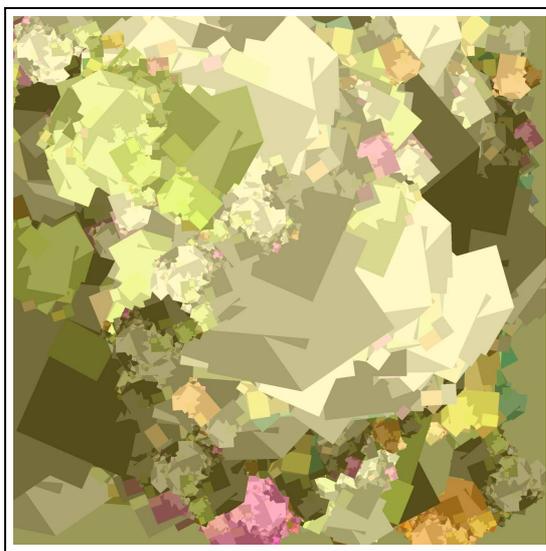




Laboratoire d'InfoRmatique en Image et Systèmes d'information - UMR 5205 CNRS



©Martine Rondet-Mignotte - LIRIS 2001

Eric TOSAN, Thierry EXCOFFIER, Martine RONDET-MIGNOTTE
Création de formes et de couleurs avec les IFS

Rapport de recherche LIRIS
Septembre 2005

LIRIS
Université Claude Bernard
Bât Nautibus - 43,Bd du 11 Novembre - 69622 VILLEURBANNE Cedex

Création de formes et de couleurs avec les IFS

Eric TOSAN, Thierry EXCOFFIER, Martine RONDET-MIGNOTTE

LIRIS - Université Claude Bernard

Bât Nautibus - 43,Bd du 11 Novembre - 69622 VILLEURBANNE Cedex

September 20, 2005

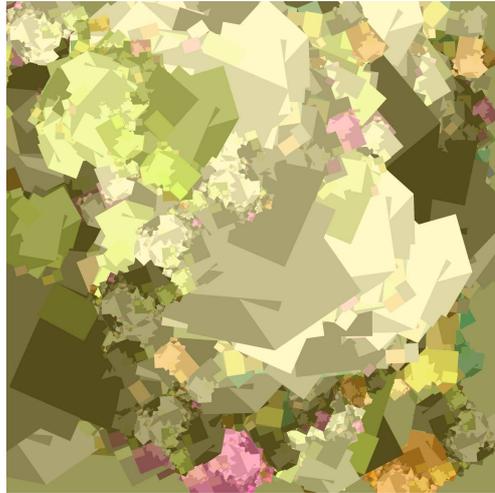


Figure 1: “Marécage”, 2001, création de Martine RONDET-MIGNOTTE.

1 Introduction

L’informatique graphique combinant calcul et visualisation, a permis de rendre visible l’invisible. Des figures géométriques mathématiquement bien définies, mais jusqu’ici sans visage, en ont acquis un. Pour certaines d’entre elles, ce visage s’est révélé inattendu et esthétiquement surprenant. C’est le cas des *fractales*, qui sont ainsi passées du statut de “monstres mathématiques” à celui d’objets de création [PR86] [BDM⁺88]. Le principal initiateur de cette découverte est Benoit MANDELBROT : quelques années après 1975, année de la publication de son ouvrage “Les objets fractals” [MAN75], il obtenait la visualisation spectaculaire et fascinante de l’ensemble qui porte aujourd’hui son nom. Recherche mathématique et outil informatique étaient ainsi les sources d’une double innovation : scientifique et artistique [SHE95].

Nous sommes partis de cette idée pour étudier et de spécifier un *modeleur fractal*, c.a.d. un mod-
eleur basé sur la géométrie fractale. Notre but est de fournir aux artistes et créateurs (plasticiens,
graphistes, stylistes, ...) un nouvel instrument de recherche et de conception permettant la manipu-
lation de formes géométriques non classiques. Ce projet associe étude théorique et expérimentation,
recherche sur la modélisation géométrique et recherche plastique.

À partir des IFS (Iterative Function Systems) et leurs généralisations (Projection d’IFS, LRIFS),
nous avons développé une *modélisation géométrique fractale*. Nous avons étendu aux formes fractales
plusieurs approches de la modélisation classique : la géométrie constructive [THO97], les formes à pôles

[ZT96], les opérations géométriques (déformations, combinaisons) [TZTV97]. Nous avons abordé le problème inverse, celui de la reconstruction de formes non lisses : courbes [GTB01] et surfaces [GTB02].

Nous avons développé et testé des logiciels expérimentaux qui ont permis de nombreuses créations (estampes, tissus, objets, ...) [ZRM96] [HBE⁺96] [TRM99]. L'écriture du modéleur a été essentiellement l'œuvre de Thierry EXCOFFIER, chercheur au LIRIS, en collaboration avec Martine RONDET-MIGNOTTE, plasticienne associée au laboratoire depuis le début du projet *Modéleur fractal* en 1993.

Ce papier présente ce travail et les résultats obtenus dans la construction et la coloration des formes fractales.

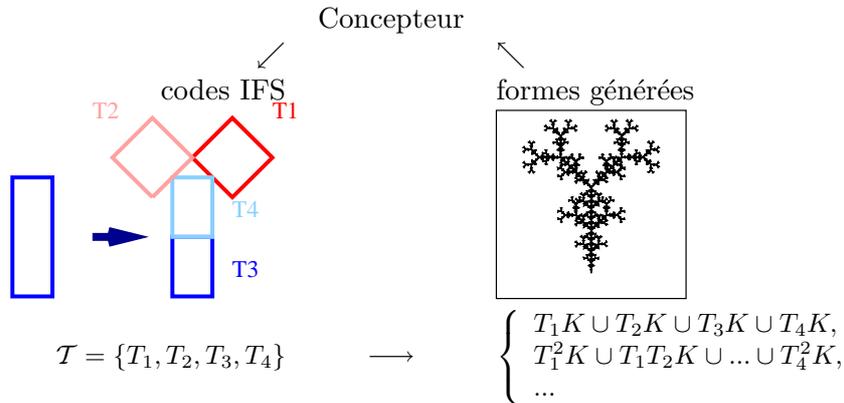


Figure 2: Créer des formes avec les IFS.

2 IFS et formes géométriques

Le principe du modèle IFS, introduit par HUTCHINSON et particulièrement développé par BARNSELY [BAR88] est d'utiliser un procédé itératif pour générer et représenter des formes géométriques. Le formalisme IFS présente de nombreux avantages : d'abord celui d'être simple à coder, à visualiser et à modifier; ensuite, comme nous allons le montrer, il constitue un très bon outil pour la recherche plastique et la création artistique.

2.1 Formes générées

Etant donné :

- un espace d'itération E , c.a.d. un espace métrique complet - en pratique $E = \mathbb{R}^m$ et $m = 2$ ou 3 ;
- un monoïde d'itération \mathcal{M} , c.a.d. un monoïde \mathcal{M} opérant sur E - en pratique $\mathcal{M} = \mathcal{M}_{\mathcal{A}}(m)$ ensemble des opérateurs affines de \mathbb{R}^m ;

une *IFS (Iterative Function System)* est un ensemble fini d'opérateurs contractants de \mathcal{M} , noté $\mathcal{T} = \{T_0, \dots, T_{N-1}\}$, auquel est associé un opérateur, appelé *opérateur de HUTCHINSON*, qui agit sur les compacts non vides de E :

$$K \in \mathcal{H}(E) \mapsto \mathcal{T}K = T_0K \cup \dots \cup T_{N-1}K \in \mathcal{H}(E).$$

Le principe du procédé est de répéter cette opération (voir figure 3) :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}K &= T_0K \cup \dots \cup T_{N-1}K, \\ \mathcal{T}^2K &= T_0T_0K \cup T_0T_1K \cup \dots \cup T_{N-1}T_{N-1}K, \\ &\dots \\ \mathcal{T}^nK &= \bigcup_{\alpha \in \Sigma^n} T_{\alpha_1} \dots T_{\alpha_n}K. \end{aligned}$$

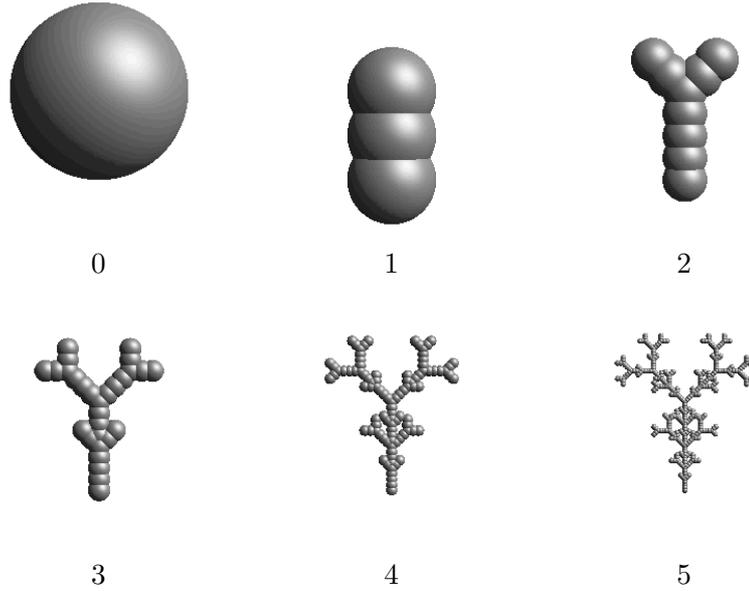


Figure 3: Emergence d'une forme ramifiée à partir d'une sphère.

La diminution de la taille des formes et l'augmentation du nombre de répétitions entraîne l'*émergence* d'une nouvelle forme (voir figure 3). Cette forme est un objet mathématique qui est bien défini.

En effet, l'opérateur $K \mapsto \mathcal{T}K$ est contractant dans l'espace $\mathcal{H}(E)$ muni de la distance de HAUSDORF :

$$d_H(K, K') = \max\{\max_{p \in K} \min_{q \in K'} d(p, q), \max_{q \in K'} \min_{p \in K} d(p, q)\}.$$

Il admet un point fixe, appelé *attracteur* [BAR88] défini par : $\mathcal{A}(\mathcal{T}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathcal{T}^n K$ avec $K \in \mathcal{H}(E)$ quelconque.

L'attracteur A est *autosimilaire* (au sens général du terme) dans le monoïde \mathcal{M} , c.a.d. il vérifie : $A = \mathcal{T}A$ ou encore $A = T_0 A \cup \dots \cup T_{N-1} A$ avec $T_i \in \mathcal{M}$. En pratique, les T_i étant des opérateurs affines, les attracteurs d'IFS sont *auto-affines*.

Un ensemble fini d'opérateurs contractants \mathcal{T} permet ainsi de définir une forme géométrique $\mathcal{A}(\mathcal{T})$, qui est en général fractale. L'attracteur est la *forme générée*, l'IFS est un *descripteur*.

2.2 Gammes de formes

En considérant l'IFS comme une famille finie d'opérateurs $\mathcal{T} = (T_i)_{i \in \Sigma}$ avec Σ ensemble fini d'indices (en pratique on prend $\Sigma = \{0, \dots, N-1\}$), l'attracteur A est muni d'une *fonction d'adressage* [BAR88] Chaque point de l'attracteur est adressé dans Σ^ω ensemble des mots infinis sur Σ :

$$\sigma \in \Sigma^\omega \mapsto \Phi(\sigma) = \lim_{n \rightarrow \infty} T_{\sigma_1} \dots T_{\sigma_n} p \in E \quad (1)$$

Un IFS définit ainsi une *forme paramétrée*, dont la paramétrisation est formelle.

Le formalisme IFS peut être utilisé comme un *modèle géométrique* : les attracteurs $\mathcal{A}(\mathcal{T})$ sont des formes paramétrées par $\Phi : \Sigma^\omega \rightarrow A$. Sous certaines conditions, leurs propriétés sont contrôlées (par exemple leur topologie [TOS99]).

De manière plus générale, il peut être utilisé comme un *générateur de formes* [SEL87]. À chaque niveau d'itération n , la figure igénérée $\mathcal{T}^n K = \cup_{\alpha \in \Sigma^n} T_{\alpha_1} \dots T_{\alpha_n} K$ correspond à l'affichage simultané d'une *gamme de formes* $(T_{\alpha_1} \dots T_{\alpha_n} K)_{\alpha \in \Sigma^n}$. Cette gamme peut être visuellement intéressante (voir figure 1). La dynamique d'itération $\mathcal{T}K, \mathcal{T}^2 K, \mathcal{T}^3 K, \dots$ est caractérisée par le semigroupe de transformations engendré par l'IFS : $\mathcal{T}^+ = \mathcal{T} \cup \mathcal{T}^2 \cup \mathcal{T}^3 \cup \dots$. Comme celui de l'autosimilarité, le type géométrique de cette dynamique est donné par le monoïde d'itération : $\mathcal{T}^+ \subseteq \mathcal{M}$.

2.3 Rendu visuel

Il existe plusieurs méthodes de visualisation des attracteurs [BAR88]. Nous avons choisi d'utiliser des figures $K_n = \mathcal{T}^n K$ affichables dans un logiciel graphique, ce qui correspond à l'algorithme dit "déterministe". En prenant pour figure initiale K une primitive graphique (point, segment de droite, cube, sphère, cylindre, ...), les figures itérées $\mathcal{T}^n K$ vont être des unions finies de primitives transformées (nuages de points, lignes brisées, polyèdres, ...).

Le choix de n et K dépend du type de rendu souhaité. Si on veut une figure proche de l'attracteur, il faut prendre un nombre n d'itérations suffisant pour faire apparaître la nouvelle forme et disparaître la figure initiale (réduction de la taille en dessous d'un certain seuil : taille du pixel ou autre). Mais si on cherche surtout un effet esthétique, il peut être intéressant de choisir un n pas trop grand, de manière à conserver la figure initiale et l'utiliser comme un motif répétitif (voir la figure 1).

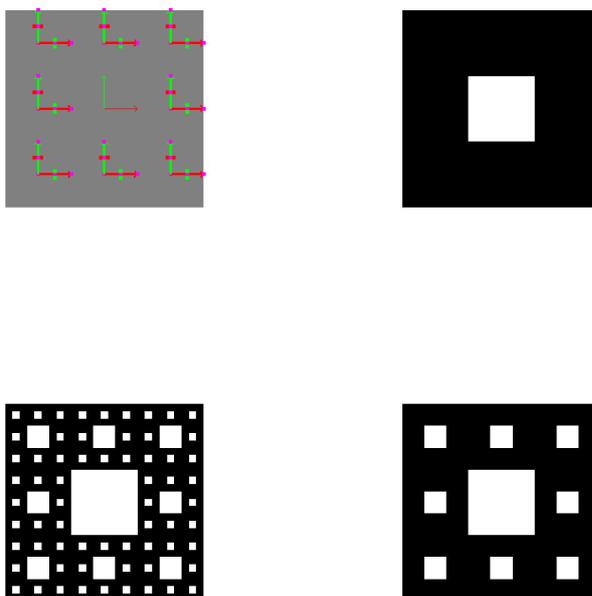


Figure 4: Création d'une forme à partir de la saisie de repères.

3 Création de formes

Dans un modèleur fractal, la manipulation des attracteurs s'effectue à travers des actions sur les IFS (voir la figure 2). Quand on veut créer *ex nihilo* des formes générées, on est confronté au problème suivant : il faut pouvoir, au moins partiellement, contrôler et anticiper l'aspect de ces formes à partir de leurs générateurs. En jouant avec les propriétés de la relation entre descripteur et attracteur, il est possible d'acquérir une intuition des formes générées et d'utiliser des méthodes de construction.

3.1 Interfaces graphiques

Nous avons développé une interface graphique basée sur l'affichage des premières figures générées (voir figure 4). Il est ainsi possible d'avoir un contrôle visuel de la dynamique d'itération :

- $\mathcal{T} = \{T_0, \dots, T_{N-1}\}$ est composé de transformations affines T_i données par des repères : $T_i(Oxy) = Ox_iy_i$;

- $\mathcal{T}K, \mathcal{T}^2K, \mathcal{T}^3K$ est la suite de figures correspondant aux trois premières itérations avec K primitive graphique (segment, carré, ...).

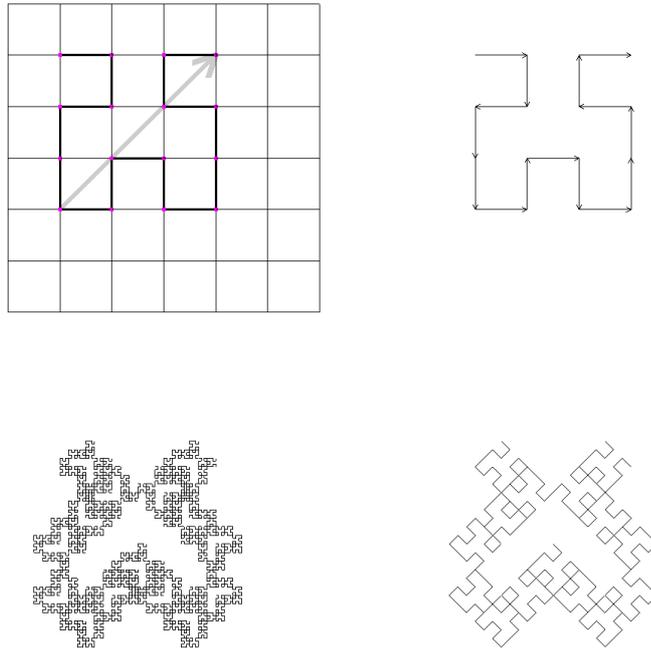


Figure 5: Création d'une forme filaire.

Une variante de cette interface (voir figure 5) reprend les procédés de description de courbes fractales [DUB87] [PS88] ou de figures filaires [TOS99] à partir de points d'interpolation et de règles de substitution :

$$(p_0, p_1) \rightarrow (q_{i_0}, \dots, q_{i_m}) \quad \text{ou} \quad (p_0, p_1) \rightarrow (q_{i_k}, q_{i_{k+1}}).$$

Cette variante impose des contraintes sur les transformations et les attracteurs :

- les T_i sont des similitudes données par les équations : $T_{i_k}p_0 = q_{i_k}$, $T_{i_k}p_1 = q_{i_{k+1}}$;
- la topologie des attracteurs est filaire et dérivée du graphe de sommets q_i et d'arcs $(q_{i_k}, q_{i_{k+1}})$.

3.2 Approche constructive

L'approche constructive en modélisation géométrique consiste à fabriquer de nouvelles formes à partir d'anciennes formes supposées connues, tout en ayant un certain contrôle du résultat.

Deux grandes propriétés lient les IFS et leurs attracteurs [GT92] :

- La relation entre IFS et attracteur est *croissante* : l'ajout d'une transformation à l'IFS se traduit par un ajout de points à l'attracteur (la figure 4 est obtenue par suppression du repère central).
- La relation entre IFS et attracteur est *continue* : une petite modification des paramètres des transformations de l'IFS se traduit par une petite modification de l'attracteur (voir figure 6).

Ces deux propriétés rendent possible une maîtrise intuitive des formes produites : la première permet de "composer" les formes fractales, la deuxième permet de les "modeler".

En affinant ces propriétés sur des généralisations des IFS, nous avons pu, entre autres, étendre aux formes fractales les méthodes de construction utilisées en modélisation classique [ZT96] [TZTV97] et en définir de nouvelles, qui sont spécifiques aux formes fractales [THO97].

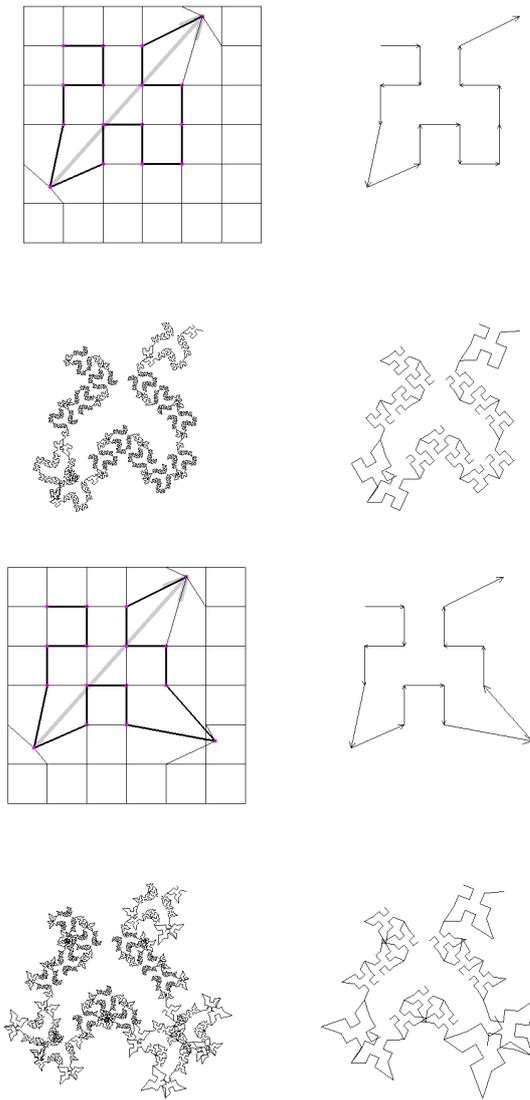


Figure 6: Déformations de la forme filaire.

Le caractère croissant de la relation entre IFS et attracteur permet la construction pas à pas de formes fractales par combinaisons d'IFS élémentaires. En utilisant le formalisme des LRIFS (Langage Reduced Iterated Function System) [PH91] qui permet de sélectionner des itérations d'IFS, nous avons pu développer une “algèbre” de formes qui permet de définir des formes complexes par compositions de formes simples [TT95] [THO97]. Les gammes de transformations $T_{\alpha_1} \dots T_{\alpha_n}$ sont alors plus complexes, elles ne correspondent plus à des semigroupes mais à des langages formels : $\alpha_1 \dots \alpha_n \in L$.

Le caractère continu de la relation entre IFS et attracteur permet la déformation des formes fractales (voir figure 6), mais également leur métamorphose par interpolation des IFS [GT92][BOW95][BH97]. Il permet également l'ajustement et l'approximation de formes fractales [GTB01] [GTB02].

D'autres opérations sur les IFS autorisent l'extension d'opérations géométriques classiques aux formes fractales. Les transformations affines et les déformations polynomiales d'attracteurs s'expriment avec des opérations sur les IFS [ZT96] [TZTV97].

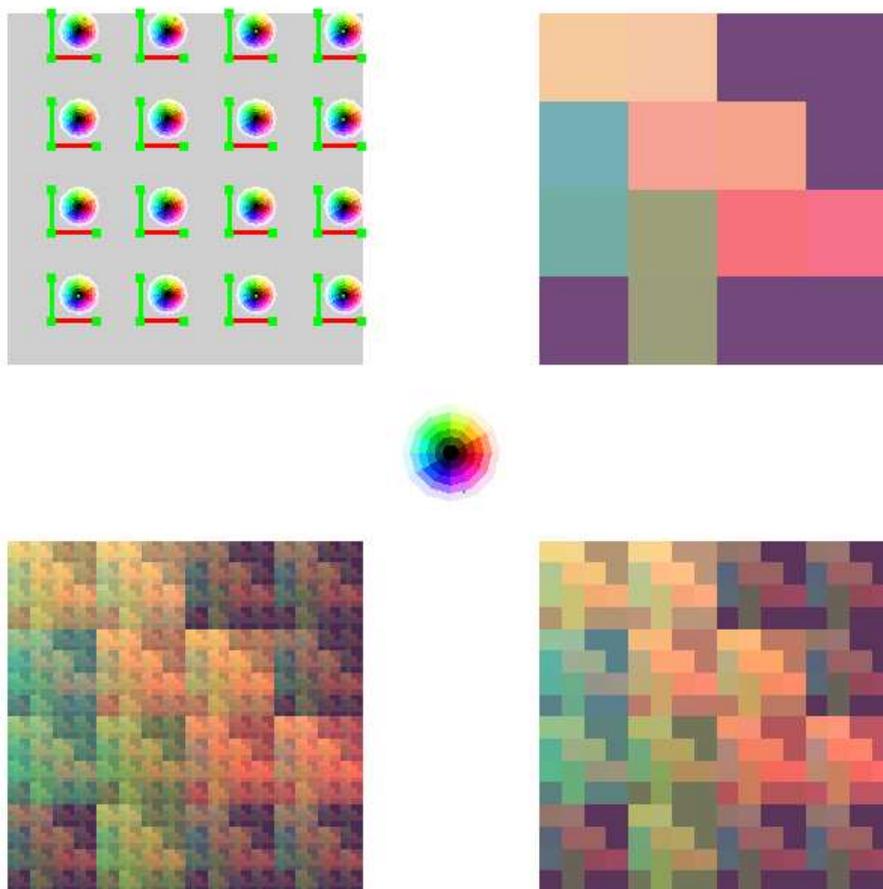


Figure 7: Exemple de palette à 6 couleurs et 16 transformations.

4 IFS et couleurs

Classiquement l'espace d'itération est $E = \mathbb{R}^2$ ou \mathbb{R}^3 , mais en utilisant des espaces plus généraux, il est possible d'intégrer les couleurs à la description des formes générées par IFS.

4.1 Approche générale

Pour définir des formes fractales colorées, S. NIKIEL a pris pour espace d'itération $E = E_f \times E_c$, avec $E_f = \mathbb{R}^2$ espace des formes et $E_c = [0, 1]^3$ espace des couleurs en RVB [NIK98]. Avant lui, J. C. SPROTT avait interprété \mathbb{R}^3 comme un espace $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$ avec $E_f = \mathbb{R}^2$ espace des formes et $E_c = [0, 1]$ espace des dégradés d'une couleur [SPR94].

Un IFS T_{fc} est alors composé de transformations affines opérant sur $E_f \times E_c$ et l'attracteur A_{fc} associé est tel que :

- $A_f = \Pi_f A_{fc}$ sa projection dans E_f correspond à la forme,
- $A_c = \Pi_c A_{fc}$ sa projection dans E_c correspond à l'ensemble des couleurs.

L'attracteur A correspond à la relation entre points et couleurs : $A_{fc} \subseteq A_f \times A_c$. La fonction d'adressage précise cette relation :

$$(p, c) \in A_{fc} \Leftrightarrow \exists \sigma \in \Sigma^\omega \quad p = \Pi_f \Phi_{fc}(\sigma) \text{ et } c = \Pi_c \Phi_{fc}(\sigma).$$

En général, cette relation n'est pas une fonction, à un même point peut correspondre plusieurs couleurs.

J. C. SPROTT et S. NIKIEL utilisent l'algorithme du "jeu du chaos" pour visualiser l'attracteur coloré [SPR94] [NIK98]. Le dernier point affiché est p_n affecté de la couleur c_n , avec $(p_n, c_n) = T_{\alpha_n} \dots T_{\alpha_1}(p_0, c_0)$ et $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ suite aléatoire d'éléments de Σ .

4.2 Relation entre formes et couleurs

Pour avoir un meilleur contrôle sur la construction des formes fractales colorées, nous avons utilisé un modèle où les définitions des formes et des couleurs sont indépendantes. Ce modèle est moins général que le précédent mais il permet une meilleure maîtrise de la relation entre formes et couleurs.

Pour définir séparément A_f et A_c , nous utilisons pour opérer sur $E_f \times E_c$ un monoïde $\mathcal{M}_f \times \mathcal{M}_c$ avec \mathcal{M}_f monoïde opérant sur les points de E_f et \mathcal{M}_c monoïde opérant sur les couleurs de E_c .

Un IFS \mathcal{T}_{fc} est alors composé de couples (T_i, \tilde{T}_i) avec $T_i \in \mathcal{M}_f$ et $\tilde{T}_i \in \mathcal{M}_c$. Ces couples opèrent séparément sur les points et les couleurs :

$$(T_i, \tilde{T}_i)(p, c) = (T_i p, \tilde{T}_i c).$$

Les produits de couples sont donc les couples de produits :

$$(T_{\sigma_1}, \tilde{T}_{\sigma_1}) \dots (T_{\sigma_n}, \tilde{T}_{\sigma_n}) = (T_{\sigma_1} \dots T_{\sigma_n}, \tilde{T}_{\sigma_1} \dots \tilde{T}_{\sigma_n}).$$

La fonction d'adressage correspond au couple de fonctions d'adressage :

$$\begin{aligned} \Phi_{fc}(\sigma) &= \lim_{n \rightarrow \infty} (T_{\sigma_1}, \tilde{T}_{\sigma_1}) \dots (T_{\sigma_n}, \tilde{T}_{\sigma_n})(p, c), \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} (T_{\sigma_1} \dots T_{\sigma_n}, \tilde{T}_{\sigma_1} \dots \tilde{T}_{\sigma_n})(p, c), \\ &= \left(\lim_{n \rightarrow \infty} (T_{\sigma_1} \dots T_{\sigma_n} p), \lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{T}_{\sigma_1} \dots \tilde{T}_{\sigma_n} c \right), \\ &= (\Phi_f(\sigma), \Phi_c(\sigma)). \end{aligned}$$

Les projections dans E_f et E_c correspondent aux attracteurs de \mathcal{T}_f et \mathcal{T}_c :

$$\begin{aligned} A_f &= \Phi_f(\Sigma^\omega) = \mathcal{A}(\mathcal{T}_f), \\ A_c &= \Phi_c(\Sigma^\omega) = \mathcal{A}(\mathcal{T}_c). \end{aligned}$$

Comme dans l'approche générale, $A_{fc} = \mathcal{A}(\{(T_i, \tilde{T}_i)/i \in \Sigma\}) = \Phi_{fc}(\Sigma^\omega)$ correspond à une relation $A_{fc} \subseteq A_f \times A_c$ qui n'est pas une fonction. À un point de A_f possédant plusieurs adresses peut correspondre plusieurs couleurs de A_c :

$$\begin{aligned} p \in A_f &\mapsto \Phi_f^{-1}(p) = \{\sigma / \Phi_f(\sigma) = p\}, \\ &\mapsto \Phi_c(\Phi_f^{-1}(p)) = \{\Phi_c(\sigma) / \Phi_f(\sigma) = p\} \end{aligned}$$

Pour obtenir une relation fonctionnelle entre points et couleurs, il suffit que chaque point ait une adresse distinguée. Les indices de $\Sigma = \{0, \dots, N-1\}$ étant totalement ordonnés par : $0 < 1 < \dots < N-1$, les mots infinis de Σ^ω sont également totalement ordonnés par l'ordre lexicographique induit. À chaque point de l'attracteur est associée son adresse maximale :

$$p \in A_f \mapsto \bar{\tau}(p) = \max \Phi_f^{-1}(p) = \max \{\sigma / \Phi_f(\sigma) = p\}.$$

Cette fonction, appelée *Tops function* par BARNSELY, est bien définie car $\Phi_f^{-1}(p)$ est un compact de Σ^ω et possède un élément maximum [BAR05]. Pour extraire une fonction de la relation $A_{fc} \subseteq A_f \times A_c$, il suffit de prendre :

$$p \in A_f \mapsto \Phi_c(\bar{\tau}(p)) \in A_c$$

Remarque : BARNSELY distingue l'espace d'itération E_c , support des couleurs, et l'espace des couleurs RVB, il introduit une *fonction de peinture* $\bar{P} : E_c \rightarrow E_{RVB}$ et définit ainsi une fonction de coloration un peu plus générale : $\bar{P} \circ \Phi_c \circ \bar{\tau}$ [BAR05].

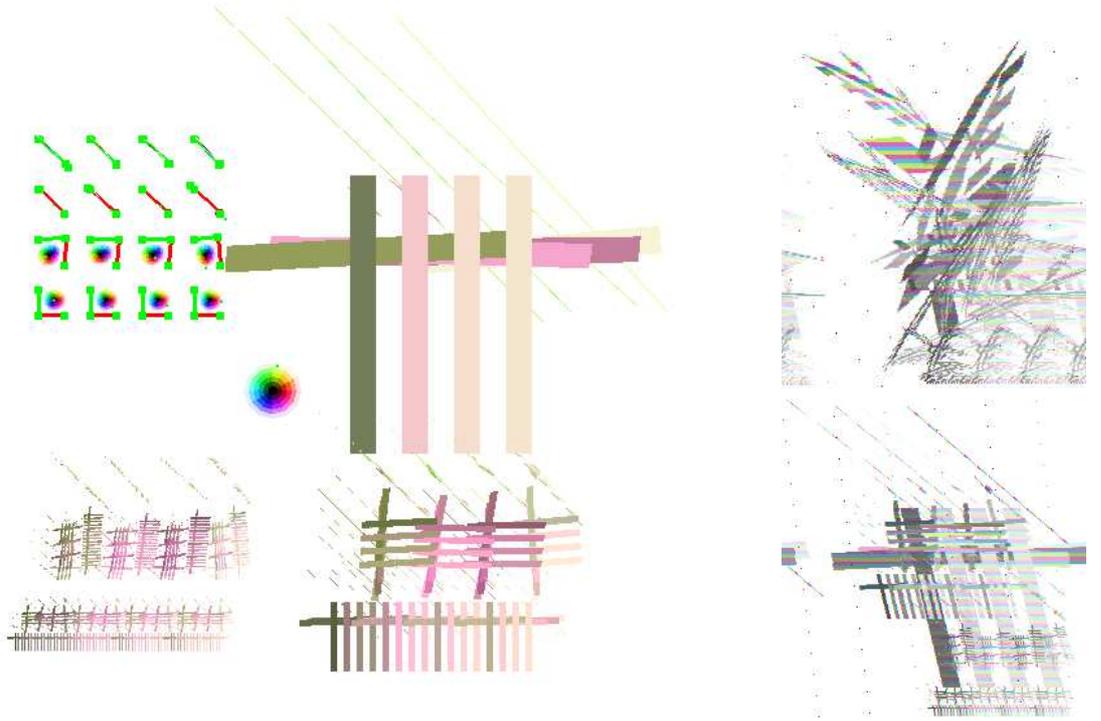
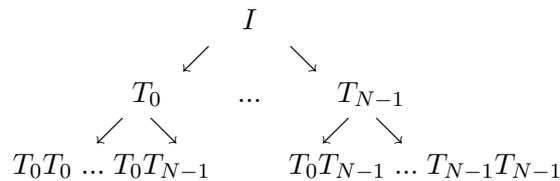


Figure 8: À gauche esquisse, à droite deux compositions.

4.3 Affectation des couleurs

BARNSELEY réalise l’affichage avec l’algorithme du “jeu du chaos” [BAR05]. Nous avons réalisé l’affichage avec l’algorithme déterministe. Celui-ci correspond naturellement à la fonction $\Phi_c \circ \bar{\tau}$. Dans l’image obtenue, à chaque pixel n’est affecté qu’une couleur, celle de la dernière composante $T_{\alpha_1} \dots T_{\alpha_n} K_f$ affichée. L’ordre d’affichage est celui du parcours des nœuds de l’arbre des produits :



Cet ordre correspond à l’ordre lexicographique sur Σ^* induit par l’ordre des indices de Σ .

En choisissant un motif de forme K_f , à chaque point de $\mathcal{T}^n K_f = \cup_{\alpha \in \Sigma^n} T_{\alpha_1} \dots T_{\alpha_n} K_f$ est associé l’adresse du dernier produit calculé :

$$p \in \mathcal{T}^n K_f \mapsto \bar{\alpha}(p) = \max\{\alpha_1 \dots \alpha_n \in \Sigma^n / \exists q \in K_f \ T_{\alpha_1} \dots T_{\alpha_n} q = p\}.$$

Nous avons choisi de doter chaque composante de $T_{\alpha_1} \dots T_{\alpha_n} K_f$ d’une couleur uniforme \check{c}_α , déduite de l’opérateur $\tilde{T}_{\alpha_1} \dots \tilde{T}_{\alpha_n}$. Nous décrivons ainsi une suite de figures colorées dont la superposition aboutit à une partition de $\mathcal{T}^n K_f$ (voir la figure 8). Les zones K_α de couleur \check{c}_α composant la partition sont définies comme suit :

- $K_{(N-1)^n} = T_{N-1}^n K_f$,
- $K_\alpha = T_{\alpha_1} \dots T_{\alpha_n} K_f \setminus \cup_{\beta > \alpha} K_\beta$.

5 Création de formes colorées

Le descripteur d'une forme colorée générée est un ensemble fini de couples (T_i, \tilde{T}_i) avec T_i et \tilde{T}_i qui peuvent être saisis séparément.

Plusieurs approches sont ainsi possibles pour créer une forme colorée. La plus classique consiste à construire une forme puis à lui ajouter de la couleur. Mais il est également possible de faire l'inverse : partir d'une palette de couleurs et en dériver une forme colorée. Dans les deux cas, il faut définir l'IFS $(\tilde{T}_i)_{i \in \Sigma}$ qui va générer les couleurs.

5.1 Gammes de couleurs

Une gamme de couleurs va correspondre à une famille de transformations dans l'espace des couleurs $E_c : (\tilde{T}_{\alpha_1} \dots \tilde{T}_{\alpha_n})_{\alpha \in \Sigma^n}$. La manière la plus simple de définir une gamme harmonique est d'effectuer des mélanges - c.a.d. des combinaisons convexes - d'un ensemble fini de couleurs de base (voir figure (7)). Ces gammes de couleurs sont obtenues en opérant sur les couleurs avec des homothéties.

Ayant associé une couleurs c_i à chaque indice $i \in \Sigma$, \tilde{T}_i est une homothétie de centre c_i et de rapport $\frac{1}{2}$. L'action de \tilde{T}_i est de "tirer" une couleur quelconque c vers la couleur c_i en faisant la moyenne de c et c_i :

$$\begin{aligned} \tilde{T}_i c &= c_i + \frac{1}{2}(c - c_i), \\ &= \frac{1}{2}c_i + \frac{1}{2}c. \end{aligned}$$

Tout produit de ces homothéties est encore une homothétie de rapport $\frac{1}{2^n}$:

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{\alpha_1} \dots \tilde{T}_{\alpha_n} c &= \frac{1}{2}c_{\alpha_1} + \frac{1}{2^2}c_{\alpha_2} + \dots + \frac{1}{2^n}c_{\alpha_n} + \frac{1}{2^n}c, \\ &= \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)c_\alpha + \frac{1}{2^n}c; \end{aligned}$$

son centre est $c_\alpha = \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)^{-1} \left(\frac{1}{2}c_{\alpha_1} + \frac{1}{2^2}c_{\alpha_2} + \dots + \frac{1}{2^n}c_{\alpha_n}\right)$.

La fonction d'adressage associée est :

$$\begin{aligned} \Phi_c(\sigma) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{T}_{\sigma_1} \dots \tilde{T}_{\sigma_n} c, \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} c_{\sigma_n}, \\ &= \sum_{i \in \Sigma} \lambda_i c_i \text{ avec } \sum_{i \in \Sigma} \lambda_i = 1 \text{ et } 0 \leq \lambda_i \leq 1. \end{aligned}$$

Les coefficients λ_i sont donnés par leurs développements binaires :

$$\lambda_i = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} b_n^{(i)} \text{ avec } b_n^{(i)} = \begin{cases} 1 & \text{si } \sigma_n = i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

À tout point $\Phi_c(\sigma)$ est associée une homothétie dégénérée de centre $\Phi_c(\sigma)$ et de rapport 0, qui est la limite de la suite d'homothéties : $(\tilde{T}_{\sigma_1} \dots \tilde{T}_{\sigma_n})_n$.

À chaque niveau n , le concepteur dispose d'une gamme finie de couleurs $(\check{c}_\alpha)_{\alpha \in \Sigma^n}$. Deux possibilités sont offertes pour les calculer :

- $\check{c}_\alpha = c_\alpha$ est le centre de $\tilde{T}_{\alpha_1} \dots \tilde{T}_{\alpha_n}$;
- $\check{c}_\alpha = \tilde{T}_{\alpha_1} \dots \tilde{T}_{\alpha_n} c_I = \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)c_\alpha + \frac{1}{2^n}c_I$ avec c_I couleur globale initiale.

La première est extraite de la gamme potentielle infinie $(\Phi_c(\sigma))_{\sigma \in \Sigma^\omega}$ car : $c_\alpha = \Phi_c(\alpha^\omega)$. La gamme initiale de base $(c_i)_{i \in \Sigma}$ étant choisie, ces gammes sont composées de combinaisons convexes des couleurs de la gamme initiale (voir les figures 7, 8 et 9).

5.2 Palettes : des couleurs aux formes

Une palette itérative correspond à un attracteur dans l'espace $E_f \times E_c$, dont la forme $\Pi_f A$ est "standard". Une palette en damier (voir figure 7) est obtenue par subdivision $m \times m$ du pavé $[0, 1]^2$. On prend $\Sigma = \{0, 1, \dots, m - 1\} \times \{0, \dots, m - 1\}$ et :

$$\begin{cases} T_{ij}(s, t) &= \left(\frac{i}{m} + \frac{1}{m}s, \frac{j}{m} + \frac{1}{m}t\right); \\ \tilde{T}_{ij}c &= \frac{1}{2}c_{ij} + \frac{1}{2}c. \end{cases}$$

À partir d'une palette initiale, on modifie les gammes de formes en conservant les gammes de couleurs :

$$\forall i \in \Sigma \quad (T_i, \tilde{T}_i) \rightarrow (T'_i, \tilde{T}'_i)$$

L'image de la figure 1 a été conçue ainsi.

Le passage d'une "esquisse" (première disposition de couleurs), à une série de compositions (variantes géométriques de la disposition) est illustré par la figure 8.

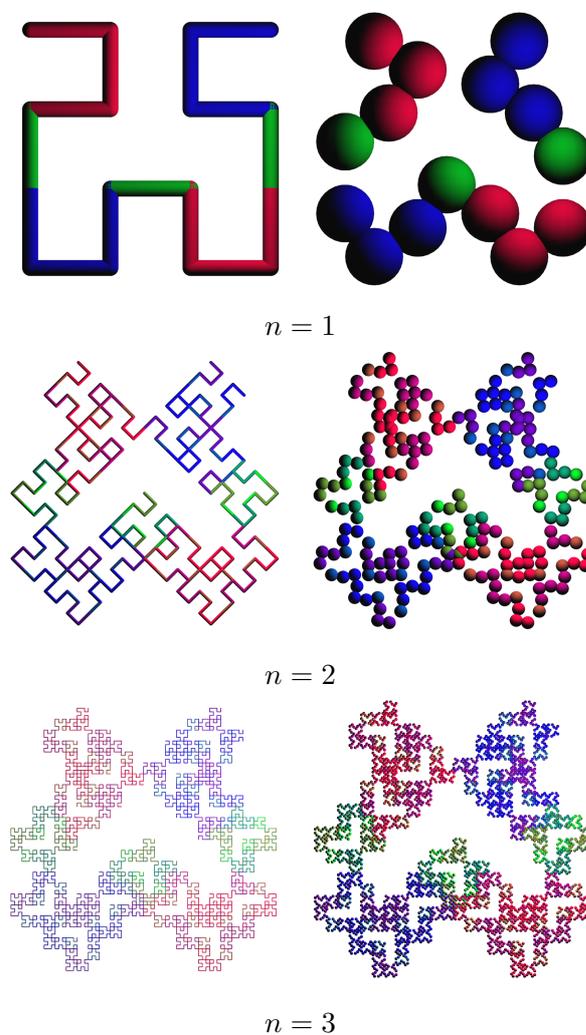


Figure 9: Choix de primitives et de couleurs.

5.3 Colorisation : des formes aux couleurs

En utilisant une interface avec choix de couleurs, on ajoute des couleurs aux formes (voir figure 9) :

$$\forall i \in \Sigma \quad T_i \rightarrow (T_i, \tilde{T}_i).$$

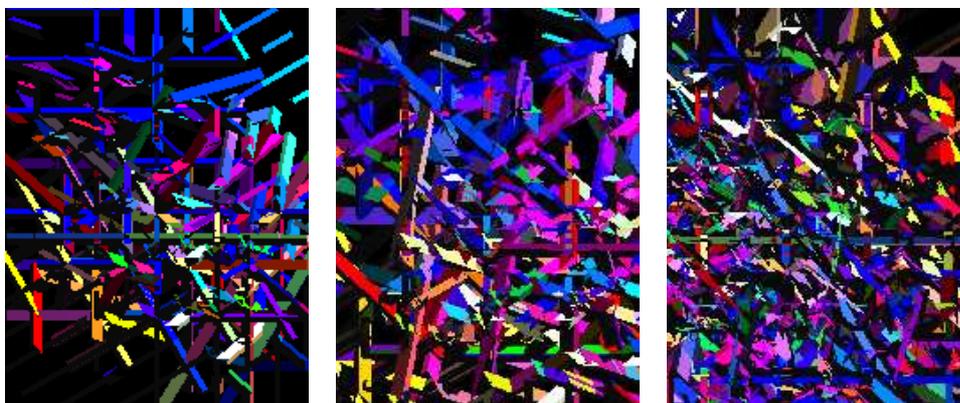


Figure 10: “Construction/Déconstruction”, 2000, création de Martine RONDET-MIGNOTTE.

Dans le cas tridimensionnel, $E_f = \mathbb{R}^3$ et $E_c = [0, 1]^3$, une autre méthode est possible : elle consiste à déduire la gamme de couleurs de la gamme de formes.

À toute forme définie dans $[0, 1]^3$, est associée une forme colorée. En effet, à tout point $p = (x, y, z) \in [0, 1]^3$ est associée la couleur (r, v, b) avec $r = x, v = y, b = z$. Tout IFS dont l’attracteur est inclu dans $[0, 1]^3$ peut s’interpréter comme un IFS de couleurs. Si l’IFS $(T_i)_{i \in \Sigma}$ a pour attracteur $A_f \subseteq [0, 1]^3$, l’IFS $(T_i, T_i)_{i \in \Sigma}$ a pour attracteur la relation identité sur A_f : $A_{fc} = \{(p, p) \mid p \in A_f\}$.

6 Résultats

Le modèle IFS s’est révélé un bon outil pour la recherche plastique. Expérimentation empirique, intuition des formes, mais également rigueur et précision sont rendues possibles par les propriétés du modèle. Il est possible de travailler à la fois les formes géométriques - en les composant et les modelant - et les couleurs - en construisant des gammes.

Les formes générées par IFS possèdent une dynamique géométrique particulière. En les choisissant plus ou moins proches des attracteurs, elles peuvent ne pas refléter directement les propriétés fractales.

Les deux images de la figure 11 montrent des formes générées à partir de l’interface de la figure 5. L’image de gauche montre une forme proche d’un attracteur. Sa structure topologique filaire met en évidence son autosimilarité et contribue à l’intérêt visuel. L’image de droite, par contre, montre une composition qui ne ressemble pas du tout à un attracteur. La distribution des primitives (sphères et cubes) correspond à une “gamme géométrique” de similitudes. C’est ici la dynamique de l’IFS qui est mise en évidence et qui contribue à l’intérêt visuel.

Comme le dit la plasticienne de notre équipe, Martine RONDET-MIGNOTTE : “Les structures fractales interviennent comme principe d’organisation et d’unification de l’espace à puissance égale avec la lumière et la couleur. Je pars d’un ordre fractal pour aller à un acte pictural. ... Mon propos n’est pas de montrer des fractales mais de toujours porter un regard interrogatif sur la forme et son rapport à la surface en utilisant une nouvelle géométrie et un nouvel outil qui témoignent d’une époque, d’une évolution de la pensée”.

References

[BAR88] M.F. BARNSLEY. ,*Fractal Everywhere.* ,Academic press, INC, 1988.

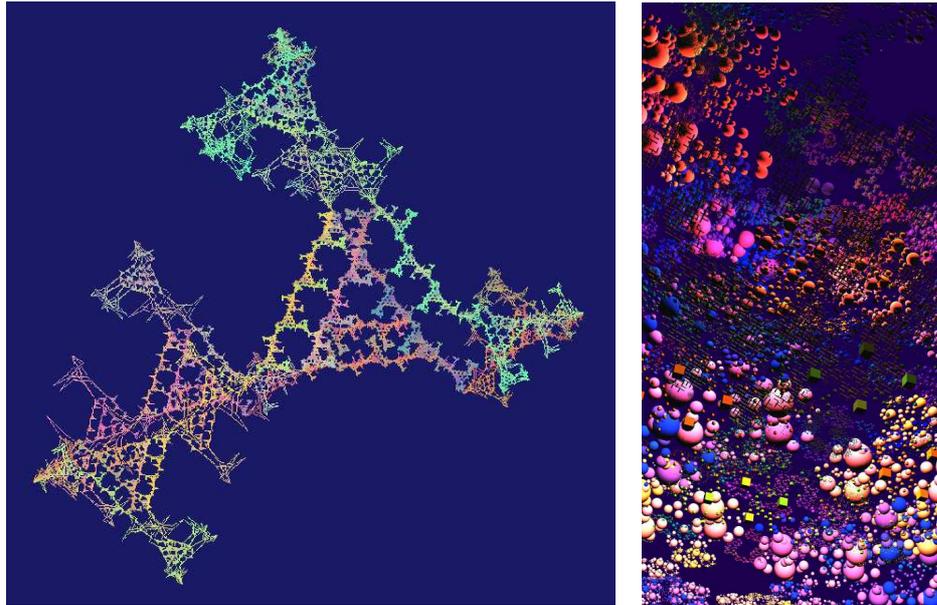


Figure 11: À gauche “Prolifération”, 2001; à droite “Tohu-bohu”, réalisation pour la maison de l’Université de 2005, créations de Martine RONDET-MIGNOTTE.

- [BAR05] Michael BARNSELEY. ,Theory and application of fractal tops. ,In *Fractals in Engineering : New Trends in Theory and Applications*, pages 3–20. Springer, 2005.
- [BDM⁺88] M.F. BARNSELEY, R.L. DEVANEY, B.B. MANDELBROT, H.O. PEITGEN, D. SAUPE, and R.F. VOSS. ,*The Science of Fractal Images*. ,Springer-Verlag, New York Berlin Heidelberg London Paris Tokyo, 1988.
- [BH97] Brandon BURCH and John C. HART. ,Linear Fractal Shape Interpolation. ,In *Graphics Interface’97*, pages 155–152, 1997.
- [BOW95] Richard L. BOWMAN. ,Fractal metamorphosis : a brief student tutorial. ,*Computer & Graphics*, 19(1):157–164, 1995.
- [DUB87] Serge DUBUC. ,Modèles de courbes irrégulières. ,In *Dimensions Non Entières et Applications*. Masson, 1987.
- [GT92] C. GENTIL and E. TOSAN. ,Description of fractals with IFS. ,In *COMPUGRAPHICS’92*, pages 214–221, Lisbon, Portugal, december 1992. Portuguese ACM Chapter.
- [GTB01] E. GUERIN, E. TOSAN, and A. BASKURT. ,Fractal Approximation of Curves. ,*Fractals*, 9(1):95–103, March 2001.
- [GTB02] E. GUERIN, E. TOSAN, and A. BASKURT. ,Modeling and Approximation of Fractal Surfaces with projected IFS attractors. ,In M. M. Novak, editor, *Emergent Nature - Patterns, Growth and Scaling in the Sciences*, pages 203–303. World Scientific, 2002.
- [HBE⁺96] Daryl H. HEPTING, Robby Alyn BERRY, Brian EVANS, Michael FIELD, Martin GOLUBITSKY, F. Kenton MUSGRAVE, Kevin SUFFREN, and Eric TOSAN. ,*Fractals Calendar*. ,Universe Publishing, A Division of Rizzoli International Publications, Inc., 300 Park Avenue South / New York, NY 10010, 1996.
- [MAN75] B. MANDELBROT. ,*Les objets fractals*. ,Flammarion, 1975.

- [NIK98] Slawomir S. NIKIEL. ,True-colour Images and Iterated Function Systems. ,*Computer & Graphics*, 22(5):635–640, 1998.
- [PH91] P. PRUSINKIEWICZ and M.S. HAMMEL. ,Automata, languages and iterated function systems. ,In *lecture notes for the SIGGRAPH'91 course : "Fractal modeling in 3D computer graphics and imagery"*, 1991.
- [PR86] H.O. PEITGEN and P.H. RICHTER. ,*The Beauty of Fractals*. ,Springer-Verlag, New York Berlin Heidelberg London Paris Tokyo, 1986.
- [PS88] P. PRUSINKIEWICZ and G. SANDNESS. ,Koch curves as attractors and repellers. ,*IEEE Computer Graphics & Applications*, pages 27–40, novembre 1988.
- [SEL87] Harry SELDOM. ,Iteration as creative process in visual art. ,*Computer & Graphics*, 13(3):397–397, 1987.
- [SHE95] Rhonda Roland SHEARER. ,From Flatland to Fractaland : New Geometries in relationship to Artistic and Scientific Revolutions. ,*Fractals*, 3(3):617–625, 1995.
- [SPR94] J.C. SPROTT. ,Automatic generation of Iterated Function Systems. ,*Computer & Graphics*, 18(3):417–425, 1994.
- [THO97] J. THOLLOT. ,Set manipulations of fractal objects using matrices of IFS. ,In Ehoud Ahronovitz and Christophe Fiorio, editors, *Discrete Geometry for Computer Imagery, 7th International Workshop*, number 1347 in Lecture Notes in Computer Sciences, pages 223–234. Springer, 3-5 December 1997.
- [TOS99] Eric TOSAN. ,Wire frame Fractal Topology and IFS Morphisms. ,In TUDelft INRIA, editor, *4th Conference Fractals in Engineering, Delft, The Netherlands*, June 1999.
- [TRM99] Eric TOSAN and Martine RONDET-MIGNOTTE. ,Géométrie fractale, Informatique et Art plastique. ,In Yann Orlarey, editor, *"Créativité & Informatique"*, *Rencontres Musicales Pluridisciplinaires 1999*, pages 79–86, Mars 1999.
- [TT95] J. THOLLOT and E. TOSAN. ,Constructive Fractal Geometry : constructive approach to fractal modeling using language operations. ,In *GRAPHICS INTERFACE'95, Quebec, Canada*, pages 196–203, may 1995.
- [TZTV97] Joëlle THOLLOT, Chems Eddine ZAIR, Eric TOSAN, and Denis VANDORPE. ,Modeling fractal shapes using generalizations of IFS techniques. ,In Jacques Lévy Véhel, Evelyne Lutton, and Claude Tricot, editors, *Fractals in Engineering*, pages 65–80. Springer, 1997.
- [ZRM96] Chems Eddine ZAIR and Martine RONDET-MIGNOTTE. ,Enoriazim. ,Catalogue des Prix de l'innovation EUROGRAPHICS'96, 1996.
- [ZT96] Chems Eddine ZAIR and Eric TOSAN. ,Fractal modeling using free form techniques. ,*Computer Graphics Forum*, 15(3):269–278, August 1996. ,EUROGRAPHICS'96 Conference issue.