

# Une représentation fréquentielle des modèles 3D utilisant les harmoniques sphériques

M. MOUSA

R. CHAINE

S. AKKOUCHE

L.I.R.I.S : Laboratoire d'InfoRmatique en Images et Systèmes d'information

Bâtiment Nautibus, 8 boulevard Niels Bohr

69622 Villeurbanne Cedex, FRANCE

{mmousa, rchaine, sakkouch}@liris.cnrs.fr

**Résumé :** Les surfaces représentées par des maillages 3D peuvent contenir du bruit ou des détails superflus. Les représentations multirésolutions et les techniques de filtrage sont très utiles dans ce cas. Dans cet article, nous proposons une technique de représentation compacte d'une surface 3D maillée en utilisant les harmoniques sphériques. Le calcul de base s'applique directement aux objets étoilés par rapport à un point. Nous montrons ensuite comment ce calcul peut être étendu facilement aux maillages généraux en utilisant certaines techniques de segmentation en combinaison avec les méthodes de représentation de surfaces implicites. Un autre point intéressant de notre approche est que le calcul de la transformée en harmoniques sphériques est décomposé en calcul des transformées en harmoniques sphériques sur les triangles élémentaires du maillage. Quelques exemples expérimentaux démontrant l'efficacité de notre approche sont présentés.

## 1 Introduction

Les maillages restent la principale représentation utilisée pour les objets 3D. Grâce aux développements récents des matériels de numérisation, les maillages obtenus contiennent des détails de plus en plus fins. Généralement, ces détails ajoutent de la complexité à la géométrie et la topologie des modèles 3D, ce qui peut affecter les applications de manipulation, d'appariement et de visualisation des objets 3D. De ce fait, la représentation multirésolution des maillages 3D a fait l'objet de nombreuses recherches, particulièrement dans le domaine du traitement numérique de la géométrie (DGP) [SS01]. La représentation multirésolution est également intéressante pour les aspects de compression et de transmission progressive.

On assiste ces dernières années à un regain d'intérêt pour les représentations multirésolution et le filtrage de surfaces [Bül02, CDR00, DMSB99, GSS99, ZBS04]. L'approche la plus utilisée dans la communauté de traitement du signal est la construction de spectres fréquentiels utilisant des décompositions dans des bases de fonctions. Les basses fréquences du signal correspondent aux traits grossiers et les hautes fréquences aux détails plus fins tels que les plis et les coins. Les composantes correspondant aux basses fréquences suffisent pour représenter et capturer la forme perceptuelle globale de l'objet.

Les harmoniques sphériques ont souvent été utilisés ces dernières années pour l'analyse des maillages 3D. Comme dans [FMK<sup>+</sup>03, KFR03, KFR04, SV01], la transformée en harmoniques sphériques de fonctions sphériques définies sur un maillage est calculée en utilisant une voxelisation du maillage comme étape de prétraitement. Cependant, la représentation et le filtrage des modèles 3D à l'aide des harmoniques sphériques se sont développés grâce aux résultats de Zhou et al. [ZBS04]. Une représentation fréquentielle du maillage est réalisée pour les objets de genre zéro en utilisant une paramétrisation du maillage sur la sphère. L'extension à un maillage de genre plus élevé peut être faite après un découpage de la surface en parties de genre zéro et avec bord. Cependant, cette méthode rencontre quelques problèmes pour le raccordement des régions découpées. De plus, Zhou et al. considèrent une fonction sphérique séparée pour chacune des coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$  des points du maillage. Chaque fonction  $x(\theta, \varphi)$ ,  $y(\theta, \varphi)$  et  $z(\theta, \varphi)$  est manipulée et filtrée séparément sans tenir compte de la dépendance entre ces trois fonctions sur la surface. Il existe d'autres techniques pour représenter la surface à plusieurs niveaux de détails. Il y a les techniques utilisant les ondelettes sphériques [EDD<sup>+</sup>95, JDBP04] qui se fondent sur les mêmes principes que Zhou et al. [ZBS04] sauf qu'elles appliquent la transformée en ondelettes sphériques au lieu de la transformée en harmoniques sphériques. D'autres approches utilisent les fonctions gaussiennes sphériques [Bül02] ou l'opérateur laplacien [Tau95]. Cependant, ces dernières approches effectuent des calculs matriciels très coûteux pour obtenir les vecteurs propres de l'opérateur laplacien. Pour plus de détails sur ces approches voir [ZBS04].

Dans cet article, la transformée en harmoniques sphériques d'une fonction radiale induite par le maillage est calculée de façon cumulative. La transformée en harmoniques sphériques est appliquée indépendamment à chaque triangle du maillage et le résultat final est la somme de ces contributions. Un objet de genre zéro peut être représenté par un ensemble de trois fonctions sphériques grâce à une paramétrisation conforme [ZBS04], mais dans le cas où l'objet est étoilé, une fonction sphérique simple suffit sans paramétrisation préalable. Dans le cas où l'objet n'est pas étoilé, nous le décomposons en parties étoilées à l'aide d'une méthode de segmentation robuste, et montrons comment une description fréquentielle de l'objet entier peut être obtenue à partir des descriptions fréquentielles de ses parties. Pour cela, nous proposons une formulation implicite de chaque partie et nous utilisons un opérateur classique de mélange de surfaces implicites pour reconstruire l'objet tout entier.

Cet article est organisé comme suit. Un bref rappel sur les harmoniques sphériques est présenté dans la section 2. La section 3 montre comment représenter les objets étoilés en employant la transformée en harmoniques sphériques calculée directement sur le maillage sans voxelisation. Dans la section 4, nous généralisons notre méthode pour représenter les maillages d'objets quelconques à l'aide de techniques de segmentation et de l'opérateur de mélange de surfaces implicites. Quelques résultats expérimentaux qui démontrent notre approche sont donnés dans la section 6 dont quelques exemples sur le filtrage des modèles généraux en utilisant les harmoniques sphériques. Enfin, nous concluons dans la section 7.

## 2 Généralité

Les harmoniques sphériques  $\{Y_l^m(\theta, \varphi) : m \in \mathbb{Z}, |m| \leq l \in \mathbb{N}\}$  sont des fonctions définies sur la sphère d'unité  $\mathbb{S}^2$  [Bye59, Hob55] comme suit :

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = (-1)^m k_{l,m} P_l^m(\cos \theta) e^{im\varphi} \quad (2.1)$$

où  $\varphi \in [0, 2\pi]$  est l'angle avec l'axe des  $x^+$  dans le plan  $xy$  et  $\theta \in [0, \pi]$  est l'angle avec l'axe des  $z^+$ .  $k_{l,m}$  est une constante et  $P_l^m$  est le polynôme de Legendre associé. Les harmoniques sphériques sont des fonctions orthogonales telles que :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_l^m(\theta, \varphi) \overline{Y_{l'}^{m'}}(\theta, \varphi) \sin(\theta) d\theta d\varphi = \delta_{l,l'} \delta_{m,m'} \quad (2.2)$$

où  $\delta_{u,v}$  est la fonction de Kronecker :

$$\delta_{u,v} = \begin{cases} 1 & \text{si } u = v; \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2.3)$$

Etant donné une fonction sphérique  $f : \mathbb{S}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , on peut l'exprimer par une combinaison linéaire des harmoniques sphériques comme suit :

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l c_{l,m} Y_l^m(\theta, \varphi) \quad (2.4)$$

où les coefficients  $c_{l,m}$  sont :

$$c_{l,m} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta, \varphi) \overline{Y_l^m}(\theta, \varphi) \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad (2.5)$$

Puisque  $f$  est une fonction réelle, les coefficients  $c_{l,m}$  vérifient la relation suivante :

$$c_{l,-m} = (-1)^m \overline{c_{l,m}} \quad (2.6)$$

## 3 Représentation des objets étoilés par les harmoniques sphériques

Soit  $M$  un maillage triangulaire d'un objet plongé en  $\mathbb{R}^3$  et  $c \in \mathbb{R}^3$ . On dit que  $M$  est étoilé par rapport à  $c$  si toute demi droite issue de  $c$  intersecte  $M$  en exactement un point. Considérant que  $c$  est le centre du système de coordonnées sphériques, la fonction radiale induite par  $M$  et  $c$  est une fonction sphérique bien définie  $f : \mathbb{S}^2 \rightarrow \mathbb{R}^+$ , où  $\mathbb{S}^2$  est la sphère d'unité. Plus formellement, on a : pour chaque  $(\theta, \varphi)$ , soit  $p$  le point d'intersection avec  $M$  dans la direction  $(\theta, \varphi)$

$$f(\theta, \varphi) = r \quad (3.1)$$

où  $r = d(c, p)$  et  $d$  est la distance euclidienne.

Dans cette section, nous montrons comment représenter un objet étoilé et maillé en utilisant les harmoniques sphériques. Pour cela, nous proposons de représenter l'objet par sa fonction radiale  $f(\theta, \varphi)$  par rapport à un centre  $c$  convenablement choisi. La transformée en harmoniques sphériques est appliquée à cette fonction radiale.

### 3.1 La transformée en harmoniques sphériques d'un maillage étoilé

Soit  $M$  un maillage étoilé par rapport à un point  $c$ . Dans le cas où  $f$  est une fonction binaire, les algorithmes standards [KFR03, FMK<sup>+</sup>03] calculent une voxelisation de  $M$  et emploient cette approximation discrète pour trouver les coefficients de la transformée en harmoniques sphériques de  $f$ . Cependant, cette discrétisation présente des erreurs de crénelage difficilement contrôlables dans les intégrations requises pour calculer les coefficients harmoniques.

Dans [MCA], nous avons proposé un algorithme robuste et rapide pour calculer la transformée en harmoniques sphériques de la fonction indicatrice de maillages triangulaires sans passer par l'étape de la voxelisation, prolongeant l'idée de décomposition proposée dans [ZC01]. Les calculs sont effectués séparément sur les triangles de  $M$  et la transformée finale de  $M$  est obtenue par sommation exacte. Nous appliquons le même algorithme pour calculer la transformée en harmoniques sphériques de la fonction radiale définie par l'équation 3.1.

### 3.2 Approximation du signal

En appliquant l'algorithme proposé dans [MCA], le développement de  $f(\theta, \varphi)$  peut être réécrit comme suit :

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{i \in T} \left( \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l c_{l,m}^i Y_l^m(\theta, \varphi) \right) \quad (3.2)$$

où  $T$  est l'ensemble de triangles de  $M$  et  $c_{l,m}^i$  sont les coefficients de la transformée en harmoniques sphériques du triangle  $i$ . Les coefficients d'ordre supérieur  $c_{l,m}$ , obtenus par sommation des  $c_{l,m}^i$ , correspondent aux détails plus fins de la surface, ainsi qu'au bruit. Pour filtrer la surface avec une précision donnée, la somme est limitée à une largeur de bande  $bw$ . Nous obtenons alors une surface approximée.

$$\hat{f}(\theta, \varphi) \approx \sum_{i \in T} \left( \sum_{l=0}^{bw} \sum_{m=-l}^l c_{l,m}^i Y_l^m(\theta, \varphi) \right) \quad (3.3)$$

La mesure de l'erreur  $\varepsilon$  que nous avons utilisée pour mesurer l'écart entre le signal approximé  $\hat{f}(\theta, \varphi)$  et le signal original  $f(\theta, \varphi)$  est donnée par :

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_{j \in V} [f(\theta_j, \varphi_j) - \hat{f}(\theta_j, \varphi_j)]^2} \quad (3.4)$$

où  $V$  est l'ensemble de points de  $M$ . L'erreur  $\varepsilon$  peut être calculée exactement, elle dépend de la valeur de  $bw$ . Plus la valeur de  $bw$  est grande, plus la valeur de  $\varepsilon$  est petite. Limitant la mesure d'erreur au niveau d'un triangle, nous montrons que pour  $\varepsilon$  fixé, la largeur de bande  $bw$  dépend de deux facteurs qui sont :

- la distance  $d$  entre le centre du triangle et le point  $c$  (cf. Figure 1(a))
- l'angle  $\alpha$  entre la normale de ce triangle et la ligne connectant  $c$  et le centre du triangle (cf. Figure 1(b))

La figure 2 représente les valeurs de  $bw$  par rapport aux deux facteurs précédents pour une erreur  $\varepsilon$  fixée. La figure 2(a) montre la variation de  $bw$  par rapport à la distance  $d$ . Quand la distance  $d$  augmente, la surface du triangle projeté sur la sphère unité diminue. Par conséquent,  $bw$  doit augmenter afin de compenser la déformation du triangle due à la projection. De même, la figure 2(b) montre la variation de  $bw$  par rapport à l'angle  $\alpha$ .  $bw$  augmente quand l'angle  $\alpha$  augmente. Le triangle a une déformation maximum quand  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ . La figure 3 montre quelques exemples représentant des modèles étoilés en utilisant les harmoniques sphériques. La largeur de bande  $bw$  dans ce cas est fixée à 64 et le centre  $c$  est le centre de masse du modèle. Nous observons sur ces exemples que  $\varepsilon \leq 0.005 * \frac{D}{2}$ , où  $D$  est la diagonale de la boîte englobante du modèle.

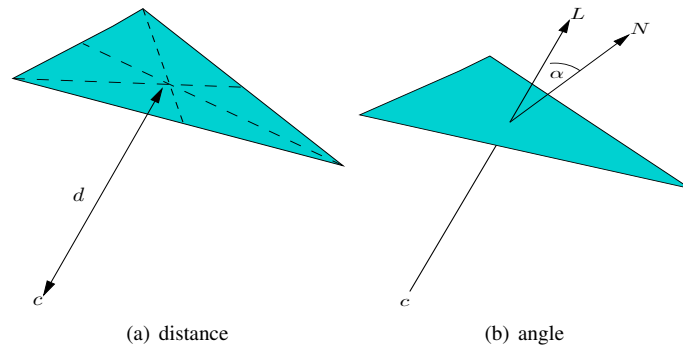


FIG. 1 – L'orientation et la distance d'un triangle par rapport au point  $c$ .

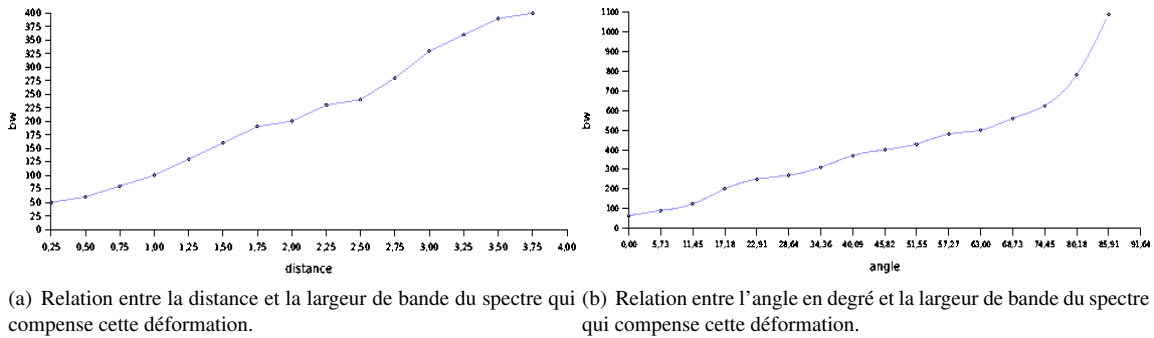


FIG. 2 – L'effet de la distance et de l'orientation d'un triangle par rapport à un point fixe  $c$ .

## 4 Représentation fréquentielle des modèles 3D

Dans cette section, nous étendons l'approche présentée dans la section 3 pour représenter les modèles 3D généraux en utilisant les harmoniques sphériques. Notre méthode se décompose de trois étapes principales. Dans la première étape, nous segmentons l'objet en parties étoilées en utilisant une technique robuste de segmentation [DGG03]. Dans la deuxième étape, nous appliquons la transformée en harmoniques sphériques à chaque partie séparément, comme décrit dans la section 3. Enfin, dans la dernière étape, nous représentons chaque partie filtrée comme une surface implicite, et l'objet entier est obtenu en utilisant un opérateur de mélange des surfaces implicites. Il y a plusieurs techniques de décomposition pour segmenter les modèles complexes en parties convexes ou étoilées. Lien et al. [LA04] ont proposé une mesure de concavité pour diviser les modèles en parties approximativement convexes selon cette mesure. Dey et al. [DGG03] ont décomposé le volume borné par un ensemble de points en plus petits sous-volumes. Leur segmentation est basée sur la notion d'attracteur puis de persistance topologique [ELZ00]. Premièrement, ils trouvent les points critiques relatifs à la fonction de distance au point le plus proche sur le modèle. Ils les classifient comme points maximum, minimum ou points selle. Ensuite, ils définissent ce qu'ils appellent les *manifolds* stables basés sur les points maximums. Ces *manifolds* stables sont des régions compactes décomposant le volume intérieur du modèle (cf. Figure 4). Généralement, ces régions sont convexes. La figure 5 montre deux exemples de segmentation.

Dans cet article, nous avons utilisé cette dernière technique. Son avantage est qu'elle permet d'obtenir un bon candidat pour le choix du centre (le maximum attaché à la région du *manifold* stable). Mais comme d'autres fusions peuvent être mises en oeuvre par leur algorithme de segmentation entre les *manifolds* stables obtenus, le choix d'un centre est moins direct. C'est la raison pour laquelle nous avons préféré considérer le centre de masse de chaque région pour représenter son centre. Mais ce choix pourrait être amélioré. Après le choix du centre, chaque partie est représentée par sa fonction radiale  $f : \mathbb{S}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  par rapport à ce centre.

Notons que l'objet initial peut être étoilé par rapport à un point  $c$ , mais qu'un grand nombre de triangles peuvent être mal orientés relativement à  $c$ , voir la figure 6. Dans ce cas, il est recommandé de décomposer l'objet en parties plus simples. Cette situation peut être détectée en calculant sur l'objet le rapport entre le point le plus lointain et le point le plus proche par rapport à  $c$ . Si ce rapport est plus grand qu'un seuil, alors nous décomposons l'objet en utilisant la technique de Dey et al. [DGG03].

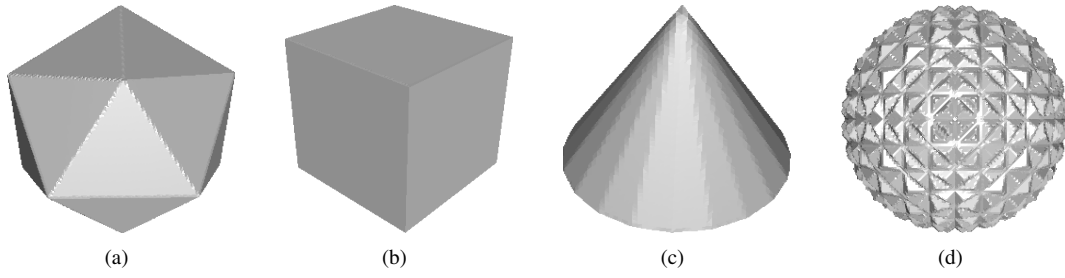


FIG. 3 – Des objets étoilés représentés par la transformée en harmoniques sphériques de leurs fonctions radiales,  $bw = 64$ ,  $\varepsilon_a = 0.001$ ,  $\varepsilon_b = 0.001$ ,  $\varepsilon_c = 0.002$  et  $\varepsilon_d = 0.005$ .

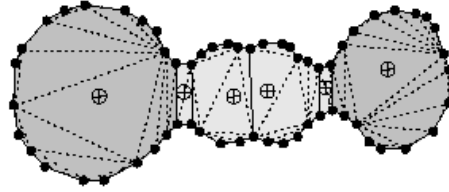


FIG. 4 – Les *manifolds* stables de points maximums décomposent le volume intérieur du modèle (Dey et al. [DGG03]).

#### 4.1 Représentation implicite

Après segmentation de l'objet, chacune des parties peut être représentée par une fonction radiale  $f : \mathbb{S}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  par rapport à un centre. Considérons  $\{m_i : i = 1, \dots, n\}$  l'ensemble de sous-parties et  $\{f_i(\theta, \varphi) : i = 1, \dots, n\}$  leurs fonctions radiales par rapport à l'ensemble de centres  $\{c_i : i = 1, \dots, n\}$  respectivement.

Soit  $\{g_i(r, \theta, \varphi) ; i = 1, \dots, n\}$  un ensemble de fonctions définies comme suit : pour chaque point  $q$  de coordonnées  $(r^i, \theta^i, \varphi^i)$  dans le repère local centré sur  $c_i$

$$g_i(r^i, \theta^i, \varphi^i) = f_i(\theta^i, \varphi^i) - d(c_i, q) \quad (4.1)$$

$$= d(c_i, p) - d(c_i, q) \quad (4.2)$$

où  $p$  est le point d'intersection de  $M_i$  avec la demi droite  $[c_i q)$ , et  $d$  est la distance euclidienne. Chaque  $g_i$  a la propriété suivante :

$$\text{signe}(g_i(q)) = \begin{cases} + & \text{si } q \text{ est à l'intérieur de } M_i, \\ - & \text{si } q \text{ est à l'extérieur de } M_i, \\ 0 & \text{si } q \text{ est sur } M_i. \end{cases} \quad (4.3)$$

Par conséquent, la surface de  $M_i$  peut être considérée comme le noyau de la fonction potentielle  $g_i$ . Le volume de l'objet entier  $M$  est l'union des volumes définis par ces surfaces implicites. La théorie de  $R$ -fonction [PS95, Rva87] fournit un ensemble d'opérations sur les fonctions potentielles. L'opérateur d'union de deux fonctions potentielles  $g_1$  et  $g_2$  est défini comme suit :

$$g_1 \cup g_2 = \frac{1}{1+a} \left( g_1 + g_2 + \sqrt{g_1^2 + g_2^2 - 2ag_1g_2} \right) \quad (4.4)$$

où  $a(q) = s(g_1(q), g_2(q))$ ,  $s$  est une fonction continue arbitraire satisfaisant la condition suivante :

$$-1 < s(t_1, t_2) \leq 1$$

La fonction maximum correspond au cas où  $s = 1$ . Soit  $M_1$  et  $M_2$  deux parties voisines représentées par les fonctions radiales  $f_1$  et  $f_2$  correspondant aux centres  $c_1$  et  $c_2$  respectivement. Les fonctions potentielles  $g_1$  et  $g_2$  correspondantes induites par les fonctions radiales sont définies comme suit, pour chaque point  $q \in \mathbb{R}^3$  :

$$g_1(q) = f_1(\theta^1, \varphi^1) - d(c_1, q) \quad (4.5)$$

$$g_2(q) = f_2(\theta^2, \varphi^2) - d(c_2, q) \quad (4.6)$$

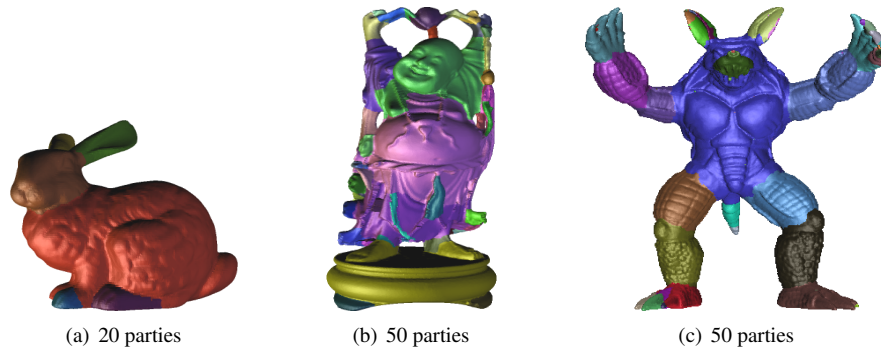


FIG. 5 – Des exemples de segmentation de maillage 3D. Chaque partie est représentée par une couleur différente (Dey et al. [DGG03]).

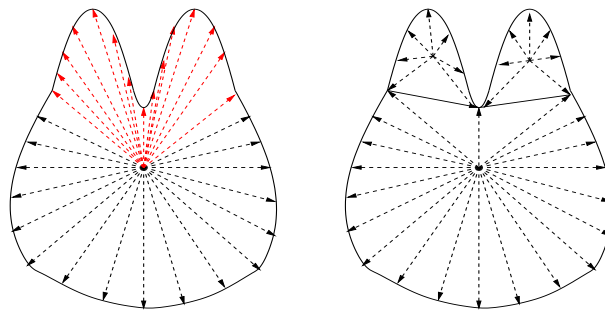


FIG. 6 – Gauche : mauvaise orientation de quelques triangles (rouges) d'un objet étoilé, droite : amélioration de l'orientation de ces triangles après segmentation de l'objet.

Selon l'équation 4.4, la fonction potentielle  $g$  représentant l'union des parties représentées par  $g_1$  et  $g_2$  est définie comme suit :

$$g = g_1 \cup g_2 \quad (4.7)$$

Soit  $\hat{f}_1$  et  $\hat{f}_2$  la transformée en harmoniques sphériques de  $f_1$  et de  $f_2$ , respectivement. Après avoir limité les fréquences à une largeur de bande  $bw$ , on a pour chaque point  $q \in \mathbb{R}^3$  :

$$\hat{g}_1(q) = \hat{f}_1(\theta^1, \varphi^1) - d(c_1, q) \quad (4.8)$$

$$\hat{g}_2(q) = \hat{f}_2(\theta^2, \varphi^2) - d(c_2, q) \quad (4.9)$$

La fonction potentielle  $\hat{g}$ , représentant l'union des parties représentées par  $\hat{g}_1$  et  $\hat{g}_2$ , peut produire des irrégularités au niveau des jonctions à cause de la limitation des fréquences à une largeur de bande  $bw$ , comme représenté dans la figure 7(a). Pour résoudre ce problème, nous remplaçons l'opérateur d'union par l'opérateur de mélange basé sur

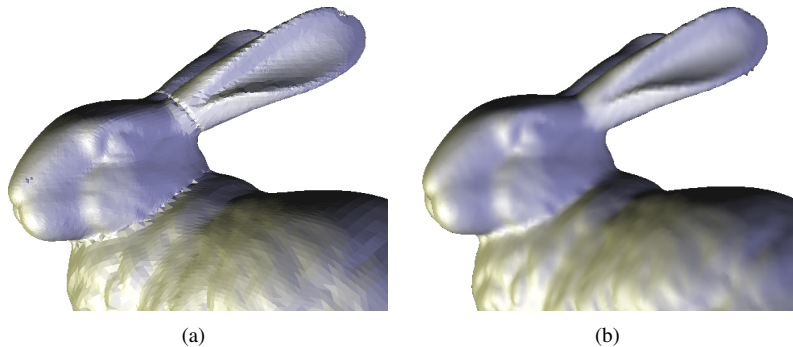


FIG. 7 – (a) : Reconstruction à l'aide de l'union, (b) : Utilisation de l'opérateur de mélange.

les  $R$ -fonctions [PS94, PS95]. L'opérateur de mélange s'applique aux deux fonctions potentielles  $\hat{g}_1$  et  $\hat{g}_2$  comme suit :

$$\hat{g}_1 \oplus \hat{g}_2 = R(\hat{g}_1, \hat{g}_2) + u \quad (4.10)$$

où  $R$  est la  $R$ -fonction correspondante (l'union dans notre cas), et  $u(q) = w(\hat{g}_1(q), \hat{g}_2(q))$ ,  $w$  est une fonction de déplacement qui a une valeur absolue maximale  $w(0, 0)$  et tend asymptotiquement vers une valeur nulle quand les valeurs absolues des arguments augmentent. La forme générale de  $u$  est définie par [PS94, PS95, Rva87] :

$$w(t_1, t_2) = \frac{1.0}{1 + (t_1/a_1)^2 + (t_2/a_2)^2} \quad (4.11)$$

où  $a_1$  et  $a_2$  sont des constantes qui contrôlent le fonctionnement de l'opérateur de mélange. Nous devons les choisir de façon optimale par rapport à l'objet.

L'erreur entre  $g = g_1 \cup g_2$  et  $\hat{g}_1 \oplus \hat{g}_2$  de l'objet s'écrit :

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_{v \in V} (g(v) - (\hat{g}_1 \oplus \hat{g}_2)(v))^2} \quad (4.12)$$

où  $V$  est l'ensemble de sommets de  $M$ .  $\varepsilon$  est fonction des paramètres  $a_1$  et  $a_2$ . Donc l'objectif est de minimiser cette fonction d'erreur  $\varepsilon(a_1, a_2)$ . Dans cet article, nous utilisons les algorithmes génétiques [Gol89] comme outil de minimisation sur  $\varepsilon(a_1, a_2)$  pour choisir heuristiquement les deux paramètres  $a_1$  et  $a_2$  afin d'obtenir des zones de mélange plus lisses, figure 7(b).

## 5 Application : Filtrage et représentation compacte

Un des points importants de notre représentation fréquentielle est qu'elle permet de filtrer la surface d'un objet 3D de genre quelconque facilement. Le filtrage de surfaces est utile dans le lissage et l'élimination du bruit [Tau95, GSS99, KG00]. L'idée sous-jacente est que les fréquences d'ordre supérieur correspondent aux bruits ou aux détails plus fins sur la surface. Par conséquent, la suppression de ces fréquences permet de réduire ce bruit ou ces détails. Ici, le filtre est appliqué séparément à la représentation fréquentielle de chaque triangle de l'objet et les résultats sont combinés comme expliqué précédemment. Zhou et al. [ZBS04] ont présenté quelques fonctions intéressantes  $h(l, m)$  de filtrage de fréquences. Par exemple, le filtre passe-bas peut être effectué comme suit :

$$h(l, m) = \begin{cases} 0 & \text{if } \sqrt{l^2 + m^2} > K_l \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.1)$$

La figure 8 montre le lissage de la surface de Armadillo à l'aide du filtre passe-bas précédent.

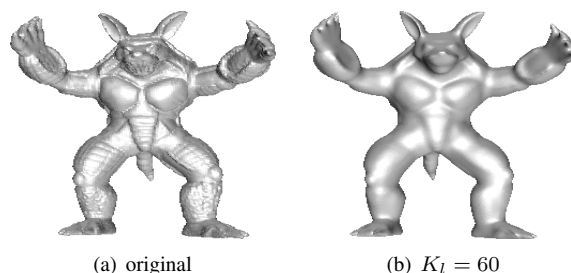


FIG. 8 – Le lissage de la surface de Armadillo à l'aide du filtre passe-bas.

En plus, le filtrage d'une surface est également utile pour la compression et la transmission progressive des modèles 3D. Une bonne approximation peut être obtenue en utilisant seulement un petit nombre de coefficients de basse fréquence, voir la figure 9. C'est-à-dire que nous pouvons envoyer un petit nombre de coefficients de basses fréquences sur le réseau et progressivement envoyer les plus hautes fréquences pour avoir des détails de plus en plus fins. La figure 9 montre les niveaux de détails du Bouddha. Ces niveaux de détails peuvent être considérés comme des versions compressées du modèle. Par exemple, les figures 9(b) et 9(c) ont des rapports de compression de 0.7% et de 13% respectivement par rapport à une représentation initiale OFF, et sans compression des coefficients obtenus.

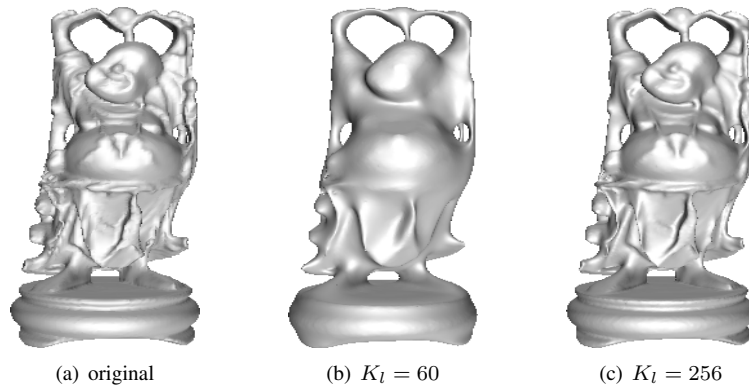


FIG. 9 – Plusieurs niveaux de détails de Buddha utilisant le filtre passe-bas. (a) correspond à 543,652 points décrits en doubles et à 1,087,716 facettes, (b) et (c) correspondent à  $(k_l)^2$  coefficients décrits par doubles. Le rapport de compression de (b) et de (c) sont donc de 0.7% et de 13% respectivement.

## 6 Résultats

Notre méthode est implantée en C++ sur un PC de type Pentium IV 3GHz avec une mémoire vive de 1GO. Les maillages d'entrée sont des maillages triangulaires. L'étape de segmentation ne prend pas plus de 4 minutes pour chaque modèle utilisé dans cet article. Généralement, le nombre de parties est en moyenne égal à 50. Les résultats sont visualisés en reconstruisant les surfaces des modèles à l'aide de l'algorithme du marching cube proposé par Lewiner et al. [LLVT03]. Le Tableau 1 récapitule un sommaire des résultats obtenus.

Modèle	no. de triangles	SHT temps	no. de parties
Le lapin	69,451	3min	20
Le Cheval	96,966	4min	20
Victoire	187,072	6min	50
Buddha	1,087,716	8min	50
Armadillo	345,944	7min	50
La Main	654,666	5min	50

TAB. 1 – Sommaire des modèles utilisés dans cet article.

La figure 10 présente quelques exemples de modèles généraux 3D segmentés en sous parties et représentés en utilisant des fréquences des harmoniques sphériques. Prenant  $\varepsilon \leq 0.01 * \frac{D}{2}$ , où  $D$  est la diagonale de la boîte englobante, les largeurs de bande correspondantes sont de 128, 256, 256, 128, 128 et 256 pour le lapin de Stanford, Armadillo, Buddha, le squelette de la main, le cheval et Victoire respectivement.

## 7 Conclusion et travail futur

Cet article présente une nouvelle technique pour représenter les modèles 3D généraux à l'aide des harmoniques sphériques. Cette représentation nous permet de filtrer les surfaces de ces modèles quelque soit leur genre et de les décrire de manière compacte. Ici, la transformée en harmoniques sphériques est calculés par un algorithme rapide, combinatoire et robuste [MCA]. Les techniques de surfaces implicites garantissent des jonctions lisses entre les parties.

Cependant, en ce qui concerne la technique de segmentation, nous cherchons une technique optimale de segmentation qui produise des sous-parties approximativement convexes (ou étoilées) et en même temps que le nombre de sous-parties soit le plus petit possible. D'autre part, nous avons choisi le centre de chaque partie comme centre de masse de cette partie. Bien que ce choix donne de bons résultats expérimentaux, nous travaillons pour améliorer ce choix.



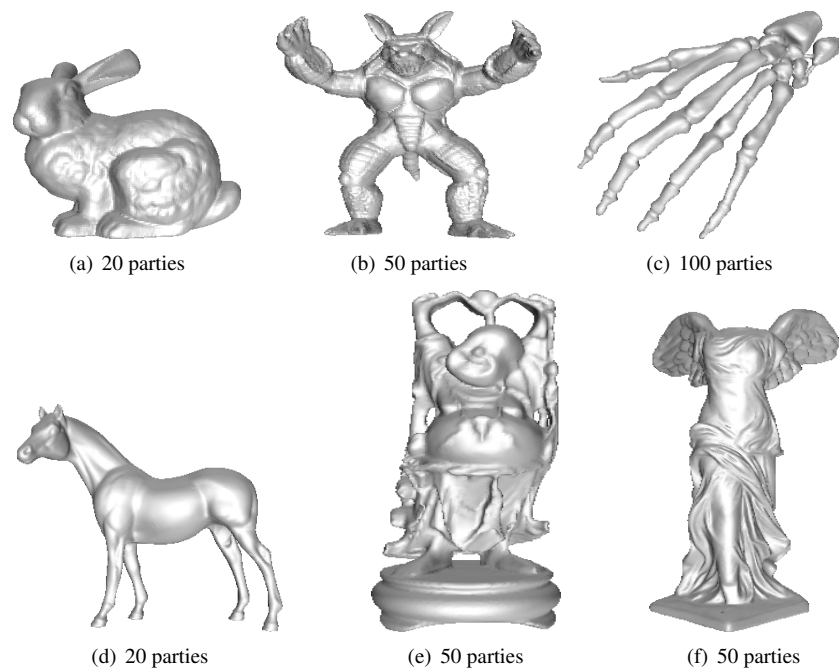


FIG. 10 – Quelques modèles représentés en utilisant les harmoniques sphériques. La largeur de bande  $bw$  correspond aux valeurs suivantes (a) 128 (b) 256 (c) 256 (d) 128 (e) 128 et (f) 256.

## Remerciement

Ce travail est réalisé dans le cadre de projet ART3D financé par le ministère de la recherche. Nous remercions Dey et al. pour nous avoir fourni leur code de segmentation.

## Références

- [Bye59] W. E. Byerly. *Spherical Harmonics*, chapter 6, pages 195–218. New York : Dover, 1959. An Elementary Treatise on Fourier's Series, and Spherical, Cylindrical, and Ellipsoidal Harmonics, with Applications to Problems in Mathematical Physics.
- [Bül02] T. Bülow. Spherical diffusion for 3d surface smoothing. In *3DPVT'02 : the first International Symposium on 3D Data Processing Visualization and Transmission*, page 449, Padova, Italy, 2002.
- [CDR00] U. Clarenz, U. Diewald, and M. Rumpf. Nonlinear anisotropic diffusion in surface processing. In T. Ertl, B. Hamann, , and A. Varshney, editors, *Proceedings of IEEE Visualization 2000*, pages 397–405, 2000.
- [DGG03] T. K. Dey, J. Giesen, and S. Goswami. Shape segmentation and matching with flow discretization. In F. Dehne, J.-R. Sack, and M. Smid, editors, *WADS '03 : Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Workshop on Algorithms and Data Structures*, number 2748 in LNCS, pages 25–36, Carleton Univ., Ottawa, Canada, July-August 2003. Springer Verlag.
- [DMSB99] M. Desbrun, M. Meyer, P. Schroder, and A. H. Barr. Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow. In *SIGGRAPH '99 : Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 317–324, New York, NY, USA, 1999. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co.
- [EDD<sup>+</sup>95] M. Eck, T. DeRose, T. Duchamp, H. Hoppe, M. Lounsbery, and W. Stuetzle. Multiresolution analysis of arbitrary meshes. In *SIGGRAPH '95 : Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 173–182, New York, NY, USA, 1995. ACM Press.
- [ELZ00] H. Edelsbrunner, D. Letscher, and A. Zomorodian. Topological persistence and simplification. In *FOCS '00 : Proceedings of the 41st Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, page 454, Washington, DC, USA, 2000. IEEE Computer Society.

- [FMK<sup>+</sup>03] T. Funkhouser, P. Min, M. Kazhdan, J. Chen, A. Halderman, D. Dobkin, and D. Jacobs. A search engine for 3d models. *ACM Transactions on Graphics*, 22(1) :83–105, January 2003.
- [Gol89] D. E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Pub. Co., 1989.
- [GSS99] I. Guskov, W. Sweldens, and P. Schroder. Multiresolution signal processing for meshes. In *SIGGRAPH '99 : Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 325–334, New York, NY, USA, 1999. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co.
- [Hob55] E. W. Hobson. *The Theory of Spherical and Ellipsoidal Harmonics*. New York : Chelsea, 1955.
- [JDBP04] J. Jin, M. Dai, H. Bao, and Q. Peng. Watermarking on 3d mesh based on spherical wavelet transform. *Journal of Zhejiang University Science*, 5(3) :251–258, 2004.
- [KFR03] M. Kazhdan, T. Funkhouser, and S. Rusinkiewicz. Rotation invariant spherical harmonic representation of 3d shape descriptors. In *SGP '03 : Proceedings of the Eurographics/ACM SIGGRAPH symposium on Geometry processing*, pages 156–164. Eurographics Association, 2003.
- [KFR04] M. Kazhdan, T. Funkhouser, and S. Rusinkiewicz. Symmetry descriptors and 3d shape matching. In *SGP '04 : Symposium on Geometry Processing*, pages 116–125, July 2004.
- [KG00] Z. Karni and C. Gotsman. Spectral compression of mesh geometry. In *SIGGRAPH '00 : Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 279–286, New York, NY, USA, 2000. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co.
- [LA04] Jyh-Ming Lien and Nancy M. Amato. Approximate convex decomposition. In *SCG '04 : Proceedings of the twentieth annual symposium on Computational geometry*, pages 457–458, New York, NY, USA, 2004. ACM Press.
- [LLVT03] T. Lewiner, H. Lopes, A. Wilson Vieira, and G. Tavares. Efficient implementation of marching cubes cases with topological guarantees. *JGT (Journal of graphics tools)*, 8(2) :1–15, 2003.
- [MCA] M. Mousa, R. Chaine, and S. Akkouche. Direct spherical harmonic transform of a triangulated mesh. *JGT : Journal of Graphics Tools*. to appear.
- [PS94] A. Pasko and V. Savchenko. Blending operations for the functionally based constructive geometry. In *CSG 94 : Set-theoretic solid modelling—Techniques and Applications*, pages 151–161, Winchester, UK, April 1994.
- [PS95] A. Pasko and V. Savchenko. Constructing functionally defined surfaces. In B. Wyvill and M. P. Gascuel, editors, *Implicit Surfaces '95 : The first international workshop on implicit surfaces*, pages 97–106, Grenoble, France, April 18–19 1995.
- [Rva87] V. L. Rvachev. *Theory of R-functions and some applications*. Naukova Dumka, Kiev, 1987. (in Russian).
- [SS01] W. Sweldens and P. Schröder. Digital geometric signal processing, course notes 50. In *SIGGRAPH 2001 Conference Proceedings*, 2001.
- [SV01] D. Saupe and D. V. Vranic. 3d model retrieval with spherical harmonics and moments. In *Proceedings of the 23rd DAGM-Symposium on Pattern Recognition*, pages 392–397. Springer-Verlag, September 2001.
- [Tau95] Gabriel Taubin. A signal processing approach to fair surface design. In *SIGGRAPH '95 : Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 351–358, New York, NY, USA, 1995. ACM Press.
- [ZBS04] K. Zhou, H. Bao, and J. Shi. 3d surface filtering using spherical harmonics. *Computer-Aided Design*, 36(4) :363–375, 2004.
- [ZC01] C. Zhang and T. Chen. Efficient feature extraction for 2d/3d objects in mesh representation. In *ICIP '01 : Proceedings of the International Conference on Image Processing*, pages 935–938, October 2001.