

# Comparaison de schémas de décomposition en ondelettes pour un traitement local des maillages surfaciques triangulaires

C. Roudet<sup>1</sup>

F. Dupont<sup>1</sup>

A. Baskurt<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire LIRIS, UMR 5205 CNRS  
Université Claude Bernard Lyon 1, Villeurbanne Cedex

<sup>2</sup>Laboratoire LIRIS, UMR 5205 CNRS  
INSA Lyon, Villeurbanne Cedex

{croudet, fdupont, abaskurt}@liris.cnrs.fr

## Résumé

*Depuis quelques années, les objets tridimensionnels concurrencent le multimédia traditionnel (images, sons et vidéos). Ils sont le plus souvent représentés sous forme de maillages surfaciques triangulaires. Les résultats récents en compression de modèles lisses par morceaux représentés par ce type de maillages ont motivé notre recherche d'une adaptation de ces techniques pour le traitement de surfaces naturelles. Pour cela nous nous sommes appuyés sur le potentiel des ondelettes de subdivision. Avant de passer à la compression, nous avons cherché à comparer plusieurs schémas d'analyse en ondelettes existants. Cette phase d'analyse nous a servi à démontrer l'utilité de traiter les maillages par une approche locale en fonction des caractéristiques de leur surface.*

## Mots clefs

Modèles 3D, surfaces de subdivision, ondelettes géométriques, analyse multirésolution, compression.

## 1 Introduction

Grâce aux dernières avancées des techniques d'échantillonnage, les images, sons et vidéos numériques font maintenant largement partie de notre quotidien. Plus récemment, le développement de l'infographie et de la vision tridimensionnelle a ouvert la voie à la modélisation d'objets ou de scènes complexes en trois dimensions.

L'enjeu principal de ces techniques est de dissimuler à l'utilisateur la discrétisation des signaux perçus par celui-ci sous forme continue. Actuellement, les modèles géométriques 3D sont le plus souvent représentés sous forme de maillages surfaciques triangulaires grâce à leur simplicité et leur efficacité. Ainsi, pour répondre aux attentes de réalisme, il est nécessaire de sélectionner un grand nombre d'échantillons sur la surface des objets. En plus de cette information géométrique, les maillages renferment également une information topologique qui traduit la manière dont les sommets sont connectés entre

eux. Ceci représente alors une grande quantité d'informations à conserver pour obtenir une représentation précise et détaillée. Bien que les espaces de stockage des ordinateurs et la vitesse de transmission des réseaux ne cessent d'augmenter, il paraît indispensable de disposer de techniques de compression efficaces pour stocker, échanger et même visualiser de tels objets.

Certaines applications professionnelles manipulent des données sensibles pour lesquelles la perte d'information ne peut être tolérée. Des méthodes de compression sans perte, qui proposent une reconstruction exacte de l'information, sont alors utilisées. Ces techniques se caractérisent par une réorganisation de l'information et sont les premières à avoir été proposées pour la compression d'objets 3D. Mais dans la majorité des cas, il est possible d'obtenir des taux de compression bien meilleurs en s'autorisant quelques pertes que l'on cherche à dissimuler. Pour cela, on utilise généralement l'espace fréquentiel dans lequel les informations sont naturellement moins corrélées et où il est possible d'en réduire fortement certaines sans que cela soit trop perceptible.

L'obtention d'une séquence de bits de taille minimale n'est pas le seul objectif visé par les applications manipulant les maillages. En effet, un des enjeux actuels est de proposer une adaptation du transfert de ces données aux ressources à disposition (type de réseau et nature des terminaux utilisés pour la visualisation) ainsi qu'aux diverses demandes de l'utilisateur. Les techniques d'analyse multirésolution permettent de répondre à ces besoins car elles s'appuient sur une représentation scalable des données. Celles-ci utilisent généralement une transformée en ondelettes, outil performant qui a fait ses preuves en terme de compression d'images et de vidéos puisqu'il a notamment été intégré dans la norme JPEG2000 [1].

Actuellement ces méthodes réalisent une projection globale des maillages dans l'espace transformé, sans chercher à adapter les schémas de décomposition en ondelettes à la courbure ou à la rugosité de la surface des objets. C'est pourquoi nous proposons une analyse de plu-

sieurs de ces schémas sur des surfaces plus ou moins bruitées. Un prétraitement pourrait alors être envisagé afin de détecter les aspects locaux de chaque surface et choisir par exemple le schéma de décomposition et la quantification les plus adaptés à ces particularités. Cette étape d'analyse pourrait également servir à d'autres traitements comme le débruitage, le filtrage, le lissage, le tatouage et la segmentation de maillages.

Dans le paragraphe suivant, nous présentons brièvement plusieurs travaux récents d'analyse de maillages surfaciques. Ensuite nous détaillons notre méthode d'analyse multirésolution utilisant le potentiel des ondelettes de seconde génération. Enfin nous commentons les résultats obtenus avant de présenter les perspectives de ce travail.

## 2 Etat de l'art

Contrairement aux images non vectorielles, aux sons et aux vidéos, les maillages se caractérisent le plus souvent par un échantillonnage irrégulier. C'est la raison pour laquelle les techniques de traitement d'images sont difficiles à étendre aux maillages. Pour l'analyse de ces données tridimensionnelles, il existe plusieurs méthodes de projection du signal afin d'obtenir une information moins redondante. Certaines proposent des concepts spécialement adaptés à cette irrégularité et se basent sur une extension de l'analyse de Fourier classique aux maillages surfaciques. Cependant ces méthodes ne proposent qu'une progressivité géométrique. C'est pourquoi beaucoup de travaux se sont tournés vers l'analyse multirésolution, qui utilise une réorganisation de la topologie ce qui permet d'adapter les techniques utilisées en traitement d'images ou de vidéos, comme la transformée en ondelettes.

### 2.1 Principes de l'analyse multirésolution

Le principe de ces méthodes est de réaliser une décomposition réversible d'un maillage, à l'aide de deux filtres appliqués en cascade. Durant la phase d'analyse, un filtre passe-bas (représenté par la lettre A sur la figure 1) et un filtre passe-haut (lettre B sur la figure 1) sont appliqués sur le maillage initial produisant respectivement une approximation plus grossière et un ensemble de détails haute-fréquence.

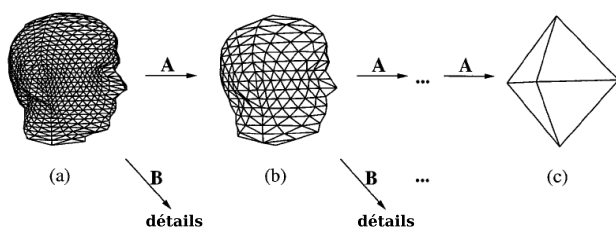


Figure 1 – Décomposition en ondelettes d'un maillage surfacique triangulaire. Image tirée de [2].

L'analyse multirésolution pour les maillages de topologie arbitraire a été introduite par Lounsbery et al. [2] qui ont

choisi d'appliquer une technique de raffinement en partant d'un maillage très simple. Pour cela, ils ont utilisé une subdivision canonique des facettes ainsi qu'une transformée en ondelettes de seconde génération. L'atout principal des ondelettes est d'éliminer une grande partie de la redondance présente dans les signaux.

### 2.2 Les ondelettes de seconde génération

L'analyse multirésolution produit une décomposition de l'espace en une somme de sous-espaces imbriqués. Ainsi pour chaque niveau de résolution le maillage grossier et les détails sont obtenus respectivement par projection sur une base de fonctions d'échelles et d'ondelettes. Le maillage reconstruit par synthèse est considéré comme la meilleure approximation du modèle original au sens des moindres carrés si ces fonctions sont toutes orthogonales entre elles. Or cette orthogonalité est souvent difficile à obtenir avec des outils d'analyse par bancs de filtres basés sur la transformée de Fourier. C'est pourquoi les ondelettes de seconde génération, basées sur des arguments purement spatiaux, sont très utilisées pour les maillages. Le procédé de construction de ces ondelettes appelé lifting (introduit par Sweldens [3]) permet d'élever l'ordre de l'ondelette utilisée et consiste à intervertir les phases de filtrage et de sous-échantillonnage utilisées lors de l'analyse par bancs de filtres. On limite ainsi le nombre d'opérations à effectuer et de plus l'étape de synthèse est simplement obtenue par inversion des signes et de l'ordre des filtres d'analyse. Pour pouvoir traiter les maillages surfaciques par ondelettes, ils sont considérés alors non plus comme des objets géométriques mais comme des fonctions via une paramétrisation de celles-ci. Cette paramétrisation doit alors tenir compte du fait que l'extension de l'analyse multirésolution introduite par Lounsbery et al. [2] ne fonctionne que sur des maillages possédant une topologie particulière. Une fois cette paramétrisation déterminée, elle est alors utilisée par la phase de remaillage afin de construire un maillage semi-régulier approchant l'objet initial et possédant une topologie propice à l'application d'une décomposition en ondelettes. Les travaux en analyse multirésolution utilisant cette phase de remaillage se différencient par la façon de construire le maillage semi-régulier.

### 2.3 Remaillage construit par raffinement

Lounsbery et al. [2] ont d'abord proposé une technique de remaillage par raffinement d'un modèle très simple (un octaèdre par exemple). Mais il faut alors plusieurs itérations avant d'aboutir à une forme ressemblant à l'objet de départ. Afin de réduire le nombre d'itérations nécessaires lors de la reconstruction, Turk [4] a proposé de partir d'un maillage ressemblant plus à l'objet initial, qu'il construit en répartissant un nombre limité de points sur la surface de départ. Le nuage obtenu est ensuite retriangulé en préservant la topologie de l'objet. Une démarche similaire est utilisée par Eck et al. [5] qui partitionnent le modèle initial en cellules de Voronoï. La triangulation

de Delaunay permet alors de construire le maillage grossier. Enfin, une amélioration de ces techniques, qui repose sur une paramétrisation respectant les caractéristiques géométriques et les propriétés visuelles du maillage, a été mise au point par Gioia et al. [6]. Celle-ci leur permet d'obtenir en moyenne 2 fois moins de coefficients d'ondelettes sur des objets naturels.

## 2.4 Remaillage construit par décimation

Il existe un autre type de remaillage qui consiste premièrement à appliquer une simplification séquentielle du maillage original et ensuite à raffiner régulièrement le résultat par subdivision. Plusieurs types de simplifications séquentielles ont été introduites, dont les plus célèbres sont décrites dans [7, 8, 9]. Les techniques d'analyse multirésolution utilisant ce procédé de remaillage, se distinguent également par le schéma de subdivision utilisé qui peut être de nature approximante ou interpolante. La plupart de ces méthodes utilisent le schéma de "butterfly" lifté [2, 10] qui permet de mieux contrôler la surface résultante qu'en utilisant un schéma approximant. Mais le schéma approximant de Loop utilisé par Khodakovski et al. [11], prenant en compte un plus large voisinage que le schéma "butterfly", donne des courbes de reconstruction équivalentes en terme de taux de distorsion avec un aspect visuel globalement meilleur.

Enfin l'un des codeurs les plus efficaces actuellement [12] utilise un schéma de "butterfly" non lifté et concentre la quasi-totalité de l'information géométrique dans les composantes normales des coefficients d'ondelettes. Le fait que le schéma lifting ne donne pas de meilleurs résultats en terme de fidélité géométrique et de codage, est dû à la technique de remaillage utilisée.

Les méthodes citées précédemment proposent toutes, en plus de l'analyse, une chaîne complète de compression qui est illustrée par le schéma de la figure 2. Les résultats en terme de compression sont fortement conditionnés par le remaillage et la transformée en ondelettes choisis. Mais l'étape de quantification des coefficients est également importante pour obtenir des taux de compression intéressants. Pour preuve, Payan et al. [13] obtiennent une meilleure qualité visuelle de reconstruction que Khodakovski et al. [12] à débit similaire grâce à une optimisation de l'étape de quantification. Cela leur permet en effet de minimiser l'erreur de reconstruction sous la contrainte d'un débit fixé.

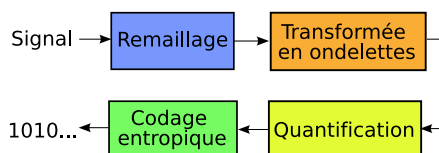


Figure 2 – Principales étapes intervenant dans toute chaîne de compression avec pertes de maillages utilisant une transformée en ondelettes.

Nous avons vu que, lors de la phase d'analyse, toutes ces méthodes appliquent une décomposition globale de l'objet. Or il peut être intéressant de chercher à traiter localement certains modèles, aussi bien en terme de décomposition que de quantification des coefficients surtout si leur surface est très peu uniforme. Pour cela, nous proposons l'étude de différents schémas d'analyse multirésolution sur des modèles ayant différents types de perturbations au niveau de leur surface.

## 3 Méthode d'analyse proposée

Notre approche d'analyse multirésolution repose sur plusieurs schémas de subdivision de nature interpolante pour la décomposition en ondelettes de maillages surfaciques triangulaires, afin de les comparer sur différents types de surfaces. Parmi ces schémas, nous avons proposé une amélioration du schéma interpolant de "butterfly" qui permet un meilleur traitement des maillages semi-régulier.

### 3.1 Schémas de subdivision envisagés

Les schémas de subdivision retenus consistent d'une part à ajouter un sommet au milieu de chaque arête (transformation topologique) et d'autre part à appliquer à ces nouveaux sommets un masque de lissage tenant compte du voisinage (transformation géométrique).

Les surfaces de subdivision ont été ici retenues car elles permettent de définir facilement un schéma multirésolution et de bénéficier d'une représentation hiérarchique utile pour le codage et la transmission de modèles 3D. Elles sont très utilisées conjointement avec une transformée en ondelettes pour le codage de surfaces naturelles. Les coefficients d'ondelettes renferment alors les détails qui n'ont pas pu être pris en compte par la subdivision seule. Cela permet par exemple une navigation virtuelle dans de larges scènes à partir d'une représentation maillée d'un terrain [14].

Les schémas interpolants sont les plus utilisés pour les maillages surfaciques triangulaires, car ils ne nécessitent pas de résoudre un système d'équations linéaires global contrairement aux techniques approximantes. Nous avons ainsi cherché à comparer la décomposition produite pour les schémas suivants :

- le schéma "midpoint" où chaque nouveau sommet est ajouté au milieu de chaque arête ;
- le schéma "butterfly" de Dyn et al. [15] produisant une surface limite  $C^1$  pour les maillages de topologie régulière. Les pondérations de ce masque sont indiquées en noir sur la figure 4 ;
- deux améliorations du schéma précédent, la première proposée par Zorin et al. [16] et la seconde que nous avons mise au point. Ces deux méthodes sont décrites dans la suite de ce paragraphe.

Le schéma de subdivision de "butterfly", introduit par Dyn et al. [15] est le schéma interpolant possédant le plus petit support, mais il produit des artéfacts indésirables sur des topologies irrégulières (visibles sur la figure 3).

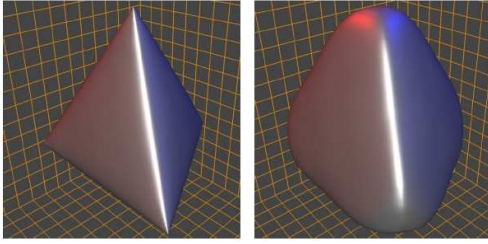


Figure 3 – Subdivision d'un tétraèdre avec le schéma de "butterfly" de Dyn et al. [15] (à gauche) et l'amélioration de Zorin et al. [16] (à droite). Image tirée de [16].

C'est pour remédier à ces artéfacts que Zorin et al. [16] ont proposé une amélioration de ce schéma. Ils ont ainsi défini de nouveaux masques pour les sommets irréguliers, tout en conservant la simplicité et le comportement du schéma original. Les pondérations de ces masques ont été calculées à l'aide d'une transformée de Fourier discrète ainsi qu'une analyse en composantes principales. Ce schéma de subdivision, contrairement aux schémas interpolants classiques, donne des résultats comparables aux surfaces obtenues par des techniques approximantes en très peu d'itérations.

Nous avons enfin proposé une amélioration qui conserve le masque introduit par Dyn et al. [15] pour le déplacement des nouveaux sommets ayant un voisinage régulier et qui utilise le masque illustré par la partie gauche de la figure 4 dans tous les autres cas. Ce masque est tiré de la subdivision interpolante de Loop [17]. Contrairement à l'extension proposée par Zorin et al. [16] où différents masques sont calculés sur un plus large voisinage pour chaque type d'irrégularité, nous utilisons un unique masque pour tous les types d'irrégularités, ce qui permet d'obtenir un gain lors de l'exécution et de la mise en oeuvre de ce schéma.

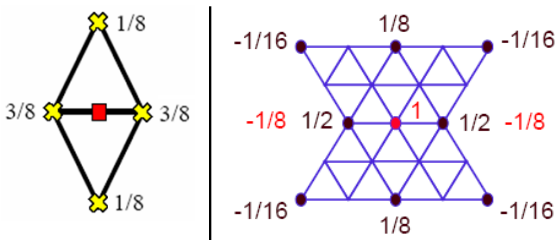


Figure 4 – A gauche : masque utilisé dans le schéma interpolant de Loop pour le déplacement des nouveaux sommets. A droite : masques du schéma de "butterfly" lifté. En noir le masque de prédiction (appelé aussi lifting dual), en rouge (clair) le masque de mise à jour (lifting primal).

### 3.2 Transformées en ondelettes utilisées

Les différentes transformées en ondelettes de seconde génération utilisées conjointement aux schémas de subdivision permettent de coder les détails sous forme de vecteurs géométriques 3D. Elles se décomposent en 2 ou 3

grandes étapes selon que l'on parle de schéma lifté ou non lifté. Ces étapes, qui sont rappelées ci-dessous et dont les pondérations pour le schéma "butterfly" sont indiquées à droite de la figure 4 :

- une opération de séparation du signal en composantes paires et impaires par l'utilisation d'ondelettes paresseuses (lazy wavelets), qualifiée de transformée polyphase ;
- une opération de prédiction (appelée aussi lifting dual et représentée par la lettre P sur les figures 5 et 6) qui prédit les échantillons de rang pair à partir des échantillons de rang impair ;
- une opération de mise à jour (appelée aussi lifting primal et représentée par la lettre U sur les figures 5 et 6) qui permet de conserver sur une partie du signal la valeur moyenne de l'ensemble du signal.

Notre but étant d'obtenir les plus petits coefficients possibles en passant par une étude des caractéristiques de la surface de l'objet, nous proposons de comparer les transformées en ondelettes suivantes, qui peuvent être associées à chaque schéma décrit précédemment :

- transformée sans étape de mise à jour ;
- transformée utilisée par Lounsbery et al. [2] et plus récemment par Valette et al. [10], dont le principe est illustré sur 2 canaux par la figure 5 ;
- transformée introduite par Sweldens [3] et utilisée par Payan et al. [13], dont le principe est illustré sur 2 canaux par la figure 6.

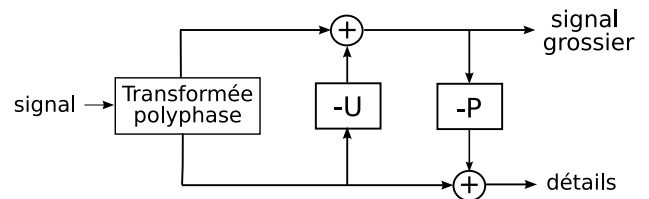


Figure 5 – Principe de l'analyse du schéma lifting à 2 canaux tiré des travaux de Lounsbery et al. [2].

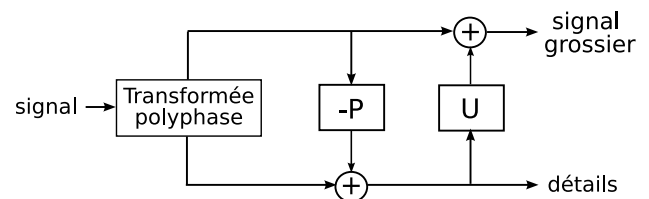


Figure 6 – Principe de l'analyse du schéma lifting à 2 canaux introduit par Sweldens [3].

Enfin, nous avons choisi de différencier les coefficients haute-fréquence par sous-bandes afin d'étudier leur répartition et leur corrélation à l'intérieur de celles-ci et pour chercher à se rapprocher des techniques utilisées en traitement d'images.

## 4 Résultats

Pour effectuer une comparaison de ces différents masques et mener une analyse détaillée des décompositions en ondelettes, nous avons développé un outil d'analyse en C++ qui utilise la librairie géométrique CGAL (the Computational Geometry Algorithm Library). Il permet de visualiser, pour chaque niveau de résolution, l'approximation obtenue ainsi que l'amplitude et la direction des coefficients d'ondelettes sous forme de champs de vecteurs, comme le montre la figure 7.

Cette figure nous illustre également que les coefficients d'ondelettes sont principalement dirigés suivant la normale à la surface, ce qui montre bien l'intérêt de quantifier plus finement la composante normale lors d'une compression, comme l'ont constaté Khodakovsky et al. [11] ainsi que Payan et al. [13].

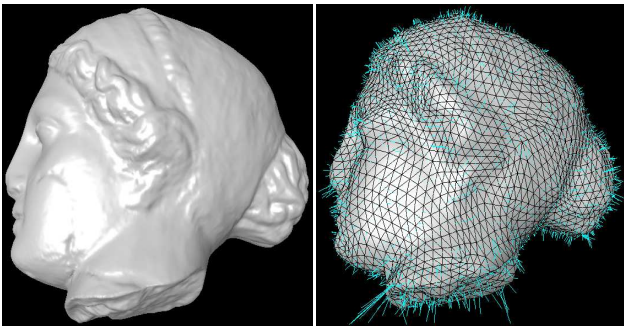


Figure 7 – Aperçu des coefficients d'ondelettes sous forme de champs de vecteurs (en bleu sur l'image de droite) après l'analyse du modèle Venus (à gauche) sur 3 niveaux de décomposition. Les coefficients ont été multipliés par un facteur 10 pour une meilleure visualisation.

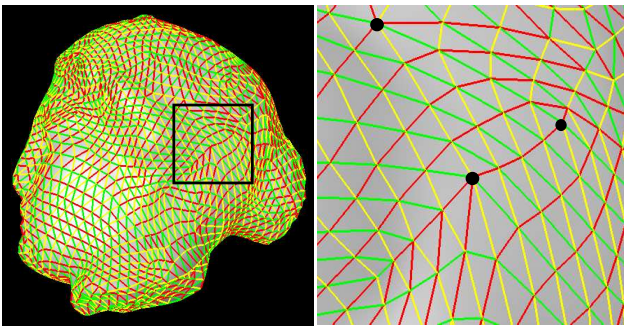


Figure 8 – Illustration de la séparation en sous-bandes haute-fréquence sur l'approximation de droite de la figure 7. On remarque l'influence des sommets irréguliers (marqué en noir sur l'image de droite) qui produisent une déviation des directions caractérisées.

On remarque enfin sur la figure 7 que les coefficients d'amplitude maximale sont situés sur les arêtes vives (au niveau du cou), puis que leur amplitude diminue au fur et à mesure

que la surface devient lisse. Il est ainsi possible d'utiliser ces informations afin de procéder à une segmentation de l'objet en patches. Cette segmentation permettrait de traiter et de quantifier différemment chaque zone en fonction de ses caractéristiques surfaciques.

Nous avons également intégré un algorithme de séparation de l'objet en 3 sous-bandes haute-fréquence, représentées par 3 couleurs différentes sur la figure 8. Cette différenciation des coefficients d'ondelettes pourrait permettre d'étendre les outils utilisés en traitement d'images, afin de caractériser des directions privilégiées dans le maillage. L'algorithme proposé traite tout d'abord les arêtes incidentes à un sommet régulier choisi aléatoirement sur le maillage, puis propage les informations obtenues vers les sommets réguliers voisins. Tant que le maillage est régulier, les directions des sous-bandes restent bien distinctes comme nous pouvons le voir sur la figure 8 à gauche des 3 points noirs. Mais une déviation se produit généralement sous l'influence des sommets irréguliers, rendant difficile la caractérisation de directions privilégiées sur l'ensemble du maillage. Ce traitement dépend aussi en grande partie de la technique de remaillage utilisée.

Enfin, nous avons généré plusieurs objets plus ou moins bruités, regroupé sur la figure 9. Le modèle (b) a par exemple été construit par subdivision sur 4 niveaux d'un modèle de base et par ajout d'un bruit blanc additif uniforme d'amplitude  $\pm 0.01$  sur la version la plus fine (modèle (a) de la figure 10),  $\pm 0.1$  sur l'approximation intermédiaire (b) et  $\pm 0.05$  sur le modèle le plus grossier (c). L'analyse multirésolution du maillage (b) de la figure 9 est illustrée sur 3 niveaux par la figure 10.

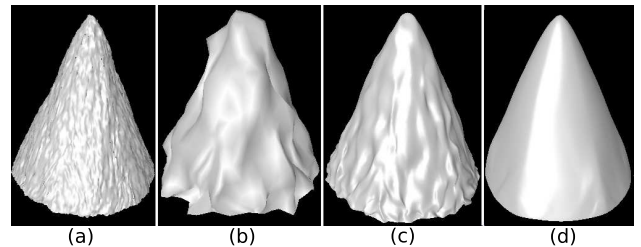


Figure 9 – Aperçu des objets générés par notre application, par subdivision et ajout d'un bruit blanc additif uniforme.

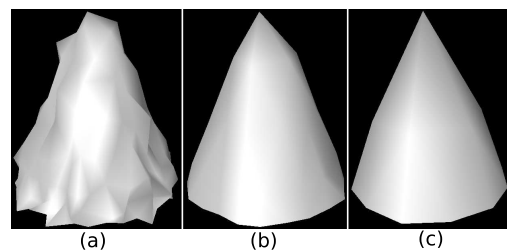


Figure 10 – Illustration de 3 niveaux de décomposition en ondelettes sur l'objet (b) de la figure 9.

Nous avons enfin analysé les coefficients d’ondelettes dans les 3 niveaux de résolution décrits précédemment. Les histogrammes de la figure 11 montrent la répartition des coordonnées ( $x$ ,  $y$  et  $z$ ) des coefficients dans un repère local lié à la surface du modèle, la coordonnée  $z$  représentant la composante normale du coefficient. Nous pouvons remarquer que la différence d’amplitude du bruit généré lors de l’étape d’analyse en ondelettes se retrouve bien sur les histogrammes de la figure 11.

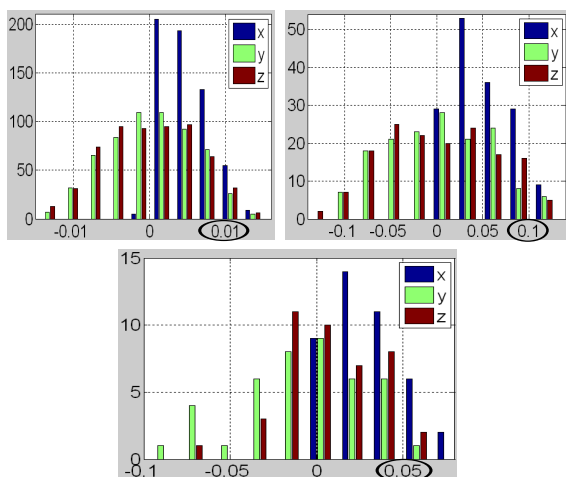


Figure 11 – Histogrammes montrant la répartition des coordonnées locales  $x$ ,  $y$  et  $z$  des coefficients d’ondelettes associés à l’approximation la plus fine de la figure 10 (en haut à gauche), intermédiaire (en haut à droite) et la plus grossière (en bas).

## 5 Conclusion et perspectives

Nous avons proposé une méthode d’analyse permettant la comparaison de plusieurs schémas de décomposition et utilisant le pouvoir de décorrélation des ondelettes de subdivision. Nous avons également introduit un nouveau schéma de subdivision qui est une amélioration du schéma ”butterfly classique” de Dyn et al. [15]. Les résultats obtenus sont encourageants car sa version liftée produit globalement des coefficients de plus faible amplitude qu’avec le schéma ”butterfly classique”, sur des objets naturels.

Nous avons enfin développé une application permettant la visualisation des coefficients d’ondelettes obtenus lors de l’analyse à différents niveaux de résolution ainsi que leur répartition sur 3 sous-bandes haute-fréquence. La séparation en sous-bandes proposée pourrait servir à éliminer une partie de la corrélation du signal non prise en compte par la plupart des méthodes actuelles.

Nous avons vu que l’analyse des coefficients d’ondelettes permet de caractériser les différents aspects de la surface des modèles 3D qui peut être plus ou moins lisse sur des objets naturels. Cette observation peut être exploitée pour réaliser une segmentation de ces objets en patches.

Une fois cette étape de segmentation réalisée, il serait alors

possible de proposer une quantification différente pour chaque patch afin d’aboutir à une méthode de compression efficace.

## 6 Remerciements

Ce travail est soutenu par France Télécom R&D Rennes dans le cadre du projet CoSurf (Compression de surface).

## Références

- [1] JPEG 2000 Part 1 Final Draft International Standard. ISO/IEC FDIS15444-1. Décembre 2000.
- [2] M. Lounsbery, T. D. DeRose, et J. Warren. Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type. *ACM Transactions on Graphics*, 16(1) :34–73, 1997.
- [3] W. Sweldens. The lifting scheme : A construction of second generation wavelets. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 29(2) :511–546, 1998.
- [4] G. Turk. Re-tiling polygonal surfaces. *Computer Graphics*, 26(2) :55–64, 1992.
- [5] M. Eck, T. DeRose, T. Duchamp, H. Hoppe, M. Lounsbery, et W. Stuetzle. Multiresolution analysis of arbitrary meshes. Dans *SIGGRAPH '95 : Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 173–182, New York, NY, USA, 1995.
- [6] P. Gioia. Reducing the number of wavelet coefficients by geometric partitioning. *Comput. Geom. Theory Appl.*, 14(1-3) :25–48, 1999.
- [7] H. Hoppe. Progressive meshes. *Computer Graphics*, 30(Annual Conference Series) :99–108, 1996.
- [8] A. W. F. Lee, W. Sweldens, P. Schroder, L. Cowsar, et D. Dobkin. Maps : Multiresolution adaptive parameterization of surfaces. *Computer Graphics*, 32(Annual Conference Series) :95–104, 1998.
- [9] I. Guskov, K. Vidimce, W. Sweldens, et P. Schroder. Normal meshes. Dans *Siggraph 2000, Computer Graphics Proceedings*, pages 95–102, 2000.
- [10] S. Valette. *Modèles de maillages déformables 2D et multirésolution surfaciques 3D sur une base d’ondelettes*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2002.
- [11] A. Khodakovsky, P. Schroder, et W. Sweldens. Progressive geometry compression. Dans *Siggraph 2000, Computer Graphics Proceedings*, pages 271–278, 2000.
- [12] A. Khodakovsky et I. Guskov. Compression of normal meshes. Dans *Geometric Modeling for Scientific Visualization*. Springer-Verlag, 2003.
- [13] F. Payan. *Optimisation du compromis débit-distorsion pour la compression géométrique de maillages surfaciques triangulaires*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, décembre 2004.

- [14] P. Gioia, O. Aubault, et C. Bouville. Real-time reconstruction of wavelet-encoded meshes for view-dependent transmission and visualization. *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Techn.*, 14(7) :1009–1020, 2004.
- [15] N. Dyn, D. Levin, et J. A. Gregory. A butterfly subdivision scheme for surface interpolation with tension control. *ACM Trans. Graph.*, 9(2) :160–169, 1990.
- [16] D. Zorin, P. Schroder, et W. Sweldens. Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology. *Computer Graphics*, 30(Annual Conference Series) :189–192, 1996.
- [17] C. T. Loop. Smooth subdivision surfaces based on triangles. *M.S. Thesis, Department of Mathematics, University of Utah, Salt Lake City*, 1987.