cependant des difficultés persistent : les apprenants n'ont pas une bonne compréhension des schémas. De plus, certains élèves jouent avec le système en exploitant les possibilités offertes par l'aide et le système de diagnostic (par exemple en répondant par essai-erreur) sans donner de sens à leurs actions. Il est nécessaire de pouvoir détecter ce type de comportement, de le quantifier et de rechercher une solution pour limiter ce type d'utilisation du système négatif pour l'apprentissage.

À travers ces différentes expériences, nous avons donc identifié les pratiques et les difficultés des apprenants face au logiciel. Nous avons également produit des recommandations qui ont conduit à améliorer le logiciel et identifier un public pour lequel AMBRE-add pourrait être bien adapté.

Les difficultés rencontrées par les élèves de CE1 ont conduit l'équipe de conception à imaginer des activités très simples, préparatoires à AMBRE-add pour des apprenants jeunes. De plus, nous pensons intégrer un synthétiseur vocal au système pour limiter les difficultés dues à la lecture et réduire la charge cognitive pour des apprenants faibles en lecture.

Ces différentes expériences n'ont cependant pas montré que AMBRE-add, à travers le cycle AMBRE, facilite l'apprentissage de la méthode. Comme les élèves de CE2 semblent avoir moins de difficulté à utiliser le logiciel que ceux de CE1, nous envisageons donc de mener une nouvelle expérience avec plusieurs classes de CE2 afin de mesurer l'impact de AMBRE-add sur l'apprentissage.

15.7. Conclusion et perspectives de recherche

Nous avons présenté dans ce chapitre comment nous avons conçu l'EIAH AMBRE-add au sein d'une équipe pluridisciplinaire, en nous appuyant sur des études en didactique des mathématiques sur le domaine des problèmes additifs et sur des études en psychologie cognitive sur l'apprentissage à partir d'exemples. En effet, pour enseigner une méthode de résolution de problèmes, cet EIAH encourage un raisonnement par analogie en proposant à l'apprenant une démarche inspirée du raisonnement à partir de cas. Nous avons expliqué comment, adossé à un système à base de connaissances, cet EIAH permet de fournir à l'apprenant de l'aide, un diagnostic de ses réponses ainsi que des explications associées. Sans être un système de RÀPC, le système à base de connaissance de AMBRE assiste l'apprenant dans sa résolution de problèmes à partir de cas, en utilisant des connaissances de classification, de comparaison et d'adaptation. Nous avons enfin décrit comment nous avons procédé à plusieurs expérimentations destinées à évaluer cet environnement.

Les perspectives du projet AMBRE s'articulent autour de deux axes de recherche. Le premier axe de recherche a pour objectif de créer un ensemble d'activités autour de AMBRE-add, afin de concevoir un environnement plus large pour une utilisation tout au long de l'école primaire. Nous travaillons avec des enseignants afin d'identifier et de construire ces activités qui devraient contribuer à une meilleure intégration du logiciel dans les classes. Ces activités ne relèvent pas directement du RÀPC mais se focalisent sur certaines compétences liées à la résolution de problèmes additifs. Elles pourront de plus pour certaines préparer les élèves à l'utilisation de AMBRE-add ou pour d'autres leur permettre d'en prolonger l'apprentissage.

Le deuxième axe de recherche vise à étudier comment transformer AMBRE-add pour qu'il puisse s'adapter non seulement aux spécificités de l'apprenant, mais également à celles du contexte d'apprentissage. Notre objectif est que l'environnement puisse être utilisé dans des situations pédagogiques variées s'adressant à des publics d'âges variés et de profils différents. Dans ce but, nous concevons des outils permettant aux enseignants de personnaliser l'environnement, de créer des séquences d'apprentissage et de générer les problèmes qu'ils souhaitent faire résoudre à leurs élèves. En parallèle, nous étudions comment construire un profil de l'apprenant en analysant l'activité de cet apprenant lorsqu'il utilise l'EIAH AMBRE-add. Ce profil d'apprenant rassemblera un ensemble d'informations sur l'apprenant caractérisant ses connaissances, compétences et/ou conceptions. Il permettra d'une part au système d'adapter ses interventions à l'apprenant, et en particulier de générer les problèmes ou les activités les plus adaptées à ses

difficultés. D'autre part, cela permettra de présenter à l'enseignant un bilan de l'utilisation du logiciel par ses élèves, bilan comportant un profil cognitif.

Remerciements

Le projet AMBRE a bénéficié du soutien du programme interdisciplinaire STIC-SHS « Société de l'Information » du CNRS.

Merci à André Didierjean pour sa participation aux recherches en psychologie cognitive du projet, à Philippe Daubias et François Fallet-Kahn pour le développement de l'environnement et à Agnès Remlinger pour ses conseils pédagogiques.

Références

- [AKA 02] AKA M., FRASSON C., A New Approach on Flight Training : ASIMIL, *Technologies de l'Information et de la Communication dans les Enseignements d'ingénieurs et dans l'industrie*, TICE'2002, Lyon, 13-15 novembre 2002, p. 307-314.
- [ALE 97] ALEVEN V., ASHLEY KD., Evaluating a Learning Environment for Case-Based Argumentation Skills, *International Conference on Artificial Intelligence and Law*, 1997, p. 170-179.
- [BEL 99] BÉLANGER S., THIBODEAU MA., AÏMEUR E., Training of the Learner in Criminal Law by Case-Based Reasoning. *IEA/AIE*, 1999, p. 398-408.
- [BUR 96] BURKE R., KASS A., Retrieving Stories for Case-Based Teaching. *Case-Based Reasoning: Experiences, Lessons, & Future Directions*, D. Leake (ed.) Menlo Park, CA: AAAI Press, 1996, p. 93-106.
- [CAP 00] CAPUS L., TOURIGNY L., Le raisonnement à partir de cas : une aide à la formation en analyse de sécurité routière, *Technologies de l'Information et de la Communication dans les Enseignements d'ingénieurs et dans l'industrie*, TICE'2000, Troyes, 18-20 octobre 2000, p. 227-235.
- [CAU 99] CAUZINILLE-MARMÈCHE E., DIDIERJEAN A., Raisonnement par analogie et généralisation des connaissances, G. Netchine-Grynberg (ed.), *Développement et fonctionnement cognitif : vers une intégration*, Paris, Presses Universitaires de France, 1999, p. 125-152.
- [CUM 92] CUMMINS D., Role of analogical reasoning in the induction of problem categories, *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* 5, 1992, p. 1103-1124.
- [DID 01] DIDIERJEAN A., Apprendre à partir d'exemples: Abstraction de règles et/ou mémoire d'exemplaires ? *L'Année Psychologique* 101, 2001, p. 325-348.

[FUN 02] FUNK P., CONLAN O. Case-Based Reasoning to Improve Adaptability of Intelligent Tutoring Systems, *Workshop on Case-Based Reasoning for Education and Training*, CBRET'2002, Aberdeen, Scotland, 2002, p. 15-23.

[GIC 83] GICK M.L., HOLYOAK K.J., Schema induction and analogical transfer, *Cognitive Psychology* 15, 1983, p. 1-38.

[GIL 00] GILBERT J.E., Case-Based Reasoning Applied to Instruction Method Selection for Intelligent Tutoring Systems. *Workshop 5 : Case-Based Reasoning in Intelligent Training Systems*, *Intelligent Tutoring Systems*, Montreal, 2000, p. 11-15.

[GRE 87] GREENO J.G., RILEY M.S., *Processes and development of understanding, Metacognition, motivation and understanding*, F.E. Weinert, R.H. Kluwe (eds.), Chap 10, 1987, p. 289-313.

[GUI 99] GUIN-DUCLOSSON N., SYRCLAD : une architecture de solveurs de problèmes permettant d'explicitier des connaissances de classification, reformulation et résolution, *Revue d'Intelligence Artificielle* 13-2, Paris, Hermès, 1999, p. 67-94.

[GUI 02] GUIN-DUCLOSSON N., JEAN-DAUBIAS S., NOGRY S., The AMBRE ILE: How to Use Case-Based Reasoning to Teach Methods, *Intelligent Tutoring Systems*, S. Cerri, G. Gouradères, F. Paraguaçu (eds), ITS'2002 proceedings, Springer, 2002, Lecture Notes in Computer Science vol. 2363, 2002, p. 782-791.

[HER 02] HERAUD JM., Pixed : towards the sharing and re-use of experience to assist training, *World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia & Telecommunications*, Denver, USA, 2002, p. 777-782.

[JEA 04] JEAN-DAUBIAS S., De l'intégration de chercheurs, d'experts, d'enseignants et d'apprenants à la conception d'EIAH, *Technologies de l'Information et de la Connaissance dans l'Enseignement supérieur et l'industrie*, TICE'2004, p. 290-297.

[JOI 03] JOIRON C., LECLET D., Inciting discussions between physicans about clinical cases: The Diacom forul and its pairing module, *International Conference on Open and Online Learning*, ICOOL 2003, p. 1-8,

[KHA 00] KHAN T.M., Case-Based Evaluation for Student Modelling. *Workshop 5: Case-Based Reasoning in Intelligent Training Systems*, ITS'2000, Montreal, 2000, p. 16-22.

[MAS 97] MASTERTON S., The Virtual Participant : Lessons to be Learned from a Case-Based Tutor's Assistant. *Computer Support for Collaborative Learning*, Toronto, 1997.

[NOG 03] NOGRY S., Comment faire apprendre des connaissances abstraites à partir d'exemples : application au projet AMBRE. *EIAH'2003* (session jeunes chercheurs) annexes aux actes de la conférence, 2003, p. 67-70.

[RIL 83] RILEY M.S, GREENO J.G., Heller J.I., Development of children's problem-solving ability in arithmetic, H.P. Ginsburg (ed.), *The development of mathematical thinking*. New-York : Academic Press., 1983.

[ROG 94] ROGALSKI M., Les concepts de l'EIAO sont-ils indépendants du domaine? L'exemple d'enseignement de méthodes en analyse, *Recherches en Didactiques des Mathématiques* vol 14 n° 1.2, 1994, p. 43-66.

- [SCH 85] SCHOENFELD A., *Mathematical Problem Solving*, New York: Academic Press, 1985.
- [SCH 90] SCHANK RC., EDELSON DJ., A role for AI in education: Using technology to reshape education, *Journal of Artificial Intelligence in Education* 1.2, 1990, p. 3-20.
- [SHI 98] SHIRI A., AIMEUR E., FRASSON C., SARA : A Cased-Based Student Modelling System, *Fourth European Workshop on Case-Based Reasoning*, Lecture Notes in Artificial Intelligence, n° 1488, Dublin, Ireland, 1998, p. 425-436.
- [STO 99] STOTTLER R., RAMACHANDRAN S., A Case-Based Reasoning Approach to Internet Intelligent Tutoring Systems (ITS) and ITS Authoring. *FLAIRS Conference*, 1999, p. 181-186.
- [VER 82] VERGNAUD G., A classification of cognitive tasks and operations of the thought involved in addition and subtraction problems, *Addition and subtraction: A cognitive perspective*, Hillsdale: Erlbaum, 1983, p. 39-58.
- [WIL 88], WILLIS G.B., FUSON K.C., Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems, *Journal of Educational Psychology* 80, 1988, p. 190-201.